

БРАНИСЛАВ БАЈАТ*
ДРАГАН БЛАГОЈЕВИЋ

ПРИМЕНА ГЕОСТАТИСТИКЕ У ПРОСТОРНИМ АНАЛИЗАМА

Извод: Нагли развој компјутерске технике у току последње деценије утицао је и на све већу примену нумеричких метода у различитим софтверским апликацијама које су намењене обради, презентацији и анализи просторних података. Ово се посебно односи на геостатистичке методе које су развијене за потребе анализе података који у себи садрже просторну компоненту. Оне нуде могућност аналитичке обраде и описа просторног континуитета, што је важна карактеристика за многе појаве у природи. Примена класичних статистичких метода не омогућава нам да сагледамо у потпуности просторни распоред појава које се анализирају.

Развој ГИС (Географски Информациони Системи) апликација и посебно специјализованих геостатистичких модула унутар њих, омогућио је великом броју корисника који се баве анализом и моделирањем простора да користе геостатистичке методе у свом послу.

Кључне речи: Геостатистика, Географски Информациони Системи

Abstract: During the last decade, the development of computational technique has influenced wider implementation of numerical methods in different software applications, which are oriented to processing, presentation, and analysis of spatial data. This is particularly the case for geostatistical methods, which were developed for analysis of the data, which include spatial components. Those methods provide analytical processing and description of spatial continuity, which is an important characteristic for numerous natural phenomena. Implementation of classical statistical methods does not allow the perception of spatial distribution of natural phenomena.

The development GIS (Geographical Information Systems) applications, especially geostatistical modules, enabled a lot of users dealing with spatial modelling and analysis to apply them in their work.

Key words: Geostatistics, Geographical Information Systems

Увод

Подаци који се обрађују у просторним наукама су типично просторно и/или временски распоређени. Познавање вредности атрибута, на пример, врсте тла или растиња или концентracије загађења нису нам тако интересантни све док не знамо њихове просторне и/или временске координате. Геостатистика обезбеђује скуп метода које разматрају просторне и временске координате опажаних вредности приликом обраде података (Goovaerts, 1997).

Многе од статистичких метода се користе у изучавању широког опсега природних феномена. На жалост, многе од класичних статистичких метода не разматрају просторну, односно временску компоненту истих тих појава. Просторне анализе података представљају ону врсту анализа у којима просторне или временске координате садрже врло важну информацију.

* Др Бранислав Бајат, дипл.геод.инж., доцент на Грађевинском факултету Универзитета у Београду,
Одсек за Геодезију и Геоинформатику

Др Драган Благојевић, дипл.геод.инж., доцент на Грађевинском факултету Универзитета у Београду,
Одсек за Геодезију и Геоинформатику

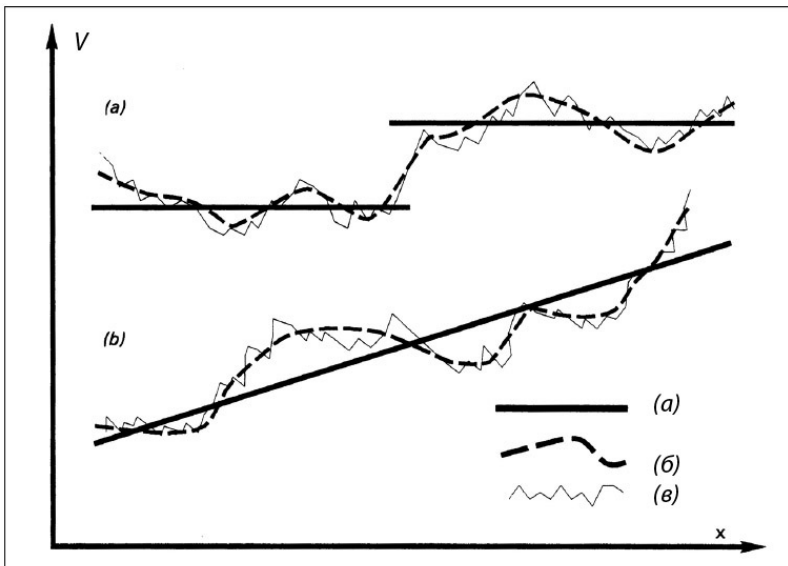
Геостатистика пружа могућност описивања просторног континуитета који чини основно својство многих појава у природи.

Теорија регионализоване променљиве

Концепт просторног континуитета је присутан у свим геонаукама. То значи да измерени подаци неке појаве, који су просторно ближи, имају сличније вредности него подаци који су међусобно удаљенији. Тај концепт одговара и *првом закону у географији*, који гласи да је све у неком односу са осталим, али да су вредности које су просторно ближе сличније од оних удаљенијих.

Геостатистика за разлику од класичне статистике која обрађује случајно променљиве величине, није сконцентрисана само на вредности променљиве, већ и на положај променљиве у простору, одакле и потиче термин *регионализоване променљиве*¹. Основне карактеристике регионализоване променљиве леже између детерминистичких и случајних процеса. Такве променљиве поседују просторни континуитет, што значи да нису у потпуности резултат случајног процеса, али се зато не могу у потпуности описати ни детерминистичком функцијом. Основи идеје теорије су у настојању да се вредност променљиве $v(x)$, при чему је x тачка или вектор у простору, третира као реализација случајне функције $V(x)$, а то значи да се из дискретних вредности пређе у случајни процес. Теорија регионализоване променљиве претпоставља да се просторне варијације било којег просторног атрибута састоје из три компоненте (Слика 1). Њих чине (а) структурна компонента, са константном средњом вредношћу или трендом; (б) случајна али и просторно корелисана компонента, позната као варијација регионализоване компоненте и (в) просторно некорелисани случајни шум или грешка остатка. На локацији x вредност за V , може се изразити као (Burrough, McDonnell, 2006):

$$V(x) = m(x) + \varepsilon'(x) + \varepsilon''$$



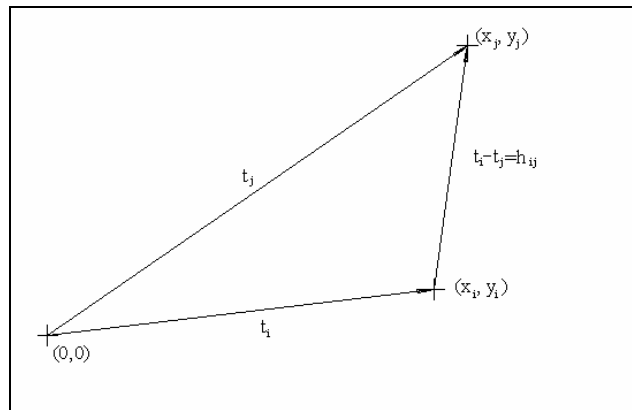
Слика 1. Компоненте регионализоване просторне променљиве (Burrough, McDonnell, 2006)

¹ regionalized variable (енгл.)

Где је $m(x)$ детерминистичка функција која описује 'структурну' компоненту V у x , $\varepsilon'(x)$ је члан који означава стохастички, локално варијабилни али просторно зависни остатак од $m(x)$ – регионализовану променљиву- и ε'' представља остатак, односно шум, члан чија је очекивана вредност једнака нули, а варијанса је једнака σ^2 .

Да би се случајни процес дефинисао потребно је увести хипотезе о типу случајне функције која ће послужити у геостатистичким прорачунима.

У овом случају уводи се претпоставка *слабе стационарности другог реда*, или **хипотеза о природности**². Услови стационарности се односе на разлике вредности функције посматране у тачки x и тачки $x+h$, где h представља вектор помераја, или растојање између тачака (Слика 2).



Слика 2. Растојање између тачака приказано као разлика вектора

Услови који задовољавају хипотезу о природности су:

$$E[V(x+h) - V(x)] = m(h)$$

$$Var[V(x+h) - V(x)] = 2\gamma(h)$$

t_j . очекивана вредност разлике је коначна и независна од локације x , а зависна је само од растојања h . Исто важи и за варијансу разлике. Величина $\gamma(h)$, која фигурише у другом изразу, назива се вариограм или полувариограм³.

Вариограми

Вариограми карактеришу просторни континуитет и варијације података регионализоване променљиве. Анализа података помоћу вариограма састоји се из две фазе:

- 1) Рачунање експерименталних вариограма,
- 2) Моделовање експерименталних вариограма.

У првој фази се из скупа мерених података рачунају вредности функције као половина суме квадрата разлика вредности података у оквиру задатог корака x у свим задатим правцима.

² intrinsic hypothesis (engl.)

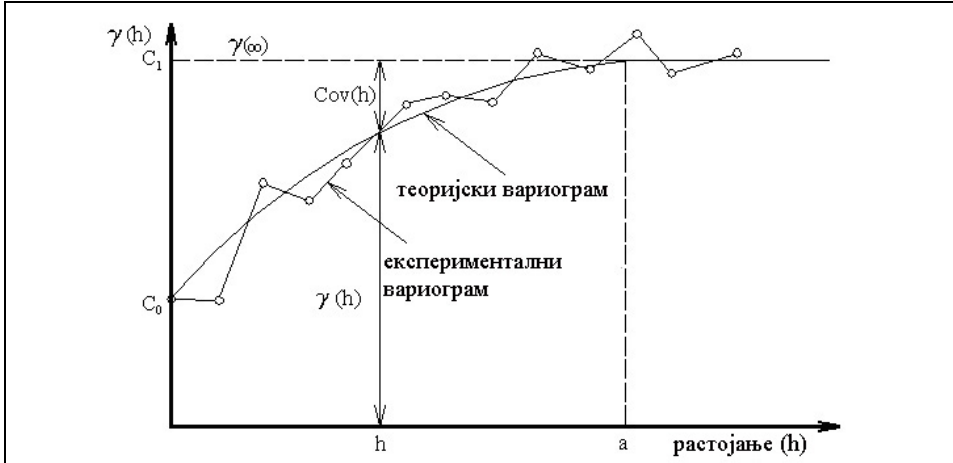
³ semivariogram (енгл.). У литератури се користе оба назива, с тим да треба водити рачуна само о формули по којој се рачуна.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij}=h} (v_i - v_j)^2$$

где је :

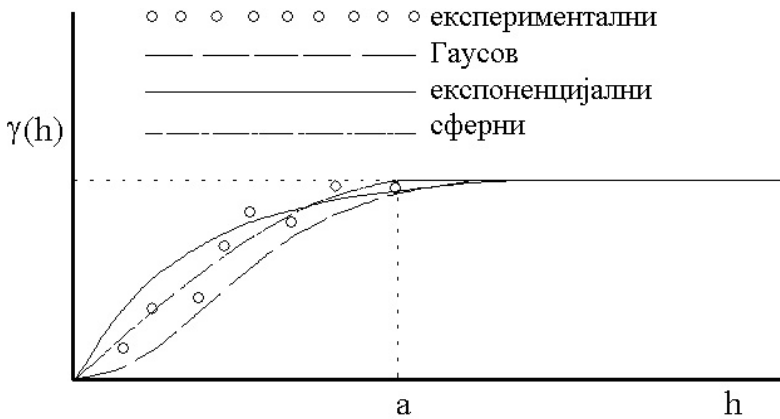
N - број парова у оквиру корака h .

У следећем кораку се овако добијене вредности за функцију $\gamma(x)$ моделирају теоријским функцијама (**Error! Reference source not found.**).



Слика 0. Приказ експерименталног и моделованог вариограма

Међу најчешће коришћеним теоријским моделима вариограма су **сферни**, **експоненцијални** и **Гаусов модел** (Слика 4):



Слика 4. Приказ графика функција теоријских модела вариограма

Важне компоненте сваког вариограма чине следеће величине:

- C_0 , обично се зове "груменски ефект"⁴ (Слика 3), и означава дисконтинуитет у односу на координатни почетак. Овај термин су увели рударски инжењери који поједине руде налазе у грумењу као што је руда злата (Rossi *et al* (1992)) која се налази у жилама (golden nugget (*engl.*)) тако да два блиска мерења могу бити потпуно различита, односно да један узорак указује на златну жилу, а други не указује. Величина C_0 у себи садржи две компоненте. Прва компонента је стандардна грешака мерења, а друга је везана за микро варијације величине која се анализира. Конкретно, у случају висина терена то су сви земљишни облици чији је радијус простирања мањи од растојања између тачака у којима су мерене висине.
- a , се назива дометом, и означава растојање на којем вариограм добија константну вредност.
- Величина C_1 , се назива прагом, и представља вредност вариограма за велика растојања $\gamma(\infty)$.

Геостатистичке методе интерполације

Основна идеја геостатистике је коришћење просторне корелације над просторном величином који се анализира у циљу побољшања просторне предикције или интерполације. Синоним за геостатистичке методе интерполације је Кригинг метода који је названа по *Daniel Gerhardus Krige*-у, доскора активном професору на *Witwatersrand* Универзитету у Јужној Африци који се педесетих година прошлог века као рударски инжењер бавио изналагањем најоптималнијих метода процене рудних налазишта. *Krige* је у решавању овог проблема пришао с становишта вероватноће и статистике, што је резултовало његовим пионирским радом из области геостатистике (Krige, 1951). У контакт са *Krige*-овим емпиријским радом дошао је француски научник *Georges Matheron*, професор на познатој рударској школи у *Fontaineblau*. На основу *Krige*-ових искустава, он је проширио теорију оцене стохастичких процеса *Wiener-Kolmogorov*-а за случај просторних процеса на непрекидном географском простору (Goodchild, Haining, 2004). У част у *Krige*-а, *Matheron* је ову методу назвао Кригинг методом (Matheron, 1963).

У математичком смислу Кригинг је веома сличан регресионој анализи, пошто су обе методе базиране на просторној корелацији података. Интерполациона метода просторне колокације која се такође примењује у геонаукама, базирана је на истом стохастичком концепту као и Кригинг метода, па су и резултати добијени применом било које од њих практично идентични (Hardy, 1984).

Кригинг је интерполациона метода уз коју се често везује скраћеница "B.L.U.E"⁵, која значи најбољу линеарну непомерену оцену. Он је линеарна оцена пошто у његовим формулама фигурише линеарна комбинација мерених података. Кригинг метода је "непомерена" оцена јер је његова средња вредност оцене грешака једнака нули, а најбоља јер настоји да минимализује варијансу грешака.

Нека случајној величини V , која има одлике регионализоване променљиве, одговара скуп реализација на појединим локацијама (v_1, v_2, \dots, v_n), тада ће линеарна

⁴ Nugget effect (енгл.)

⁵ Best Linear Unbiased Estimator (енгл.)

оцена вредности случајне променљиве \hat{V} на локацији x_0 гласити (Isaaks, Srivastava, 1989):

$$\hat{V}(x_0) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot V(x_i)$$

где су:

w_i - тежински коефицијенти,

$V(x_i)$ - измерена вредност на локацији x_i , односно реализација v_i .

Примена Кригинга у различитим просторним анализама резултовала је и модификацијама основних формула и њиховом прилагођавању специфичним апликацијама. Тако се данас у литератури могу наћи варијације Кригинга (Vann, Guibal, 1998) попут: раставни (*disjunctive* (енгл.)), пробабилни (*probabilistic*), индикаторски (*indicator*), логнормални (*lognormal*), универзални (*universal*), регресиони (*regression*), блок (*block*) Кригинг и др.

Посебно интересантни у просторним анализама су Кокригинг метод као и регресиони Кригинг. У случају Кокригинга могуће је оцену одређених просторних атрибута, чије узорковање је веома "скупо", комбиновати са познавањем вредности других просторних атрибута регистрованих на истим или блиским локацијама. То се нарочито користи у случају процена минералних природних ресурса. На пример, налазишта руде злата су веома корелисане са налазиштима руде сребра.

Квалитет резултата применом геостатистичких метода интерполације може се унапредити применом регресионог Кригинга, где се за процену просторног атрибута користе и подаци о другим просторним атрибутима, датих у виду дигиталних модела, сателитских снимака итд. (Hengl *et al.* 2007).

Иначе примере примене Кригинга можемо срести и ван геонаука, у другим научним областима и техничким дисциплинама (Pham, Wagner, 1999).

Геостатистика и ГИС

Прве одрживе ГИС апликације појавиле су се осамдесетих година прошлог века, као резултат развоја микропроцесорских рачунара доступних буџетским оквирима многобројних институција које су се бавиле или располагале просторним подацима, као и развојем апликација за управљање базама података.

Геостатистика је као научна дисциплина почела да се развија средином прошлог века, и док се у почетку највише радило на развоју теорије и модела, њена практична примена у просторним анализама креће са развојем рачунарске технологије и појавом софтверских пакета намењених обради просторних података. Геостатистика и ГИС су се испочетка развијале као две практично раздвојене области истраживања и апликација, да би се током времена приближиле једна другој. Данас се оне прожимају на пољу геоинформационих наука, допуњујући и помажући једна другу. У том смислу развој геоинформатичке науке у многоме дугује достигнућима на пољу просторних анализа података. С друге стране развој ГИС технологије је увећао теничке могућности коришћења геостатистичких метода у пракси.

Концептуални модели географских података у ГИС-у су базирани на два основна модела: ентитетском и моделу непрекидних поља. Код ентитетског модела сматрамо да је простор састављен од *ентитета* који се описују својим атрибутима или својствима, и он у већини случајева одговара антропогеним појавама (објекти, парцеле, административне јединице, путеви, цевоводи, пољопривредна добра итд.).

Међутим већина природних појава попут састава тла, метеоролошки параметри, висине терена итд. сагледавају се у виду непрекидних континуалних поља. До вредности о таквим појавама долазимо узорковањем на одређеним местима, а

њихово картирање, односно процењивање на свим другим локацијама спроводи се интерполацијом.

Већина публикованих геостатистичких метода које се користе у просторним анализама су имплементирани у стандардним комерцијалним ГИС пакетима (Geostatistical Analyst у оквиру ArcGIS-а) које нуде прозвођачи специјализовани за такву врсту софтвера или у оквиру екстензија које се најчешће развијају од стране потпуно независних софтверских кућа. Разни ГИС производи у оквиру којих се могу пронаћи и геостатистичке алатке су доступни бесплатно на интернету (SAGA, ILWIS, Pcraster, итд). ГИС индустрија је данас усвојила тзв. *component-based* принцип развоја програма који се добијају као резултат интегрисања вишенаменских софтверских компоненти, насупротив раније заступљеног принципа монолитних софтверских пакета. То има огромне предности код интеграције ГИС-а са другим формама софтвера који користе исте стандарде посебно у случају пакета за статистичке анализе.

У нашу стручну праксу Кригинг интерполациона метода улази појавом софтверског пакета Surfer компаније Golden Software inc. крајем осамдесетих година. Иако се овде не ради о класичном ГИС софтверском пакету, он је одиграо значајну улогу у упознавању наших стручњака који се баве просторним анализама са могућностима геостатистичких интерполационих метода. На жалост слабо познавање теоријских основа Кригинг-а, а посебно поступка моделовања вариограма као крајње исходиште су имали резултате који су далеко од очекиваних.

У недостатку професионалних софтвера за израду Дигиталних Модела Терена, (ДМТ) посебно пакета који су базирани на TIN (*Triangular Irregular Network*) приступу израде ДМТ-а у нашој геодетској пракси, Surfer је коришћен за аутоматску израду изохипси терена на микролокацијама за потребе израде топографских подлога за пројектовање. Међу понуђеним методама за интерполацију најчешће је коришћен Кригинг и то без икаквог искуства у моделирању вариограма. Такође рељеф представља континуалну просторну појаву која је ипак специфична јер у односу на остале просторне појаве код њега су присутне и особености попут структурних линија терена, локални екстремуми итд., што ипак није уобичајено код појава као што су метеоролошки параметри, састав земљишта, контаминација итд. Резултат су биле карте са изохипсама које нисмо навикли да "видимо" на конвенционалним топографским подлогама.

Примена геостатистике у просторним студијама

У задњој декади двадесетог века дошло је до нагле експанзије примене геостатистике у хидрологији, хидрогеологији, биологији, екологији, геофизици, метеорологији и другим просторним студијама (Андричевић и др. 2007).

Све до краја осамдесетих година геостатистика је коришћена као алатка за описивање просторне дистрибуције, путем вариограма, као и за предикцију просторних атрибута на различитим локацијама на основу узоркованих вредности применом Кригинг интерполационих метода.

Савремене просторне анализе попут студија одрживог развоја насеља подразумевају интердисциплинарни приступ и сагледавање многобројних параметара који су предмет изучавања у већ горе наведеним дисциплинама. Посебно су интересантне специфичне апликације попут еколошких студија везаних за ризике загађења (Thayer *et al.* 2003).

Геостатистичке методе се могу применити и код такзованих категоричких података, другим речима код појава које немају континуална својства, на пример присуство неке врсте минерала или типа земљишта. Применом индикаторског

Кригинга добијају се карте вероватноћа присуства одређених класа изучаване појаве (Glacken, Blackney, 1998).

У последње време развијени су и нови модули у оквиру ГИС пакета, у циљу решавања сложенијих просторних анализа, попут процене несигурности и квалитета резултата који се добијају применом геостатистичких интерполација, стохастичке симулације расподеле просторних атрибута, као и за моделовање просторно-временских процеса (Goovaerts, 1999). Стохастичке симулације данас представљају врло интересантно подручје којим се баве геостатистичари и може се очекивати њихова шира примена у проценама природних ресурса и оценама несигурности резултата добијених различитим анализама (Chilés, Delfiner, 1999). Посебно је интересантна могућност коришћења геостатистике у оцени квалитета и поузданости излаза које се добијају као резултати просторних упита и стандардних ГИС функција (Heuvelink, 2007).

Геостатистичке методе се врло успешно користе и код оцене хомогености варијација просторних појава које се анализирају на подручју од интереса. Класификацијом интензитета просторних варијација применом вариограма могуће је идентификовати њихове доминантне форме на датом простору у циљу оптимизације оптималног узорковања на терену (Lloyd, Atkinson, 1998).

Кроз оцену квалитета излаза ГИС операција и оптимизацију узорковања могуће је формирати и такозване "интелигентне" ГИС апликације за моделовање простора у којима ће корисник бити у могућности да изабере једну од понуђених метода у циљу добијања бољих резултата. Опције за побољшање резултата подразумевају (Burrough, McDonnell, 2006):

- (а) примену ефикаснијих метода за просторне интерполације или примену нумеричких уместо једноставних логичких модела,
- (б) прикупљање више података и оптимизацију узорковања,
- (в) прикупљање разнородних података,
- (г) примену ефикаснијих модела – уклапање података са моделима,
- (д) побољшање калибрације модела,
- (ђ) побољшање просторне и/или временске резолуције уклапањем корелационих структура података.

Свака од опција би била праћена проценом трошкова како би се могле донети рационалне одлуке. Систем би такође био у могућности да укаже на ситуације у којима су резултати *много бољи* од очекиваних.

Закључак

Употреба геостатистике у просторним анализама и студијама покрива широки спектар апликација. Од примене геостатистичких интерполационих метода у циљу израде тематских приказа и карата, преко оптимизација густина и распореда узорковања на терену, па до просторног моделирања и симулација. Све већа примена геостатистике резултат је појаве и великог броја софтверских пакета и модула који подржавају ову врсту метода. Посебно је интересантно да данас сви ГИС пакети, од оних академских до комерцијалних, геостатистичке алатке нуде корисницима као основне ГИС функције.

Иако су основе геостатистике постављене пре више од педесет година, она се и данас развија као научна дисциплина, можда и највећим интензитетом до сада што се огледа у публикавању нових метода које захваљујући информатичким технологијама врло брзо пролазе тестове стручне верификације у конкретним применама.

ЛИТЕРАТУРА

- Андричевић, Р. Готовац, Х.и Љубенков И. (2007). *Геостатистика: умјеће просторне анализе*. Сплит: Грађевинско-архитектонски факултет Свеучилишта у Сплиту
- Burrough, P., McDonnell, R. (2006). *Принципи географских информационих система-просторни информациони системи и геостатистика* (превод на српски). Београд: Грађевински факултет Универзитета у Београду
- Chilés, J.P., Delfiner, P. (1999). *Geostatistics Modeling Spatial Uncertainty*. New York: John Wiley & Sons
- Glacken, I., Blackney, P. (1998). A practioners implementation of Indicator Kriging. *In: Vann, J., (Ed.), Beyond Ordinary Kriging Seminar*. Perth, Western Australia.: Geostatistical Association of Australasia (Monograph 1).
- Goodchild, M. , Haining, R. (2004). GIS and spatial data analysis: Converging perspectives. *Papers in Regional Science*. 83: 363–385
- Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. New York: Oxford University Press
- Goovaerts, P. (1999). Geostatistics in soil science: state of the art and perspectives. *Geoderma* 89 (1):1-45
- Hardy, R.L. (1984). Kriging, collocation, and biharmonic models for applications in earth sciences. *Tech. Papers of the 44th Amer. Cong. on Surveying and Mapping*
- Hengl, T., Bajat, B., Reuter, H.I., Blagojević, D. (2007). Geostatistical modelling of topography using auxiliary maps. *9th International Conference on GeoComputation*. Maynooth 3-5 September, Ireland (CD-ROM).
- Heuvelink, G.B. (2007). *Пренос грешака код ГИС моделирања животне средине*, (превод на српски). Београд: Грађевински факултет Универзитета у Београду
- Isaaks, E., Srivastava, M. (1989). *Applied Geostatistics*. New York: Oxford University Pres
- Krige, D. G. (1951). A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *J. of the Chem., Metal. and Mining Soc. of South Africa* 52 (6): 119-139.
- Lloyd, C.D., Atkinson, P.M. (1998). Scale and the spatial structure of landform: optimising sampling strategies with geostatistics. *In: Proceedings of the 3rd International Conference on GeoComputation*. Leeds: University of Leeds. <http://eprints.soton.ac.uk/17634/>
- Matheron, G. (1963). Principles of geostatistics. *Economic Geology* 58: 1246–1266
- Pham, T., Wagner, M. (1999). Filtering noisy images using kriging. *Signal Processing and Its Applications, ISSPA apos;99. Proceedings of the Fifth International Symposium on Vol. 1,;427 - 430*
- Rossi, R., Mulla, D, Journel, A., Franz, E. (1992). Geostatistical tools for modeling and interpreting ecological spatial dependence. *Ecological Monographs* 62(2): 277-314
- Thayer, W., Griffith, D., Goodrum, P., Diamond, G., Hassett, J. (2003). Application of Geostatistics to Risk Assessment. *RiskAnalysis, Vol.23., No5.:945-960*.
- Vann, J., Guibal, D. (1998). Beyond ordinary kriging : An overview of non-linear estimation. *In: Vann, J., (Ed.), Beyond Ordinary Kriging Seminar*. Perth, Western Australia: Geostatistical Association of Australasia (Monograph 1.)

BRANISLAV BAJAT
DRAGAN BLAGOJEVIC

S u m m a r y

APPLICATION OF GEOSTATISTICS IN SPATIAL ANALYSES

This article discusses some of the main geostatistical applications in the field of spatial studies. New approaches in spatial data analysis owe much to progresses in GIS technologies and the field of geostatistics. Geostatistics provides descriptive tools, such as variograms to describe the spatial pattern of continuous and categorical spatial attributes. Great variety of different Kriging methods nowadays are effectively used in different spatial studies for spatial predictions of spatial phenomena, optimizing sampling strategies, conditional simulations as well as for spatial modeling and uncertainty estimation in GIS analyses.