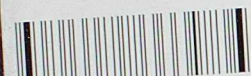




PD 11733



003085339

COBISS ©

GRAĐEVINARSKI FAKULTET UNIVERZITETA U BEOGRADU

DEJAN D. BAJIĆ

PRILOG NELINEARNOJ ANALIZI  
ARMIRANOBETONSKIH LINIJSKIH  
ELEMENTA

-DOKTORSKA DISERTACIJA-

BEOGRAD, NOVEMBAR 1985.

PA 11733

13

GRADJEVINSKI FAKULTET UNIVERZITETA U BEOGRADU

DEJAN D. BAJIĆ

PRILOG NELINEARNOJ ANALIZI ARMIRANOBETONSKIH  
LINIJSKIH ELEMENATA

DOKTORSKA DISERTACIJA

Beograd, novembar 1985.

Izradom ove doktorske disertacije rukovodili su dr Milorad Ivković, redovni profesor i dr Nikola Hajdin, redovni profesor.

Ovim putem im se najtoplije zahvaljujem na dragocenim savetima, sugestijama i podršci tokom rada.

Zahvalnost dugujem:

- GRO "RAD" - Beograd, koja je obezbedila eksperimentalne uzorke
- IMK Građevinskog fakulteta, koji je finansirao eksperimentalna istraživanja
- Centru za istraživanje konstrukcija Instituta za ispitivanje materijala SR Srbije, gde je sprovedeno eksperimentalno istraživanje
- Mr Branislavu Pujeviću, dipl.inž. na pomoći pri numeričkoj analizi u računskom centru Građevinskog fakulteta
- Koleginicama i kolegama iz IMK koji su radili na tehničkoj obradi teksta i crteža.

1. VODIČ

1.1. Uvod

1.1.1. Značaj i svrha ovog priručnika

1.1.2. Struktura priručnika

1.1.3. Način korištenja priručnika

2. Osnovni pojmovi i definicije

2.1. Definicije u području mehanike

2.1.1. Definicije u području statike

2.1.2. Definicije u području dinamike

2.2. Osnovni pojmovi i definicije u području mehanike

2.2.1. Iterativni postupak za proračun napona

2.2.2. Analiza napona u području mehanike

2.3. Analiza napona u području mehanike

2.4. Analiza napona u području mehanike

2.5. Analiza napona u području mehanike

3. Naponi i deformacije

3.1. Osnovni pojmovi i definicije

3.2. Naponi i deformacije u području mehanike

3.3. Naponi i deformacije u području mehanike

3.4. Naponi i deformacije u području mehanike

3.5. Naponi i deformacije u području mehanike

"Naponi ne postoje, njih smo izmislili da bi mogli da objasnimo deformacije" (iz razgovora sa D. Krajčinovićem)

# S A D R Ž A J

	strana
1. POSTAVKA PROBLEMA	1
2. VEZA NAPON - DILATACIJA ZA BETON I ČELIK	3
2.1. Beton	3
2.1.1. Ponašanje nearmiranog betona pri jednoaksijalnom opitu	3
2.1.2. Ponašanje armiranog (utegnutog) betona pri jednoaksijalnom opitu	5
2.1.3. Raspored napona u pritisnutoj zoni betonskog preseka elementa opterećenog na savijanje	7
2.2. Čelik	11
3. VEZA MOMENT-KRIVINA ZA PRESEK ARMIRANOBETONSKOG ELEMENTA	13
3.1. Krivina u preseku armiranobetonskog elementa	13
3.1.1. Krivina u homogenom preseku	13
3.1.2. Krivina u preseku sa prslinom (faza II) za linearne veze napon-dilatacija u betonu	14
3.2. Odredjivanje napona, dilatacija, i krivine u preseku sa prslinom armiranobetonskog elementa sa nelinearnim vezama napon-dilatacija u betonu	17
3.2.1. Iterativni postupak za presek proizvoljnog oblika	17
3.2.2. Analitički izrazi za pravougaone poprečne preseke	19
3.3. Analiza veze moment-krivina za presek armiranobetonskog elementa	21
3.4. Analiza parametara koji utiču na vezu moment-krivina za presek armiranobetonskog elementa	24
3.5. Duktilitet preseka armiranobetonskog elementa	28
4. EFEKTIVNA KRUTOST ARMIRANOBETONSKOG ELEMENTA	30
4.1. Veza moment-krivina za armiranobetonski štap	30
4.2. Predlozi za proračun efektivne krutosti za nivo opterećenja do plastifikacije armature	34
4.3. Uporedna analiza veličina efektivne krutosti za navedene predloge	37
4.4. Proračun deformacija armiranobetonskih elemenata opterećenih na savijanje pod dejstvom kratkotrajnog opterećenja	38

4.4.1. Veza opterećenje-ugib	38
4.4.2. Predlozi za proračun deformacijskih veličina-istorijski pregled	39
4.4.3. Aktuelni predlozi za proračun deformacija	41
4.4.4. Neke specifičnosti pri proračunu deformacija	42
5. PONAŠANJE ARMIRANOBETONSKIH LINIJSKIH ELEMENATA POD OPTEREĆENJEM BLISKIM LOMU (FAZA III)	44
5.1. Plastični zglob u armiranobetonskim elemen- tima	44
5.2. Kapacitet rotacije plastičnog zgloba	47
5.3. Faktori koji utiču na kapacitet rotacije plastičnog zgloba	48
6. UTICAJ TRANSVERZALNIH SILA	54
6.1. Osnovni mehanizam prenošenja transverzalne sile u armiranobetonskim elementima bez transverzalne armature	54
6.1.1. Gredno dejstvo	56
6.1.2. Dejstvo luka	58
6.1.3. Mehanizam loma prema transverzalnim silama (grede bez uzengija)	59
6.2. Armiranobetonske grede sa transverzalnom armaturom	61
6.3. Uzajamno dejstvo momenata savijanja i transverzalnih sila	64
6.4. Dejstvo transverzalne sile u plastičnom zglobu	65
6.5. Deformacije od transverzalnih sila	66
7. STATIČKI NEODREĐJENI ARMIRANOBETONSKI LINIJSKI NOSAČI	69
7.1. Preraspodela statičkih uticaja u statički neodređenim nosačima	69
7.2. Metode proračuna statički neodređenih armiranobetonskih nosača	74
7.2.1. Teorija elastičnosti (linearna teorija)	74
7.2.2. Teorija elastičnosti sa ograničenom raspodelom	75
7.2.3. Teorija plastičnosti i metode granične analize	76
7.3. Nelinearna analiza armiranobetonskih linijskih elemenata zasnovana na vezi moment-srednja krivina	77
7.3.1. Formiranje računskog modela	77

7.3.2. Metod sukcesivnih linearnih aproksimacija	79
7.4. Deformacije statički neodređenih armiranobetonskih nosača	81
7.5. Kriterijumi za određivanje mogućnosti preraspodele statičkih uticaja u statički neodređenim linijskim nosačima	84
7.5.1. Uslov zadovoljenja kapaciteta rotacije plastičnog zgloba	84
7.5.2. Uslov zadovoljenja funkcionalnosti nosača	88
8. EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA	90
8.1. Cilj istraživanja i formiranje eksperimentalnog modela	90
8.2. Program eksperimentalnog istraživanja	92
8.3. Izrada eksperimentalnih nosača	95
8.4. Rezultati ispitivanja kvaliteta betona	95
8.4.1. Čvrstoća na pritisak i radni dijagram napon-dilatacija	95
8.4.2. Čvrstoća betona na zatezanje pri savijanju	96
8.5. Ispitivanje čelika	
8.6. Ispitivanje eksperimentalnih nosača i analiza rezultata ispitivanja	98
8.6.1. Analiza rezultata merenja statičkih veličina	98
8.6.2. Analiza rezultata merenja nagiba i ugiba nosača	111
8.6.3. Analiza merenja dilatacija	116
8.6.4. Analiza formiranja, razvoja i veličine prslina	119
9. NUMERIČKA ANALIZA	125
9.1. Veza moment-krivina za preseke eksperimentalnih greda	125
9.2. Veza moment-srednja krivina za eksperimentalne nosače	127
9.3. Postupak i rezultati numeričke analize	128
9.3.1. Analiza numeričkih rešenja za statičke veličine	129
9.3.2. Analiza numeričkih rešenja za deforma- cijske veličine	129
10. ZAKLJUČCI	138

11. PRILOG	142
- Tabela 1 - Vrednosti merenih i sračunatih statičkih veličina	142
- Tabela 2 - Vrednosti merenih i sračunatih uglova nagiba nad slobodnim osloncem	146
- Tabela 3 - Merene i sračunate vrednosti ugiba	148
- Foto dokumentacija sa eksperimentalnog istraživanja	156
- Šeme prslina u trenutku loma nosača	164
12. LITERATURA	168



## 1. POSTAVKA PROBLEMA

Dva su osnovna pristupa danas aktuelna u razmatranju problematike projektovanja, konstruisanja i dimenzionisanja elemenata armiranobetonskih konstrukcija.

Prvi pristup je zasnovan na klasičnoj linearno-elastičnoj analizi, kada se za dejstvo opterećenja kratkotrajnog karaktera betonu i čeliku pripisuju osobine idealno elastičnih materijala. Analizom se određuju veličine napona i deformacija za najnepovoljnije kombinacije opterećenja koje se mogu dogoditi u toku eksploatacije i upoređuju sa odgovarajućim normiranim vrednostima dopuštenih napona, odnosno deformacija. Ovaj klasični prilaz daje dovoljno dobre rezultate u praksi i najčešće se koristi, uz neizbežne korekcije naročito u pogledu deformacija, koje su posledica kako smanjenja krutosti nosača usled pojave prslina tako i izraženih reoloških svojstava betona pri opterećenju dugotrajnog karaktera.

Drugi pristup je zasnovan na određivanju kapaciteta nosivosti armiranobetonskog elementa u konstrukcijskom sistemu ili sistema kao celine, odnosno određivanja mere sigurnosti poredjenjem veličine graničnog opterećenja koje dovodi do loma (ili mehanizma loma) sa maksimalnim mogućim eksploatacionim opterećenjem. Pri ovoj graničnoj analizi betonu i čeliku se pripisuju realne nelinearne karakteristike. Primena odgovarajućih metoda proračuna vezana je istovremeno za neophodne kontrole kojima se mora dokazati nesmetana funkcija konstrukcije u toku eksploatacije.

Oba pristupa imaju svojih prednosti i nedostataka vezanih kako za metodologiju proračuna tako i za idealizacije usvojene tokom analize naročito pri rešavanju statički neodređenih sistema.

Problematika statički neodređenih sistema u armiranobetonskim konstrukcijama ima svoje specifičnosti. One se ogledaju pre svega u tome što je narušena homogenost elementa usled pojave prslina već pri relativno niskim opterećenjima. Prsline u zategnutoj zoni betona utiču na promenu krutosti elementa, odnosno delova elementa, i direktno prouzrokuju povećanje deformacija nosača i preraspodelu statičkih uticaja. Pri visokim opterećenjima dolaze do izražaja i plastične osobine materijala, koje takodje izazivaju bitne promene u sistemu.

Analiza statički neodredjenih armiranobetonskih sistema vezana je direktno i za veličinu i raspored armature u presecima nosača. Poznato je da upotreba metoda granične analize može dati čitav spektar rešenja različitih odnosa armature u kritičnim presecima nosača, koja zadovoljavaju uslove nosivosti, kompatibilnosti rotacija i funkcionalnosti. Ova rešenja se mogu značajno razlikovati od rešenja teorije elastičnosti.

Propisi pojedinih zemalja omogućuju, u nedostatku boljih praktičnih postupaka, da se u statički neodredjenim sistemima statički uticaji nadju po linearnoj teoriji elastičnosti i zatim uvećaju odgovarajućim koeficijentima sigurnosti, dok se za ovako povećane uticaje za analizu preseka elementa uvode nelinearne osobine betona i čelika.

Nacrt Pravilnika o tehničkim normativima za beton i armirani beton /37/ prvi put kod nas omogućuje dimenzionisanje preseka statički neodredjenih konstrukcija prema uticajima dobijenim korekcijom elastičnih rešenja.

U radu se analizira problematika ponašanja armiranobetonskih statički neodredjenih nosača opterećenih na savijanje pod dejstvom opterećenja kratkotrajnog karaktera, intenziteta od nule do graničnog. Analiza obuhvata teorijsko i eksperimentalno istraživanje preraspodele statičkih uticaja i određivanje deformacijskih veličina za nosače armirane prema rešenjima granične analize, međusobno različito, kako bi se odredio uticaj načina armiranja na realno ponašanje nosača. Teorijska razmatranja obuhvataju analizu uticaja pojave prslina na krutost elementa, analizu uslova za formiranje plastičnih zglobova u nosačima kao i pitanje kapaciteta njihove rotacije. Analizira se i problem funkcionalnosti ovako konstruisanih elemenata i daje računski model baziran na nelinearnoj vezi moment-srednja krivina, praktično upotrebljiv za slučaj proizvoljnog nivoa opterećenja.

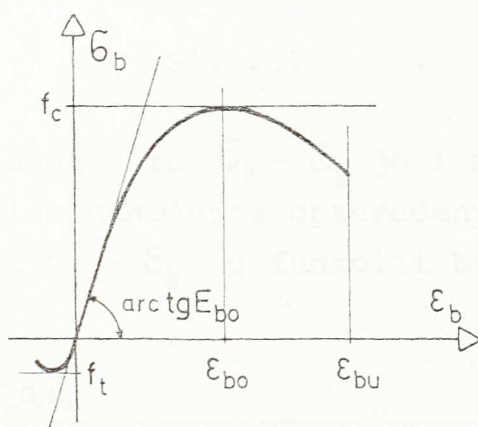
Eksperimentalni program obuhvata ispitivanje kontinualnih nosača na dva polja, različito armiranih, sve do loma.

## 2. VEZA NAPON - DILATACIJA ZA BETON I ČELIK

### 2.1. BETON

#### 2.1.1. Ponašanje nearmiranog betona pri jednoaksijalnim optitima

Standardnim ispitivanjima prizmatičnih (cilindričnih) nearmiranih opitnih tela dobija se zavisnost napon-dilatacija oblika kvalitativno prikazanog na slici 2.1.

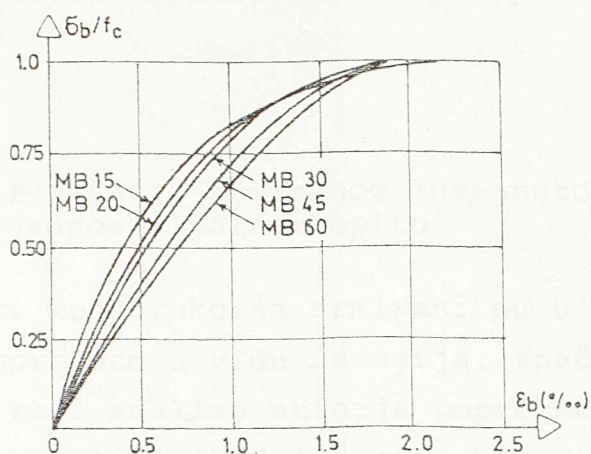


Sl. 2.1

Pri jednoaksijalnom pritisku zavisnost  $\sigma_b - \epsilon_b$  je približno linearna sve do dostizanja naprezanja od oko 0,4 do 0,5  $f_c$ . Pri višim naprezanjima veza značajnije odstupa od linearne. Maksimalnom naponu  $f_c$  odgovara dilatacija od približno  $\epsilon_{bo} = 2\%$ . Pri testiranju u krutim test uređajima, koji su mogli da prate smanjenje napona pri daljem povećanju dilatacija, konstatovana je i silazna grana krive zavisnosti. Dakle, element je i dalje u stanju da prenese manje napone iako su u betonu oformljene prsline paralelne pravcu opterećenja. Konstatovana maksimalna dilatacija betona pri lomu, kod jednoaksijalnog ispitivanja nearmiranih elemenata, kreće se oko  $\epsilon_{bu} = 3$  do 4%.

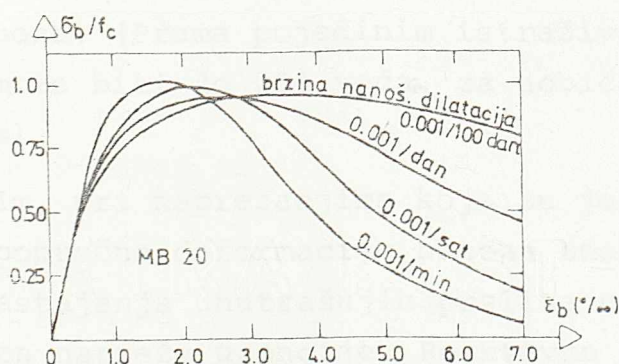
Testovi mnogih autora ukazuju na to da oblik veze  $\sigma_b - \epsilon_b$  pre dostizanja maksimalnog napona zavisi od čvrstoće betona (sl.2.2) Niže marke betona imaju nešto veću dilataciju pri maksimalnim na-

ponima i postižu veću relativnu čvrstoću ( $\bar{\sigma}_b / f_c$ ) pri nižim dilatacijama (puniji dijagram  $\bar{\sigma}_b - \varepsilon_b$ ).



Sl. 2.2

Od velikog uticaja na vezu  $\bar{\sigma}_b - \varepsilon_b$  je i brzina prirasta dilatacija (odnosno brzina nanošenja opterećenja). Na slici 2.3. prikazane su zavisnosti  $\bar{\sigma}_b - \varepsilon_b$  u funkciji brzine prirasta dilatacija.



Sl. 2.3.

Uočljivo je da opadanjem brzine prirasta dilatacija opadaju i maksimalna naprezanja, ali da silazna grana funkcije sporije opada, kao i da rastu dilatacije koje odgovaraju maksimalnim naprezanjima.

Ispitivanja koja je sproveo Rüschi pokazuju da za dugotrajna opterećenja čvrstoće mogu opasti na približno 80% od onih koje odgovaraju kratkotrajnim opterećenjima. U praktičnim proraču-

nima primenjuju se čvrstoće određene na bazi kratkotrajnih opterećenja uzoraka starosti 28 dana, jer se smatra da se uticaj dugotrajnih opterećenja na neki način kompenzira mogućnošću betona da prenese veća naprezanja ako je opterećen pri većoj starosti.

### 2.1.2. Ponašanje armiranog (utegnutog) betona pri jednoaksijalnom optu

Elementi konstrukcija armirani su u praksi podužnom armaturom, kao i poprečnom u vidu uzengija. Značajan broj ispitivanja izvršen je radi analize uticaja poprečne armature na veličinu nosivosti i maksimalnih dilatacija betona.

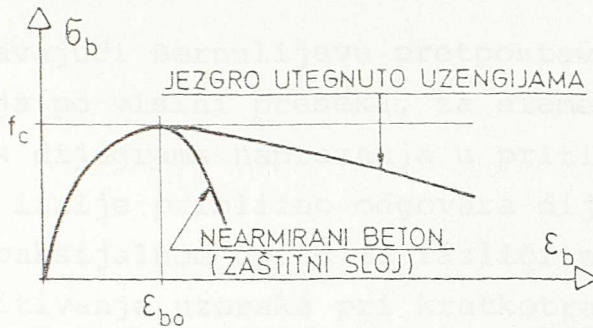
Ispitivanja prizmatičnih i cilindričnih opitnih tela, armiranih poprečnom armaturom u vidu uzengija ili spirala, pokazala su da postojanje poprečne armature pri naprezanjima manjim od čvrstoće uzoraka nije od većeg značaja, jer su bočna širenja betona mala i uzengije ostaju praktično nenapregnute. Može se reći da nema praktične razlike u vezi  $\sigma_b - \epsilon_b$  za nearmirani i armirani beton (po odbitku nosivosti podužne armature) sve do dostizanja maksimalnih napona. (Prema pojedinim istraživačima nosivosti utegnutih uzoraka može biti do 20% veća, za uobičajene brzine nanošenja opterećenja).

Medjutim, pri naprezanjima koja su jednaka jednoaksijalnoj čvrstoći, poprečne deformacije betona značajno rastu usled progresivnog nastajanja unutrašnjih prslina u betonu. U težnji da se raširi, beton napreže uzengije. Reaktivno delujući na beton, uzengije vrše utezanje jezgra betonskog preseka. Betonski element ne doživljava krt lom, već prvo otpada zaštitni sloj pri dilatacijama od 3-4%, dok jezgro obuhvaćeno uzengijama može i dalje da prenese deo naprezanja uz porast podužnih dilatacija.

Do loma dolazi tek pošto se iscrpi nosivost uzengija i dodje do njihovog kidanja ili do izbočavanja pritiskute armature.

Na slici 2.4. uticaj uzengija se ogleda u postojanju znatno duže silazne grane krive  $\sigma_b - \epsilon_b$ . Dakle, uzengije ne utiču bitno na povećanje nosivosti, ali omogućuju postizanje značajno

većih dilatacija utegnuto delu betona pre loma.



Sl. 2.4.

Uticaj poprečne armature je izrazit kod spiralno armiranih elemenata jer kružni oblik spirala omogućuje ravnomerno raspoređivanje sila pritiska na beton, što odgovara višeaksijalnom naponskom stanju. Pravougaone uzengije obezbeđuju utezanje lučnim dejstvom između šipki kako poprečne tako i podužne armature i manje su efikasne jer je utegnuta zona betona u suštini manja od jezgra obuhvaćenog uzengijama.

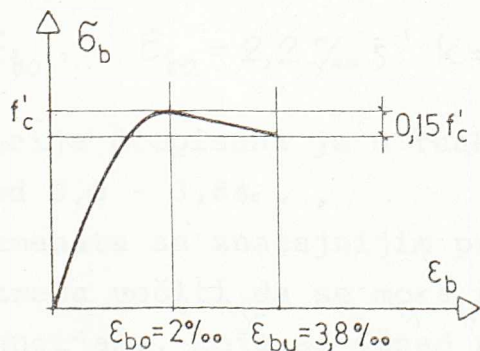
Oblik silazne grane krive  $\sigma_b - \epsilon_b$  je funkcija više parametara:

- procenta armiranja uzengijama - što je količina uzengija veća nagib silazne grane je blaži,
- granice tečenja čelika za uzengije - što je čelik kvalitetniji kasnije dolazi do njegovog iscrpljenja i postižu se veće granične dilatacije,
- odnosa razmaka uzengija i dimenzija preseka utegnuto jezgra - manji razmak obezbeđuje utezanje veće površine jezgra,
- odnosa prečnika poprečne armature i slobodne dužine uzengije (krutost uzengije) - veći prečnici omogućuju bolje utezanje jezgra,
- rasporeda i veličine podužne armature - koja na isti način kao i poprečna sudeluje u obezbeđenju lučnog dejstva u betonu,
- kvaliteta betona - betoni nižih čvrstoća imaju veću maksimalnu dilataciju,
- brzine nanošenja opterećenja - za brži prirast dilatacija nagib silazne grane je blaži.

### 2.1.3. Raspored napona u pritisnutoj zoni betonskog preseka elementa opterećenog na savijanje

Zadržavajući Bernulijevu pretpostavku o linearnom rasporedu dilatacija po visini preseka, za elemente opterećene na savijanje, oblik dijagrama naprezanja u pritisnutoj zoni betona iznad neutralne linije približno odgovara dijagramu naprezanja betona pri jednoaksijalnom opitu za različite nivoe opterećenja. Veći broj ispitivanja uzoraka pri kratkotrajnom opterećenju, koje su sprovedeli Hognestad i Rüschi, pokazala su da je maksimalni napon pritiska ( $f'_c$ ) koji se ostvaruje pri čistom savijanju za više čvrstoće betona nešto manji (do oko 10%) od čvrstoće pri jednoaksijalnom opitu ( $f_c$ ). Ovo se objašnjava razlikom u veličini i obliku pritisnute zone betona. Pri istim ispitivanjima na čisto savijanje konstatovane su i maksimalne dilatacije pritisnutih vlakana betona koje su se kretale od 3,0 do 3,8%.

Na bazi ovih istraživanja Hognestad je predložio i računski model za vezu napon-dilatacija za pritisnutu zonu betonskog elementa opterećenog na savijanje, kako je prikazano na slici 2.5.



sl. 2.5.

$$\sigma_b = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} - \frac{\varepsilon_b^2}{\varepsilon_{b0}^2} \right] \quad \text{za} \quad 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b0} \quad (2.1)$$

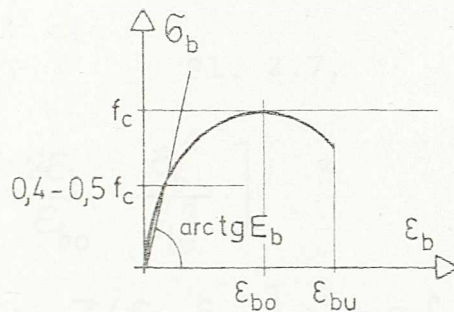
$$\sigma_b = f'_c \left[ 1 - 0,15 \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b0}}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_{b0}} \right] \quad \text{za} \quad \varepsilon_{b0} \leq \varepsilon_b < \varepsilon_{bu} \quad (2.2)$$

Uzlazna grana odgovara kvadratnoj paraboli sa maksimalnim



naponom  $f'_c = k \cdot f_c$  pri dilataciji od 2‰, dok je silazna grana linearna sa maksimalnom dilatacijom od 3,8‰ pri naponu od  $0,85 \cdot f'_c$ . Koeficijent  $k$  uzima vrednosti od 0,92 do 1,0 u zavisnosti od marke betona.

Model propisa CEB-FIP 1978 predlaže vezu  $\sigma_b - \epsilon_b$  za kratkotrajno dejstvo opterećenja u obliku kako je prikazano na slici 2.6.



Sl. 2.6.

gde su:

$$\sigma_b = f_c (k\eta - \eta^2) / [1 + (k-2)\eta] \quad (2.3)$$

$$\eta = \epsilon_b / \epsilon_{bo}, \quad \epsilon_{bo} = 2,2 \text{ ‰}, \quad k = 1,1 E_b \epsilon_{bo} / f_c \quad (2.4)$$

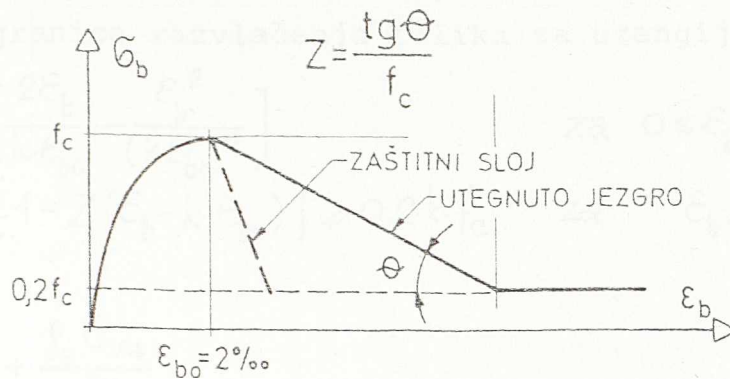
Maksimalna dilatacija propisana je u funkciji marke betona takođe u granicama od 3,0 - 3,8‰.

Kod savijanih elemenata sa značajnijim prisustvom poprečne armature (uzengija) treba uočiti da se mora razlikovati jezgro betona obuhvaćeno uzengijama, koje se iznad neutralne linije ponaša kao utegnuto beton, od zaštitnog sloja kome odgovaraju osobine nearmiranog betona.

Pri opitu na savijanje u fazi opterećenja do dostizanja maksimalnog napona  $f_c$  nema razlike u ponašanju utegnutog i neutegnutog betona. Daljim porastom dilatacija prvo dolazi do otpadanja zaštitnog sloja pri dilatacijama od 3 do 4‰, dok je jezgro u stanju da prenese deo napona uz značajno veće dilatacije.

Na slici 2.7. prikazan je predlog Kenta i Parka za vezu  $\sigma_b - \epsilon_b$  za beton utegnuto pravougaonim uzengijama.





sl. 2.7.

$$\sigma_b = f_c \left[ \frac{2\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} - \frac{\varepsilon_b^2}{\varepsilon_{b0}^2} \right] \quad \text{za } 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b0} \quad (2.5)$$

$$\sigma_b = f_c [1 - Z(\varepsilon_b - \varepsilon_{b0})] \geq 0,2 f_c \quad \text{za } \varepsilon_b \geq \varepsilon_{b0} \quad (2.6)$$

Za uzlaznu granu krive predložena je kvadratna parabola drugog stepena, sa maksimalnom ordinatom  $f_c$  pri dilataciji od  $\varepsilon_{b0} = 2\%$  (jednačina 2.5). Za silaznu granu krive predložena je linearna funkcija (jednač. 2.6) čiji nagib zavisi od veličine  $Z$ , koja je definisana kao

$$Z = \frac{\operatorname{tg} \theta}{f_c} = \frac{0,5}{\frac{3 + 0,29 f_c}{145 f_c - 1000} + \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b''}{e_u}} - 0,002} \quad (2.7)$$

U izrazu (2.7) veličine predstavljaju:

$f_c$  - čvrstoću cilindra 15x30 cm u MPa

$\rho_s$  - odnos zapremine uzengija i zapremine utegnuto jezgra koje pripada jednoj uzengiji, mereno od spoljne strane uzengije

$b''$  - širina utegnuto jezgra

$e_u$  - međjusobni razmak uzengija.

Predlog obuhvata uticaj kvaliteta betona, procenta armiranja uzengijama i uticaj veličine jezgra. Za  $\rho_s = 0$  dobija se nagib za neutegnuto beton (zaštitni sloj).

Predlog je 1982. godine modifikovan korekcionim faktorom

koji obuhvata doprinos kvaliteta upotrebljenog čelika za uzengije (  $\sigma_{vu}$  = granica razvlačenja čelika za uzengije):

$$\sigma_b = k \cdot f_c \left[ \frac{2\varepsilon_b}{k \cdot \varepsilon_{b0}} - \frac{\varepsilon_b^2}{(k \varepsilon_{b0})^2} \right] \quad \text{za } 0 \leq \varepsilon_b \leq k \cdot \varepsilon_{b0} \quad (2.8)$$

$$\sigma_b = k \cdot f_c \left[ 1 - Z(\varepsilon_b - k \cdot \varepsilon_{b0}) \right] \geq 0,2 \cdot k \cdot f_c \quad \text{za } \varepsilon_b \geq k \cdot \varepsilon_{b0} \quad (2.9)$$

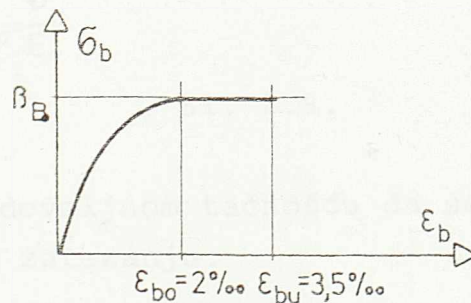
gde je

$$k = 1 + \frac{\rho_s \sigma_{vu}}{f_c} \quad (2.10)$$

$$Z = \frac{0,5}{\frac{3 + 0,29 f_c}{145 f_c - 1000} + \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{1''}{e_u}} - 0,002 \cdot k} \quad (2.11)$$

2.1.4. Veza napon-dilatacija prema Nacrtu pravilnika o tehničkim normativima za beton i armirani beton

Nacrt našeg novog Pravilnika definiše vezu  $\sigma_b - \varepsilon_b$ , za opterećenja kratkotrajnog karaktera, kako je prikazano na slici 2.8. i jednačinama (2.12) i (2.13).



Sl. 2.8.

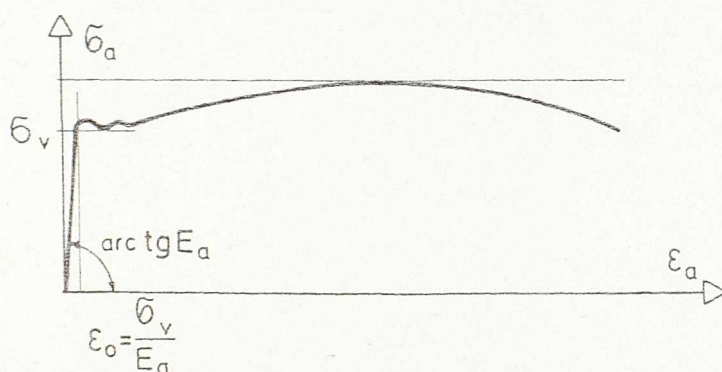
$$\sigma_b = \beta_B \left( \frac{2\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} - \frac{\varepsilon_b^2}{\varepsilon_{b0}^2} \right) \quad \text{za } 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b0} \quad (2.12)$$

$$\sigma_b = \beta_B \quad \text{za } \varepsilon_{b0} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bu} \quad (2.13)$$

Uzlazna grana krive definisana je kao parabola drugog stepena sa temenom koje odgovara dilataciji od  $\varepsilon_{b0} = 2\text{‰}$ , a zatim je propisana horizontala do maksimalne dilatacije  $\varepsilon_{bu} = 3,5\text{‰}$ .

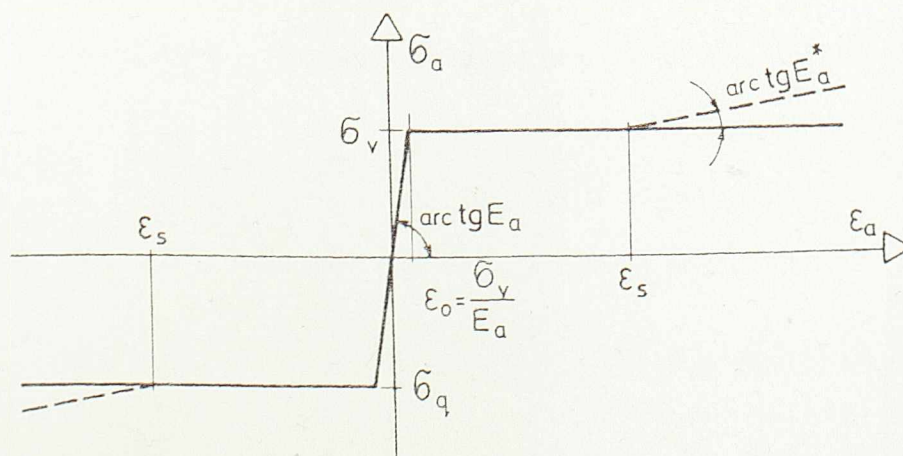
## 2.2. ČELIK

Tipična veza napon-dilatacija za čelik koji se upotrebljava u armiranobetonskim konstrukcijama (slika 2.9) ispituje se pri monotono rastućoj zatežućoj sili. Kriva zavisnosti sadrži elastični deo sve do dostizanja granice razvlačenja čelika, plastičnu zaravan i zonu ojačanja u kojoj rastom dilatacija ponovo rastu naponi. Modul elastičnosti armature definisan je nagibom linearne elastične veze do dostizanja granice razvlačenja i obično iznosi oko  $E_a = 2 \cdot 10^5$  MPa.



Sl. 2.9.

Može se uzeti sa dovoljnom tačnošću da se čelik pri pritisku ponaša isto kao pri zatezanju.



Sl. 2.10.



Uobičajeni računski model za čelik usvaja se kao za elasto-plastični materijal (sl. 2.10) s tim što se može u obzir uzeti i zona ojačanja. Propisi većine zemalja usvajaju bilinearni dijagram sa ograničenom ili neograničenom dilatacijom u armaturi pri naponima jednakim granici razvlačenja.

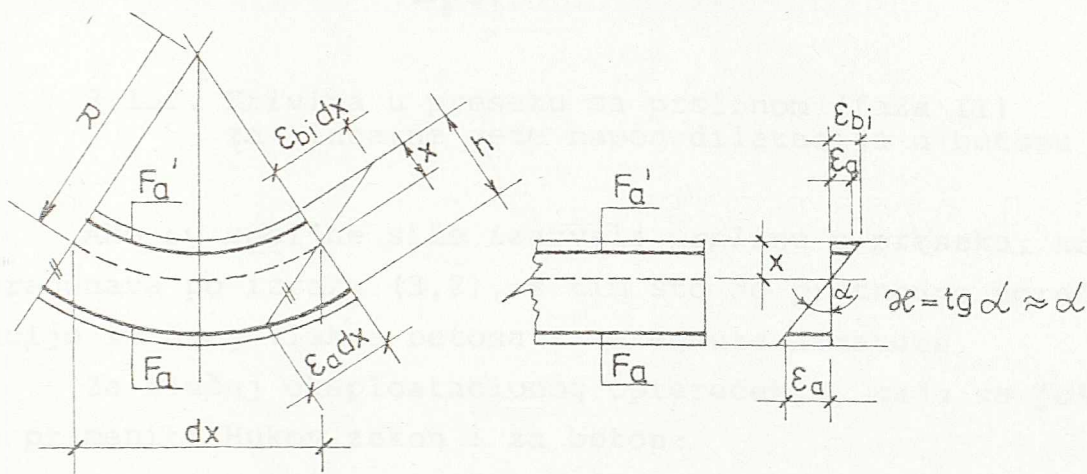
$$\bar{\sigma}_a = E_a \cdot \varepsilon_a \quad \text{za} \quad \varepsilon_a \leq \varepsilon_0 \quad (2.14)$$

$$\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_v \quad \text{za} \quad \varepsilon_0 \leq \varepsilon_a \leq \varepsilon_s \quad (2.15)$$

$$\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_v + E_a^* (\varepsilon_a - \varepsilon_s) \quad \text{za} \quad \varepsilon_a \geq \varepsilon_s \quad (2.16)$$

### 3. VEZA MOMENT-KRIVINA ZA PRESEK ARMIRANOBETONSKOG ELEMENTA

#### 3.1. Krivina u preseku armiranobetonskog elementa



Sl. 3.1.

Krivina ( $\mathcal{K}$ ) se u preseku može odrediti, usvajajući hipotezu ravnih preseka, iz poznatih dilatacija (sl. 3.1), kao:

$$\frac{dx}{R} = \frac{\epsilon_{bi} dx}{x} = \frac{\epsilon_a dx}{h-x} \quad (3.1)$$

$$\mathcal{K} = \frac{1}{R} = \frac{\epsilon_{bi}}{x} = \frac{\epsilon_a}{h-x} = \frac{\epsilon_{bi} + \epsilon_a}{h} \quad (3.2)$$

Geometrijski, krivina predstavlja veličinu nagiba dijagrama dilatacija.

#### 3.1.1. Krivina u homogenom preseku (faza I)

Ako spoljne sile izazivaju male napone, tako da se ne prekorači nosivost betona na zatezanje, pod pretpostavkom da se pri tako malim naprežanjima beton ponaša elastično, krivina homogenog preseka se može izraziti u obliku:

$$\mathcal{K} = \frac{M}{E_b J_I} \quad (3.3)$$

gde je  $J_I$  - moment inercije homogenog idealizovanog preseka. U praktičnim proračunima često se  $J_I$  zamenjuje sa momentom inercije čistog betonskog preseka ( $J_b$ ), zanemarujući pri tom uticaj armature. Dakle

$$\mathcal{K} = \frac{M}{E_b J_b} \quad (3.4)$$

### 3.1.2. Krivina u preseku sa prslinom (faza II) za linearne veze napon-dilatacija u betonu

Ako su spoljne sile izazvale prslinu u preseku, krivina se sračunava po izrazu (3.2), s tim što se prethodno odrede dilatacije ivičnog vlakna betona i zategnute armature.

Za slučaj eksploatacionog opterećenja, kada se još uvek može primeniti Hukov zakon i za beton:

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b \quad (3.5)$$

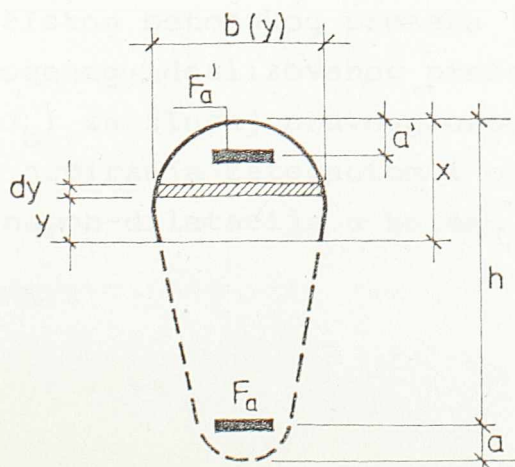
položaj neutralne linije u preseku za slučaj čistog savijanja je funkcija geometrijskih karakteristika preseka i odnosa  $n = E_a/E_b$  i poklapa se sa težištem aktivnog preseka. (Aktivni presek sačinjava pritisnuta zona betona, pritisnuta i zategnuta armatura). Tada se krivina može izraziti kao:

$$\mathcal{K} = \frac{\varepsilon_{bi} + \varepsilon_a}{h} = \frac{M}{E_b \cdot J_{II}} \quad (3.6)$$

gde je:

$J_{II}$  - moment inercije aktivnog (isprskallog) preseka.

Za presek proizvoljnog oblika  $J_{II}$  se može odrediti (sl. 3.2) kao:



Sl. 3.2.

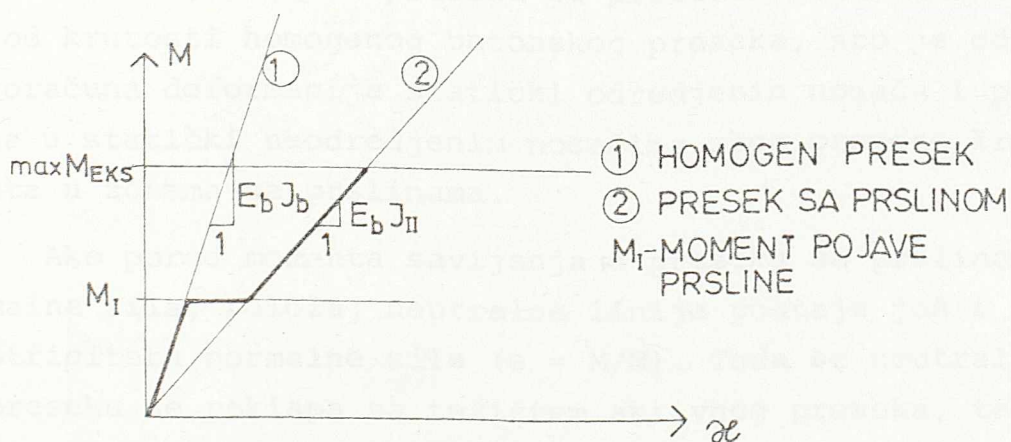
$$J_{II} = \int_{y=0}^{y=x} b(y) y^2 dy + nF_a(h-x)^2 + nF_a'(x-a')^2 \quad (3.7)$$

s tim da se položaj neutralne linije odredi iz uslova ravnoteže. Rastojanje neutralne linije od pritisnute ivice betona ( $x$ ) je konstantno za nivo napona dokle važi Hukov zakon, pa je  $J_{II} = \text{const.}$ . Na primer za pravougaoni poprečni presek:

$$x = s \cdot h = h \cdot n \mu \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2(\mu + \mu' \frac{a'}{h})}{n(\mu + \mu')^2}} \right] \quad (3.8)$$

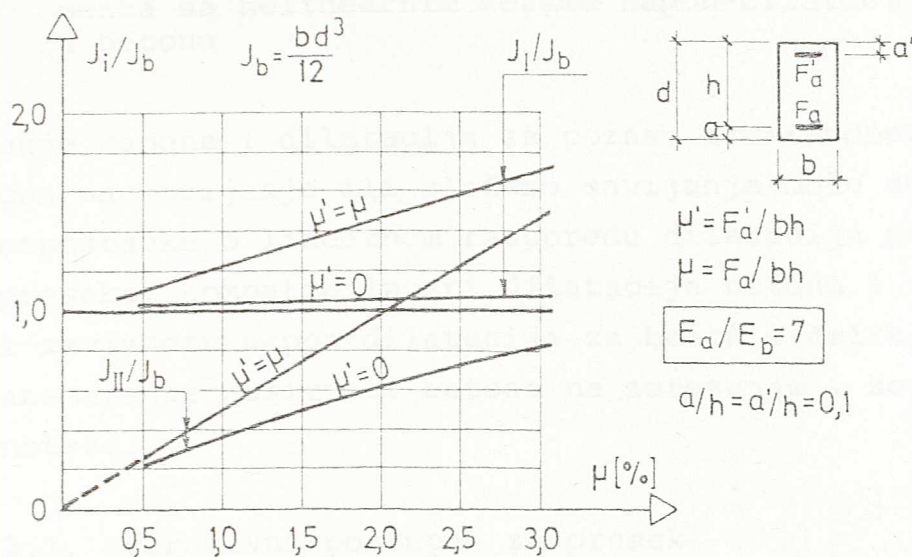
$$J_{II} = \frac{b \cdot x^3}{3} + nF_a(h-x)^2 + nF_a'(x-a')^2 = bh^3 \left[ \frac{s^3}{3} + n\mu(1-s)^2 + n\mu'(s - \frac{a'}{h})^2 \right] \quad (3.9)$$

Zavisnost momenat-krivina za presek može se, za linearne veze prikazati kao kombinacija linearnih funkcija (sl. 3.3).



Sl. 3.3.

Na sl. 3.4 prikazan je odnos momenata inercije preseka sa prslinom ( $J_{II}$ ) i čistog betonskog preseka ( $J_b$ ), kao i odnos momenata inercije homogenog idealizovanog preseka ( $J_I$ ) i čistog betonskog preseka ( $J_b$ ) za slučaj pravougaonog poprečnog preseka, u funkciji procenta armiranja zategnutom i pritisnutom armaturom, za linearne veze napon-dilatacija u betonu.



Sl. 3.4

Kao što se vidi, krutost preseka sa prslinom može biti značajno manja od krutosti homogenog betonskog preseka, što je od značaja kod proračuna deformacija statički određenih nosača i proračuna uticaja u statički neodređenim nosačima zbog promene krutosti elementa u zonama sa prslinama.

Ako pored momenta savijanja u preseku sa prslinom deluje i normalna sila, položaj neutralne linije postaje još i funkcija ekscentriciteta normalne sile ( $e = M/N$ ). Tada se neutralna linija u preseku ne poklapa sa težištem aktivnog preseka, tako da prvo treba odrediti položaj neutralne linije, zatim težište aktivnog preseka, pa zatim u odnosu na težište sračunati moment inercije aktivnog preseka ( $J_{II}$ ). U tom slučaju važi jednačina (3.6).

Moguće je, međjutim, uspostaviti vezu u obliku pogodnijem za proračun:

$$\mathcal{X} = \frac{M_a}{E_b J'_{II}} \quad (3.10)$$

gde je:

$M_a$  - moment savijanja oko zategnute armature i

$$J'_{II} = \int_{y=0}^{y=x} b(y) y (h-x+y) dy + n F_a' (h-a') (x-a') \quad (3.11)$$

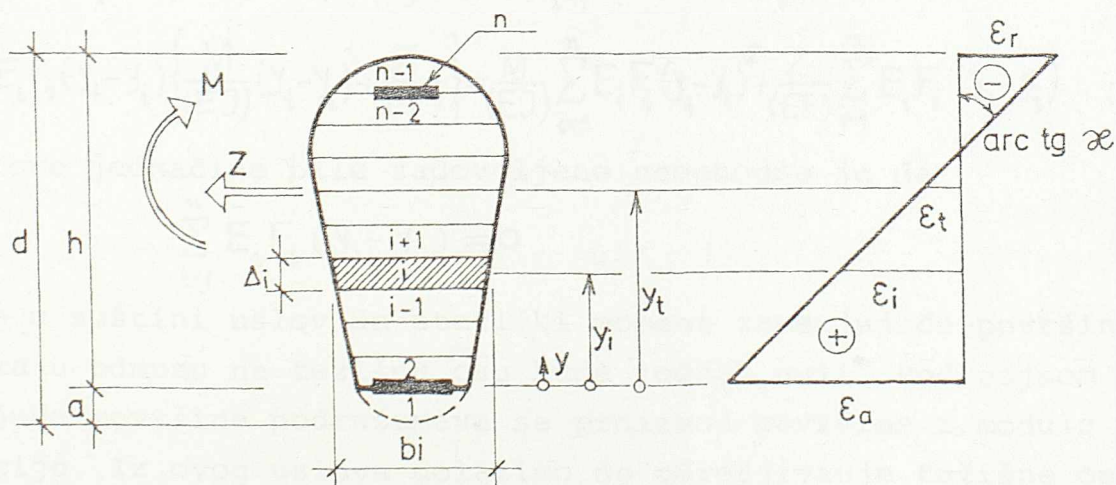


3.2. Odredjivanje napona, dilatacija i krivine u preseku sa prslinom armiranobetonskog elementa sa nelinearnim vezama napon-dilatacija u betonu

Stanje napona i dilatacija za poznat armiranobetonski presek opterećen na savijanje ili složeno savijanje može se odrediti na bazi pretpostavke o linearnom rasporedu dilatacija po visini poprečnog preseka, kompatibilnosti dilatacija betona i armature, poznavajući zavisnost napon-dilatacija za beton i čelik, uz uobičajeno zanemarenje nosivosti betona na zatezanje i koristeći uslove ravnoteže.

3.2.1. Iterativni postupak za presek proizvoljnog oblika

Razmatra se opšti slučaj preseka proizvoljnih geometrijskih karakteristika (sl. 3.5), opterećenog momentom savijanja i aksijalnom silom. Presek se izdela na slojeve, po mogućnosti ekvidistantne. Neka je za svaki sloj "i" definisan na neki način i modul deformacije  $E_i$ . Koristeći se hipotezom ravnih preseka veličina krivine ( $\varkappa$ ) u preseku i dilatacija težišnog vlakna ( $\varepsilon_t$ ) mogu se izraziti kao:



Sl. 3.5

$$\varkappa = \frac{M}{(EJ)} = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_t}{y_t - y_i} \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_t = \frac{Z}{(EF)} \quad (3.13)$$

gde su (EJ) i (EF) zasada nepoznate konstante.

Koristeći geometrijsku proporcionalnost, dilatacija pojedinog sloja može se izraziti kao

$$\varepsilon_i = \alpha (y_t - y_i) + \varepsilon_t = \frac{M}{(EJ)} (y_t - y_i) + \frac{Z}{(EF)} \quad (3.14)$$

Za svaki pojedini sloj dilatacija se može izraziti i kao količnik napona i modula deformacije sloja:

$$\varepsilon_i = \frac{\tilde{\sigma}_i}{E_i} \quad (3.15)$$

pri čemu se za nelinearne veze napon-dilatacija mora računati sa sekantnim modulom deformacije ( $E_{si}$ ).

Uslovi ravnoteže sila u preseku su:

$$Z = \sum_{i=1}^n \tilde{\sigma}_i F_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i E_i F_i \quad (3.16)$$

$$M = \sum_{i=1}^n \tilde{\sigma}_i F_i (y_t - y_i) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i E_i F_i (y_t - y_i) \quad (3.17)$$

Zamenom izraza (3.14) u uslove ravnoteže dobija se:

$$Z = \sum_{i=1}^n E_i F_i \left\{ \frac{M}{(EJ)} (y_t - y_i) + \frac{Z}{(EF)} \right\} = \frac{Z}{(EF)} \sum_{i=1}^n E_i F_i + \frac{M}{(EJ)} \sum_{i=1}^n E_i F_i (y_t - y_i) \quad (3.18)$$

$$M = \sum_{i=1}^n E_i F_i (y_t - y_i) \left\{ \frac{M}{(EJ)} (y_t - y_i) + \frac{Z}{(EF)} \right\} = \frac{M}{(EJ)} \sum_{i=1}^n E_i F_i (y_t - y_i)^2 + \frac{Z}{(EF)} \sum_{i=1}^n E_i F_i (y_t - y_i) \quad (3.19)$$

Da bi ove jednačine bile zadovoljene neophodno je da

$$\sum_{i=1}^n E_i F_i (y_t - y_i) = 0 \quad (3.20)$$

što je u suštini uslov da statički moment zamenjujuće površine preseka u odnosu na težišnu osu bude jednak nuli. Pod pojmom zamenjujuće površine podrazumeva se proizvod površine i modula deformacije. Iz ovog uslova dolazimo do određivanja težišne ose preseka kao:

$$y_t \sum_{i=1}^n E_i F_i = \sum_{i=1}^n E_i F_i y_i = 0 \quad (3.21)$$

$$y_t = \frac{\sum_{i=1}^n E_i F_i y_i}{\sum_{i=1}^n E_i F_i} \quad (3.22)$$

Da bi jednačine ravnoteže bile u potpunosti zadovoljene očigledno mora biti:

$$(EF) = \sum E_i F_i \quad (3.23)$$

$$(EJ) = \sum E_i F_i (y_t - y_i)^2 \quad (3.24)$$

Izraz za dilatacije može se u konačnom obliku napisati kao:

$$\epsilon_i = \frac{M(y_t - y_i)}{\sum_{i=1}^n E_i F_i (y_t - y_i)^2} + \frac{Z}{\sum_{i=1}^n E_i F_i} \quad (3.25)$$

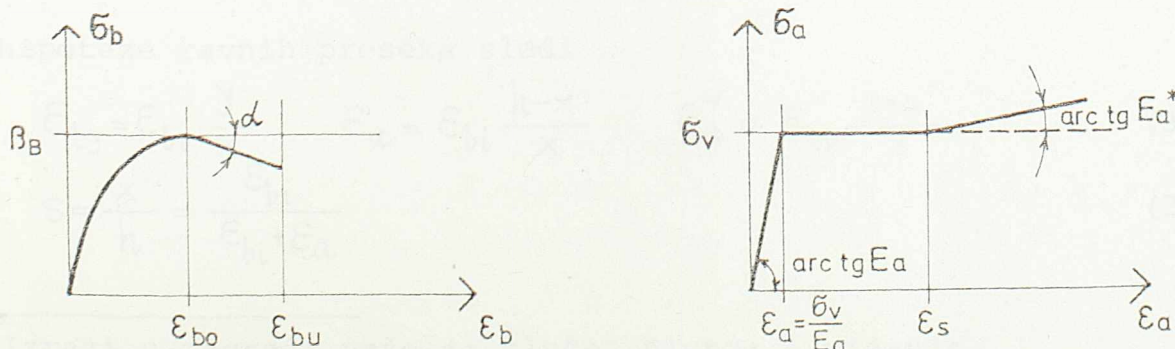
Ako se želi da iz proračuna isključi zategnuta zona betona za slojeve preseka koji su zategnuti usvaja se  $F_i = 0$ .

Postupak za proračun je iterativan, polazi se od homogenog preseka sa konstantnim modulima deformacije za beton i čelik i sračunaju se odgovarajuće dilatacije za poznate spoljne sile. Iz rešenje prve iteracije iz poznatih veza napon-dilatacija za beton i čelik određuju se sekantni moduli deformacija pojedinih slojeva i postupak se ponavlja, sve dok razlike između dve susedne iteracije ne bude zanemarljivo mala.

Algoritam je detaljno prikazan u referenci / 8 / i pogodan je za analizu preseka proizvoljnog oblika sa bilo kakvim odgovarajućim oblikom veza napon-dilatacija za beton i čelik.

### 3.2.2. Analitički izrazi za pravougaone poprečne preseke

Za jednostavne oblike poprečnih preseka, kao što je uobičajeni pravougaoni, moguće je do rešenja doći postavljanjem analitičkih izraza. Neka su veze između napona i dilatacija za beton i čelik predpostavljene kao na sl. 3.6. (jednačine 3.26-3.30).



Sl. 3.6.

$$\bar{\sigma}_b = \beta_B \left( \frac{2\varepsilon_b}{\varepsilon_{bo}} - \frac{\varepsilon_b^2}{\varepsilon_{bo}^2} \right) \quad 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bo} \quad (3.26)$$

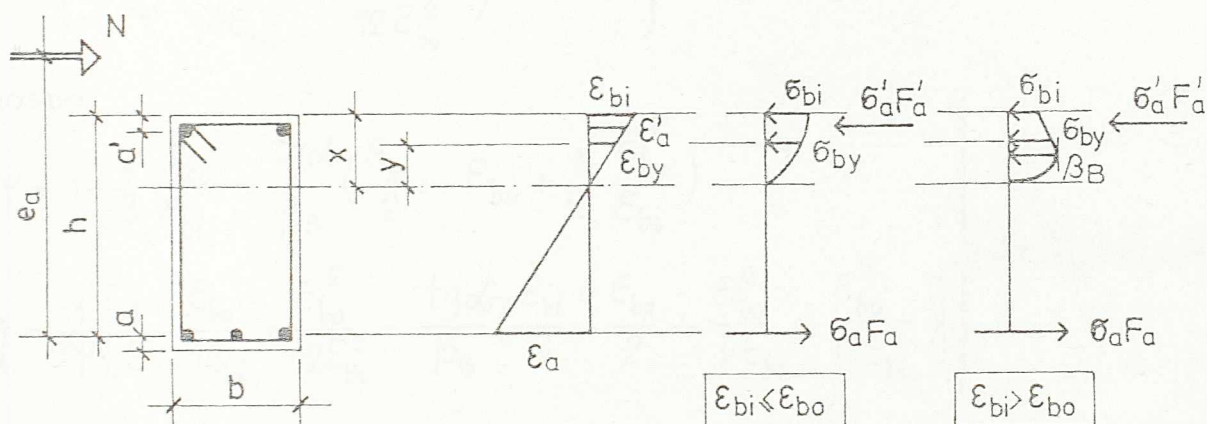
$$\bar{\sigma}_b = \beta_B \left[ 1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\beta_B} (\varepsilon_b - \varepsilon_{bo}) \right] \quad \varepsilon_{bo} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{bu} \quad (3.27)$$

$$\bar{\sigma}_a = E_a \varepsilon_a \quad 0 \leq \varepsilon_a \leq \bar{\sigma}_v / E_a \quad (3.28)$$

$$\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_v \quad \bar{\sigma}_v / E_a \leq \varepsilon_a \leq \varepsilon_s \quad (3.29)$$

$$\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_v + E_a^* (\varepsilon_a - \varepsilon_s) \quad \varepsilon_a \geq \varepsilon_s \quad (3.30)$$

Postavljajući uslove ravnoteže za pravougaoni poprečni presek (sl. 3.7) dobija se:



Sl. 3.7

$$\sum N = 0 \Rightarrow \int_{y=0}^{y=x} \bar{\sigma}_b(y) b \cdot dy + F'_a \bar{\sigma}'_a - F_a \bar{\sigma}_a = N \quad \dots (O)^* \quad (3.31)$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow \int_{y=0}^{y=x} \bar{\sigma}_b(y) (h-x+y) b dy + F'_a \bar{\sigma}'_a (h-a') = N \cdot e_a \quad \dots (M)^* \quad (3.32)$$

Iz hipoteze ravnih preseka sledi

$$\varepsilon_{by} = \varepsilon_{bi} \frac{y}{x} \quad \varepsilon_a = \varepsilon_{bi} \frac{h-x}{x} \quad \varepsilon'_a = \varepsilon_{bi} \frac{x-a'}{x} \quad (3.33)$$

$$s = \frac{x}{h} = \frac{\varepsilon_{bi}}{\varepsilon_{bi} + \varepsilon_a} \quad (3.34)$$

\*) Izrazi u zagradi važe za slučaj čistog savijanja.

Iz uslova ravnoteže, posle integracije, dobija se

$$\Psi s + \mu' \frac{\bar{\sigma}_a'}{\beta_B} - \mu \frac{\bar{\sigma}_a}{\beta_B} = \frac{N}{bh\beta_B} \dots (0) \quad (3.35)$$

$$\Psi s (1 - s\eta) + \mu' \frac{\bar{\sigma}_a'}{\beta_B} \left(1 - \frac{a'}{h}\right) = \frac{N \cdot e_a}{bh^2\beta_B} \dots \left(\frac{M}{bh^2\beta_B}\right) \quad (3.36)$$

gde su vrednosti  $\Psi$  i  $\eta$  date sledećim izrazima

$$\left. \begin{aligned} \Psi &= \frac{\int_{y=0}^{y=x} \bar{\sigma}_b(y) b dy}{\beta_B b s h} = \frac{\epsilon_{bi}}{\epsilon_{bo}} - \frac{\epsilon_{bi}^2}{3\epsilon_{bo}^2} \\ \eta &= \frac{1}{\Psi} \left( \frac{\epsilon_{bi}}{3\epsilon_{bo}} - \frac{\epsilon_{bi}^2}{12\epsilon_{bo}^2} \right) \end{aligned} \right\} \text{ za } 0 \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{bo} \quad (3.37)$$

odnosno

$$\left. \begin{aligned} \Psi &= 1 - \frac{1}{3} \frac{\epsilon_{bo}}{\epsilon_{bi}} - \frac{\text{tg}\alpha}{\beta_B} \left( \frac{\epsilon_{bi}}{2} - \epsilon_{bo} + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_{bo}^2}{\epsilon_{bi}} \right) \\ \eta &= \frac{1}{\Psi} \left[ \frac{1}{2} - \frac{\epsilon_{bo}}{3\epsilon_{bi}} + \frac{\epsilon_{bo}^2}{12\epsilon_{bi}^2} - \frac{\text{tg}\alpha}{\beta_B} \left( \frac{\epsilon_{bi}}{6} - \frac{\epsilon_{bo}}{2} + \frac{\epsilon_{bo}^2}{2\epsilon_{bi}} - \frac{\epsilon_{bo}^3}{6\epsilon_{bi}^2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \text{ za } \epsilon_{bo} \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{bu} \quad (3.38)$$

Za poznate spoljne uticaje ( $M$ ,  $N$ ) iz uslova ravnoteže mogu se odrediti  $\epsilon_{bi}$  i  $\epsilon_a$  vodeći računa da se naponi u jednačinama (3.26. - 3.30) izraze preko odgovarajućih dilatacija.

### 3.3. Analiza veze moment-krivina za presek armiranobetonskog elementa

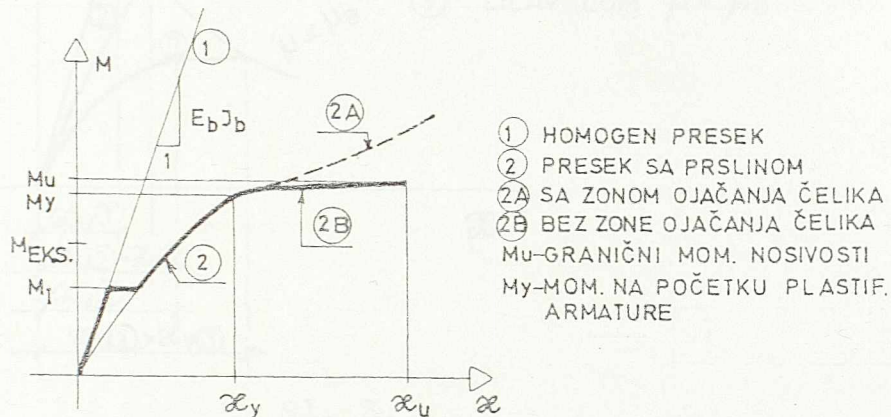
Oblik zavisnosti moment-krivina je bitna karakteristika armiranobetonskog preseka od koje u značajnoj meri zavisi ponašanje armiranobetonskog elementa u celini.

Dijagram zavisnosti moment-krivina se najjednostavnije može odrediti tako što se variraju vrednosti ivičnih dilatacija u betonu, za svaku od njih se iz izraza (3.37) odnosno (3.38) određuju  $\Psi$  i  $\eta$ , a zatim iz uslova ravnoteže (3.35) i (3.36) određuju dilatacija u armaturi i moment savijanja  $M$  (odnosno normalna sila  $N$  za poznat ekscentricitet  $e_a$ ).

Krivina se sračunava, kao što je ranije rečeno, kao

$$\mathcal{K} = \frac{\epsilon_{bi} + \epsilon_a}{h} \quad (3.39)$$

Na slici 3.8 prikazan je kvalitativno dijagram zavisnosti moment-krivina za presek armiranobetonskog elementa koji je opterećen na savijanje, sa nelinearnim vezama napon-dilatacija.



Sl. 3.8.

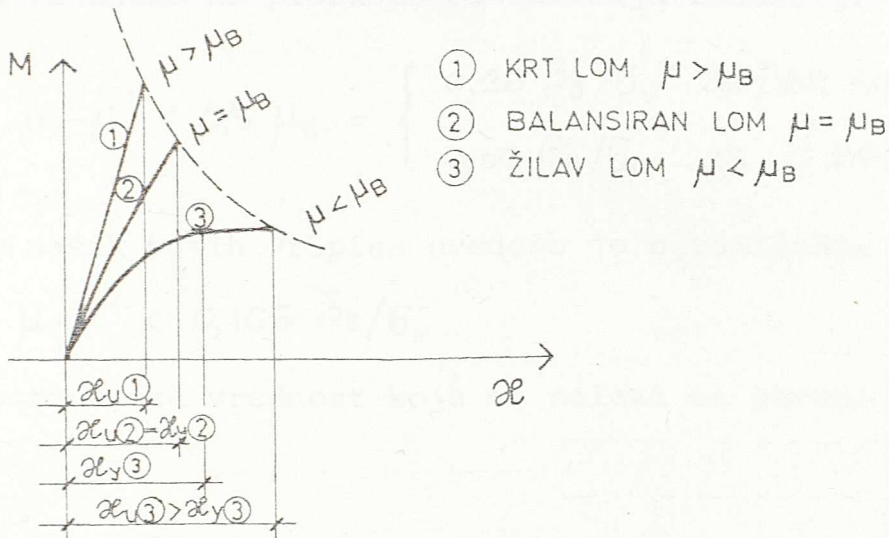
Zavisnost moment-krivina za presek sa prslinom (linija ②) nije više linearna već je krivolinijska (mada dosta bliska linearnoj sve dok naponi u armaturi ne dodju do granice razvlačenja, kada krivina naglo raste). Ako krutost preseka sa prslinom za nelinearne veze napon-dilatacija definišemo kao

$$E \bar{J}_{II} = \frac{M}{\mathcal{K}} \quad (3.40)$$

onda ona geometrijski predstavlja tangens ugla sečice povučene iz koordinatnog početka na krivu zavisnosti. Jasno je da je krutost preseka, pored geometrijskih karakteristika preseka i mehaničkih osobina betona i čelika, još i funkcija veličina opterećenja (momenta savijanja). Krutost blago opada porastom opterećenja sve dok naponi u zategnutoj armaturi ne dostignu granicu razvlačenja, kada naglo opada zbog povećanja dilatacija armature.

Teorijski, lom preseka može biti žilav ili krt. Krt lom nastaje kada dilatacija u betonu dostigne graničnu vrednost pre nego dodje do plastifikacije armature. Žilav lom nastaje dostizanjem graničnih dilatacija betona, ali tek pošto armatura dostigne granicu razvlačenja. Krt lom je nepodesan jer dolazi naglo,

nenajavljen i ne omogućuje preraspodelu statičkih uticaja kod statički neodredjenih nosača zbog male mogućnosti rotacije preseka. Žilav lom omogućuje značajniju preraspodelu uticaja u statički neodredjenim sistemima.



Sl. 3.9.

Na slici 3.9 prikazani su mogući slučajevi veze moment-krivina za krt lom (linija 1), balansirani lom (linija 2) i žilavi lom (linija 3). Balansirani lom nastaje kada dilatacije u betonu dostižu graničnu vrednost istovremeno kad dilatacija u zategnutoj armaturi dostiže  $\epsilon_a = \frac{\sigma_v}{E_a}$  (napon u armaturi dostiže granicu razvlačenja). Izbalansiranom lomu odgovara neki procenat armiranja preseka  $\mu = \mu_B$ .

U preseccima u kojima je  $\mu > \mu_B$  dolazi do krtog loma, dok preseccima sa  $\mu < \mu_B$  odgovara žilavi lom.

Za vezu  $\sigma_b - \epsilon_b$  po predlogu našeg novog Pravilnika, pravougaonim jednostruko armiranim preseccima odgovara procenat armiranja ( $\mu_B$ ) za izbalansirani lom

$$\mu_B = 0,515 \frac{\beta_B}{\sigma_v} \quad \text{za } \check{C}BR 400/500 \quad (3.41)$$

$$\mu_B = 0,603 \frac{\beta_B}{\sigma_v} \quad \text{za } \check{C} 240/360 \quad (3.42)$$

Ako se u obzir uzme i pritisnuta armatura žilavi lom će se ostvariti ako je ispunjen uslov

$$\mu - \mu' < \mu_B \quad (3.43)$$

Granični slučaj dat izrazom (3.43) mora se korigovati uvodjenjem odgovarajućeg koeficijenta sigurnosti koji bi obezbedio značajniju mogućnost povećanja krivine pri lomu.

Mattock /15/ predlaže da se za praktične slučajeve nosača kod kojih računamo na preraspodelu uticaja zadovolji uslov:

$$\mu - \mu' < 0,5 \mu_B = \begin{cases} 0,26 \beta_B / \sigma_v & \text{za } \check{C}BR 400/500 \\ 0,30 \beta_B / \sigma_v & \text{za } \check{C} 240/360 \end{cases} \quad (3.44)$$

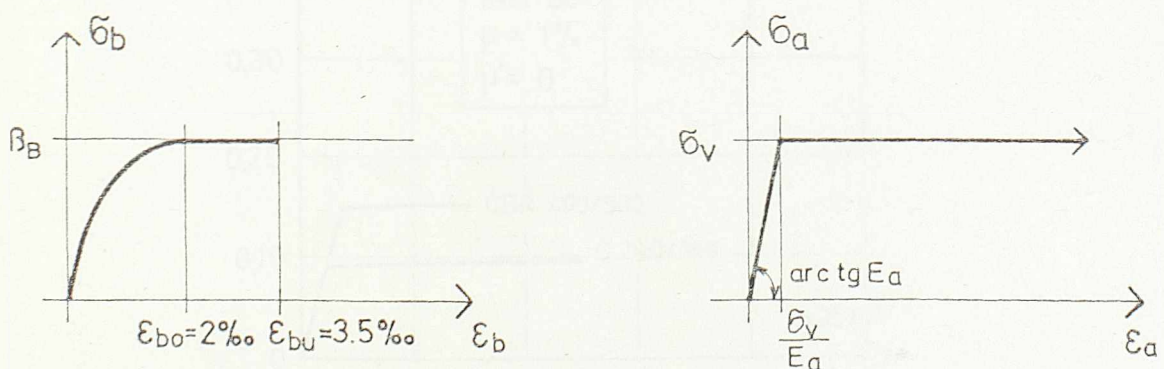
Predlogom naših novih Propisa uvedeno je ograničenje

$$\mu - \mu' < 0,165 \beta_B / \sigma_v \quad (3.45)$$

što je dosta niska vrednost koja se nalazi na strani sigurnosti.

#### 3.4. Analiza parametara koji utiču na vezu moment-krivina za presek armiranobetonskog elementa

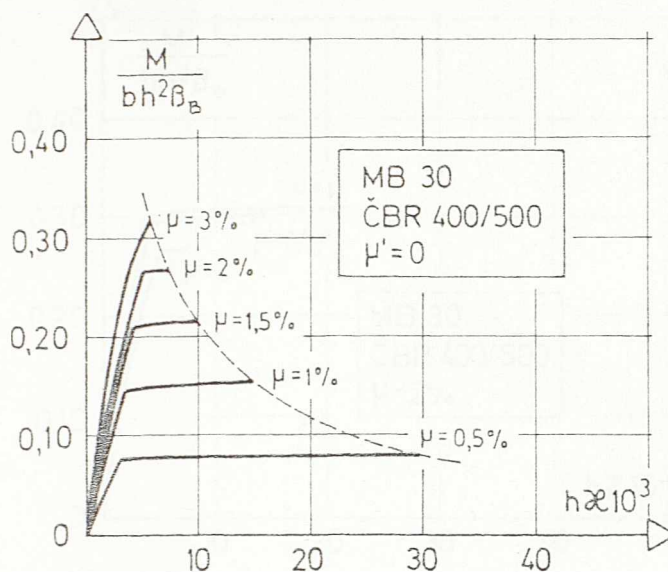
Za analizu je usvojen pravougaoni poprečni presek. Veze napon-dilatacija za beton i čelik usvojene su prema predlogu naših novih propisa (sl.3.10) s tim da nije ograničavana maksimalna veličina dilatacije čelika.



Sl. 3.10.

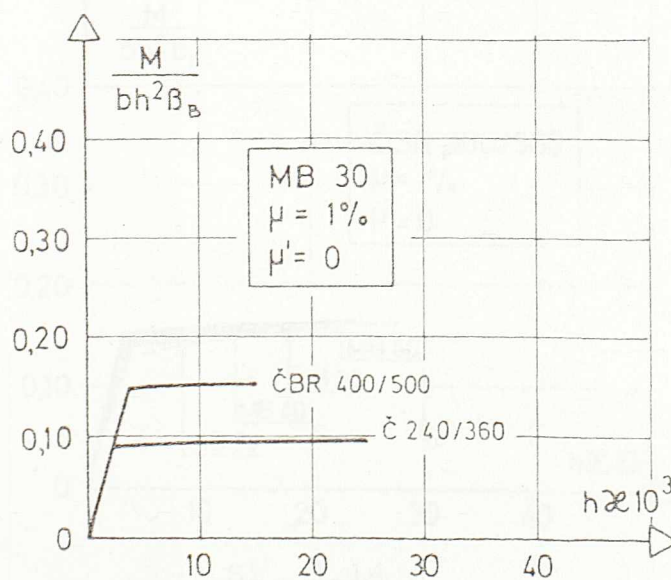
Na slici 3.11. prikazan je uticaj procenta armiranja za-tegnutom armaturom. Porastom procenta armiranja postižu se manje krivine pri istom momentu savijanja (preseci su krući). Vrednosti granične maksimalne krivine opadaju porastom procenta armiranja.





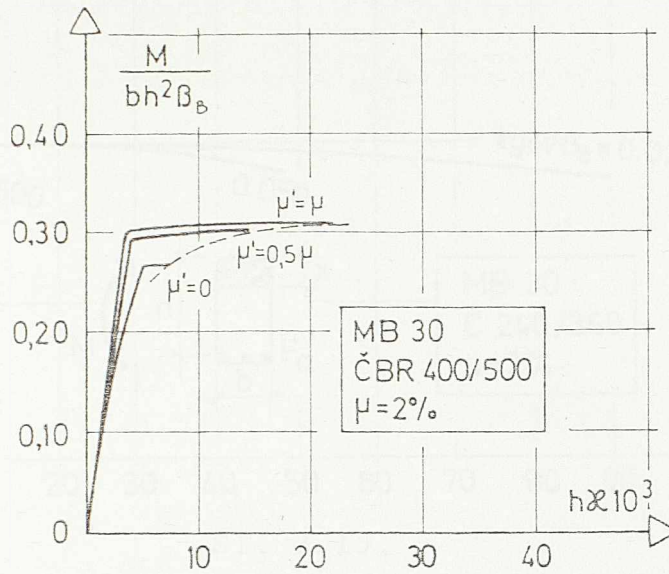
Sl. 3.11.

Na slici 3.12. vidi se uticaj vrste \u010delika. \u010celici sa manjom granicom razvla\u010denja imaju ve\u0107u krivinu pri lomu.



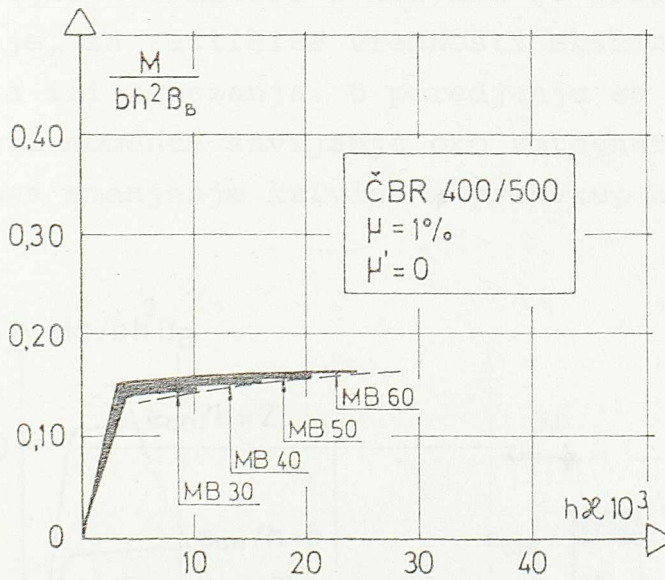
Sl. 3.12.

Pritisnuta armatura zna\u010dajno uti\u010de na pove\u010davanje krivine pri lomu (sl. 3.13), naro\u010dito pri vi\u0161im procentima armiranja.



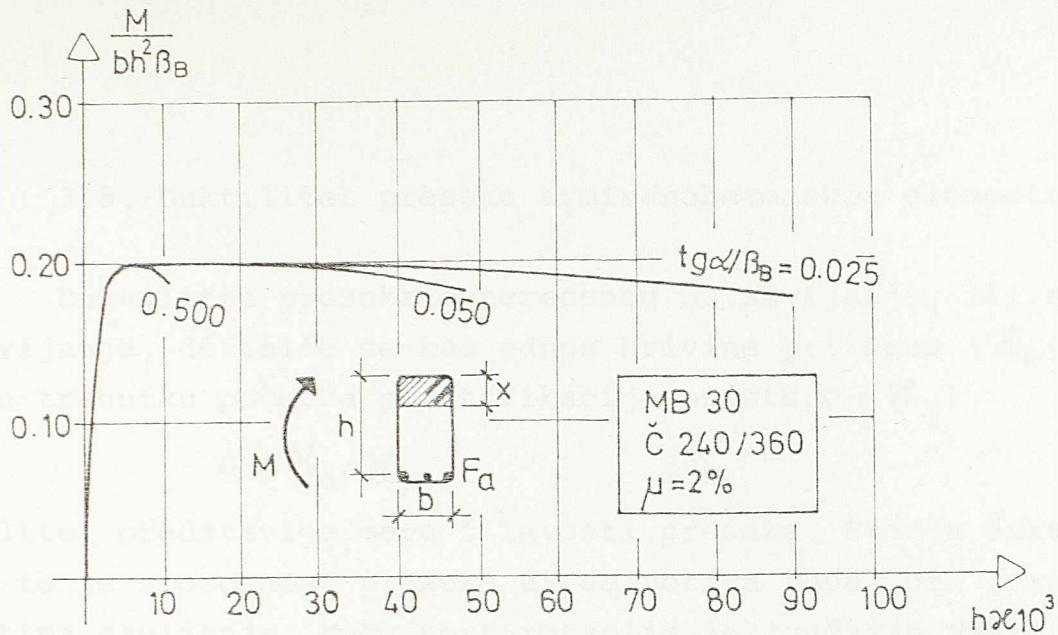
sl. 3.13.

Uticaj marke betona je relativno mali. Kvalitetniji betoni obezbeđuju preseku nešto veće krivine pri lomu (sl. 3.14).



sl. 3.14

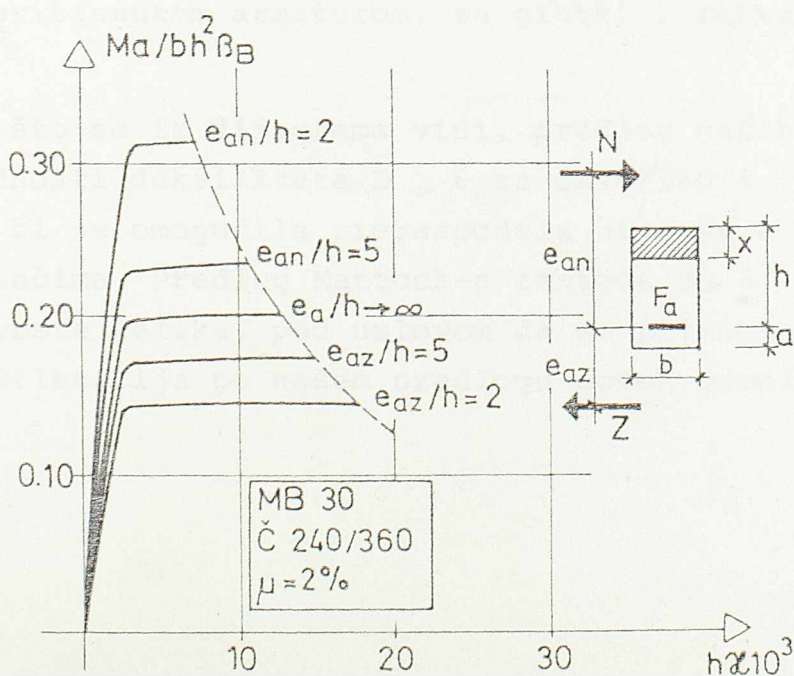
Dijagram na sl. 3.15. prikazuje uticaj uzengija na veličinu krivine pri lomu. Vrednosti su sračunate iz veza (2.5) i (2.6). Variiran je ugao nagiba silazne grane krive  $\sigma_b - \epsilon_b$ . Uzengije mogu obezbediti postizanje znatno veće krivine pri lomu, uzimajući u obzir da se sračunate veličine odnose na jezgro betona utegnuto uzengijama.



Sl. 3.15.

Može se zaključiti da su za ocenu žilavosti preseka najbitniji parametri vrsta čelika, procenat armiranja zategnutom, pritisnutom armaturom i uzengijama.

Na slici 3.16. prikazana je zavisnost izmedju momenta savijanja oko zategnute armature i krivine za presek opterećen na složeno savijanje, za različite vrednosti ekscentriciteta normalne sile pritiska ili zatezanja. U poredjenju sa čistim savijanjem, za iste vrednosti momenta savijanja oko zategnute armature, sila pritiska utiče na smanjenje krivine u preseku, a sila zatezanja je povećava.



Sl. 3.16.

### 3.5. Duktilitet preseka armiranobetonskog elementa

Duktilitet preseka opterećenog na savijanje, ili složeno savijanje, definiše se kao odnos krivine pri lomu ( $\mathcal{K}_u$ ) i krivine u trenutku početka plastifikacije armature ( $\mathcal{K}_y$ ).

$$D = \mathcal{K}_u / \mathcal{K}_y \quad (3.46)$$

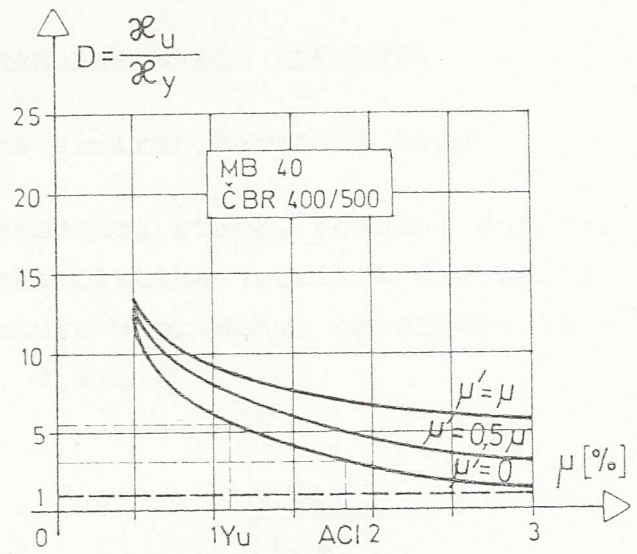
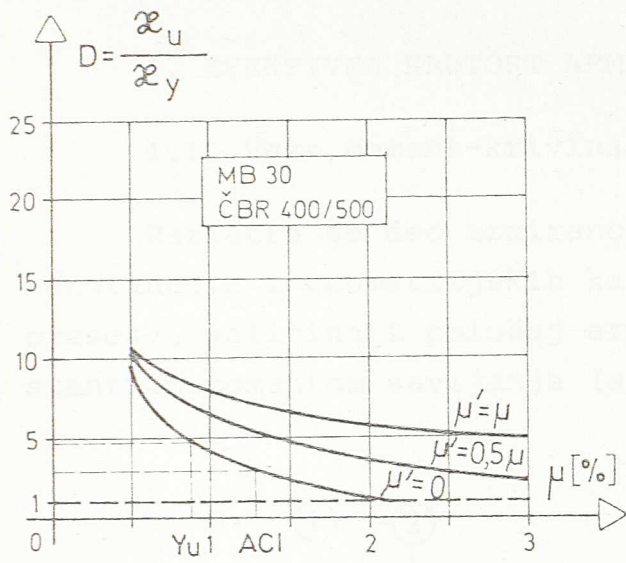
Duktilitet predstavlja meru žilavosti preseka. Što je duktilitet veći, to je sposobnost preseka da se rotira veća, pri graničnim momentima savijanja. Mogućnost rotacije je značajan faktor preraspodele uticaja kod statički neodredjenih nosača.

Za analizu je izabran pravougaoni poprečni presek, opterećen na savijanje, sa vezama napon-dilatacija za beton i čelik po predlogu naših novih propisa, bez ograničenja dilatacije armature.

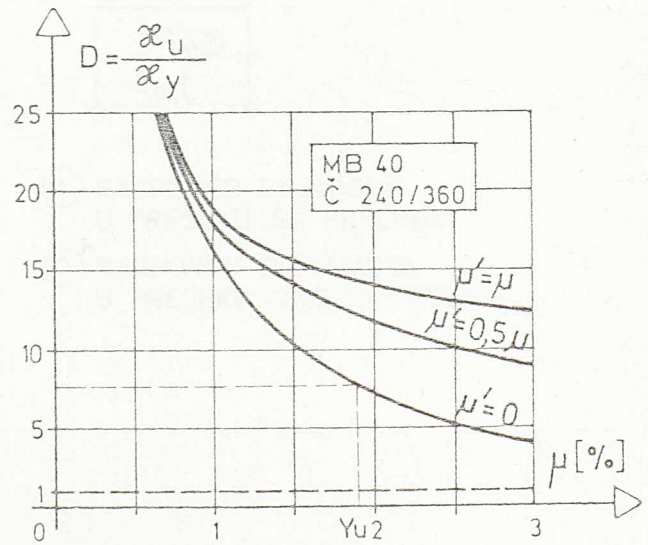
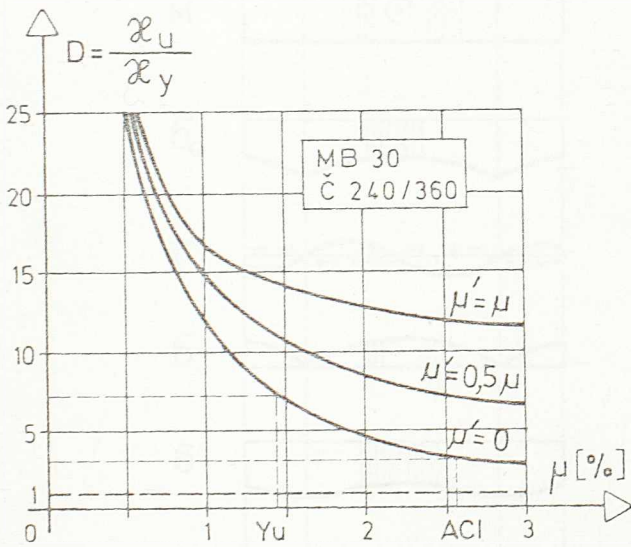
Granična krivina ( $\mathcal{K}_u$ ) sračunava se iz dostignute granične dilatacije betona, a krivina u trenutku početka plastifikacije armature ( $\mathcal{K}_y$ ) iz dostignutih dilatacija u armaturi  $\varepsilon_a = \bar{\sigma}_v / E_a$ , u svemu prema postupku u odeljku 3.2.2.

Na slici 3.17. i 3.18. prikazana je veličina duktiliteta, za pravougaoni poprečni presek, u funkciji procenta armiranja za-tegnutom i pritiskanom armaturom, za glatki i rebrast čelik, za MB 30 i 40.

Kao što se iz dijagrama vidi, predlog naših novih propisa zahteva vrednosti duktiliteta  $D \geq 6$  za Č240/360 i  $D \geq 4$  za ČBR 400/500, da bi se omogućila preraspodela uticaja u statički neodredjenim nosačima. Predlog Mattock-a zahteva  $D \geq 3$ , praktično nezavisno od vrste čelika, pod uslovom da se primeni na usvojene veze napon-dilatacija po našem predlogu novih propisa.



Sl. 3.17.

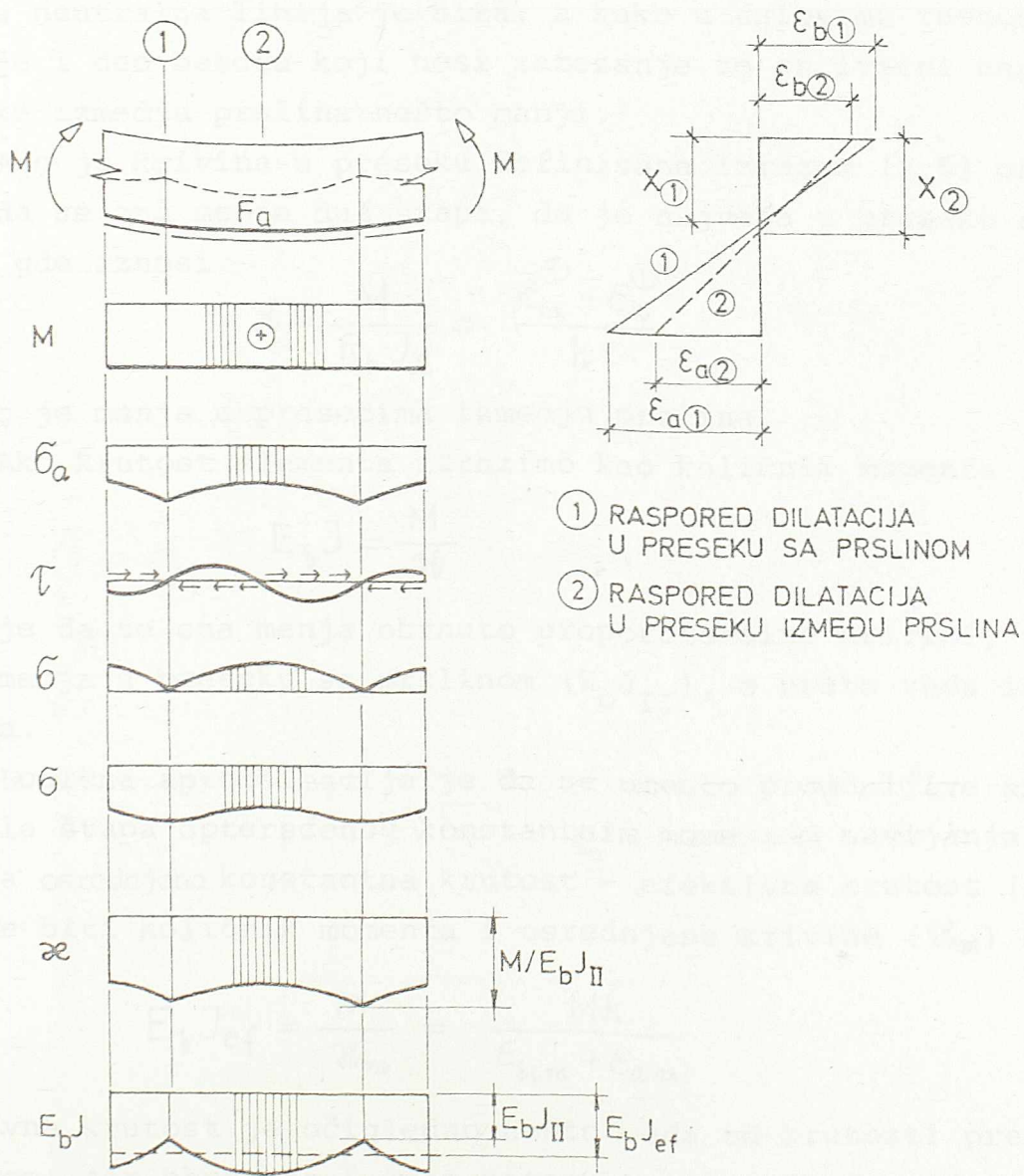


Sl. 3.18.

## 4. EFEKTIVNA KRUTOST ARMIRANOBETONSKOG ELEMENTA

## 4.1. Veza moment-krivina za armiranobetonski štap

Razmatra se deo armiranobetonskog štapa, konačne dužine, konstantnih i geometrijskih karakteristika (oblik i dimenzije preseka, veličina i položaj armature u preseku) opterećen konstantnim momentom savijanja (sl. 4.1).



Sl. 4.1

Ako je moment savijanja ( $M$ ) veći od momenta pojave prslina ( $M_I$ ) dolazi do formiranja prslina duž dela štapa na približno ekvidistantnom rastojanju. U preseku sa prslinom sve napone zatezanja preuzima armatura, a na delu između prslina u prenošenju napona zatezanja sudeluje u određenoj meri i zategnuti deo betonskog preseka, na koji se deo sile zatezanja iz armature prenosi preko napona prijanjanja.

Naponi u pritisnutom delu betonskog preseka takodje se menjaju duž štapa i najveći su na mestu preseka sa prslinom, gde je neutralna linija najbliža pritisnutoj ivici betona. Između prslina neutralna linija je niža, a kako u uslovima ravnoteže učestvuje i deo betona koji nosi zatezanje to su ivični naponi pritiska između prslina nešto manji.

Ako je krivina u preseku definisana izrazom (3.6) onda je jasno da se ona menja duž štapa, da je najveća u preseku sa prslinom gde iznosi

$$\mathcal{K} = \frac{M}{E_b J_{II}} = \frac{\varepsilon_{bi}^{(1)} + \varepsilon_a^{(1)}}{h} \quad (4.1)$$

a nešto je manja u presecima između prslina.

Ako krutost elementa izrazimo kao količnik momenta i krivine

$$E_b J = \frac{M}{\mathcal{K}} \quad (4.2)$$

jasno je da se ona menja obrnuto proporcionalno krivini, tj. da je najmanja u preseku sa prslinom ( $E_b J_{II}$ ), a nešto veća između prslina.

Logična aproksimacija je da se umesto promenljive krutosti duž dela štapa opterećenog konstantnim momentom savijanja, usvoji neka osrednjena konstantna krutost - efektivna krutost ( $E_b J_{ef}$ ), koja će biti količnik momenta i osrednjene krivine ( $\mathcal{K}_m$ ) za deo štapa:

$$E_b J_{ef} = \frac{M}{\mathcal{K}_m} = \frac{Mh}{\varepsilon_{bi m} + \varepsilon_{a m}} \quad (4.3)$$

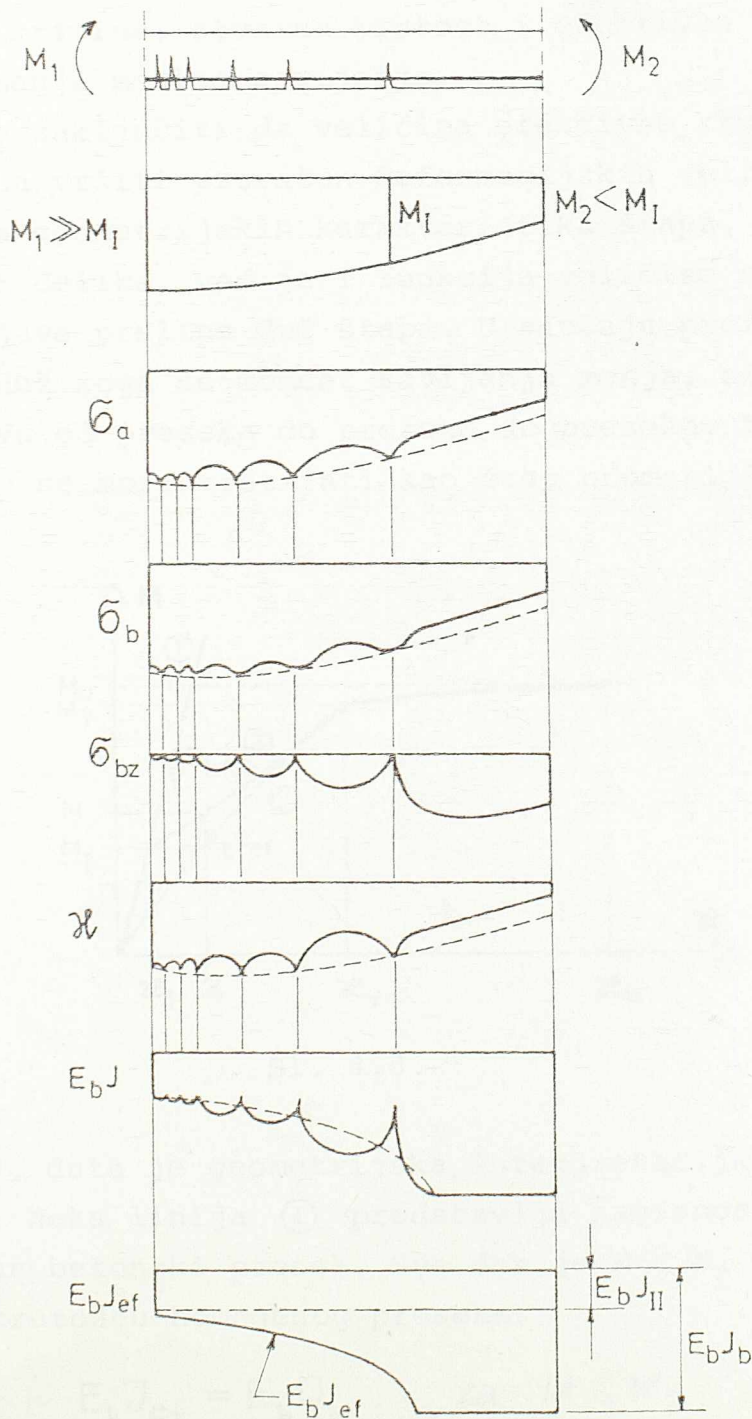
Efektivna krutost je očigledno nešto veća od krutosti preseka sa prslinom, jer obuhvata i udeo zategnutog betona između prslina i može se smatrati da ona predstavlja realnu krutost dela štapa.

Na slici 4.1 prikazana je promena napona u armaturi i betonu, promena krivine i promena krutosti za razmatrani deo štapa.

Za slučaj da je moment savijanja na delu štapa manji od momenta pojave prve prsline za efektivnu krutost tog dela štapa se može usvojiti krutost betonskog preseka (tačnije: idealizovanog preseka)

$$E_b J_{ef} = E_b J_{id} \approx E_b J_b \quad (4.4)$$

Na slici 4.2 prikazan je deo štapa konstantnih i geometrijskih karakteristika, pod dejstvom promenljivog momenta savijanja duž ose.



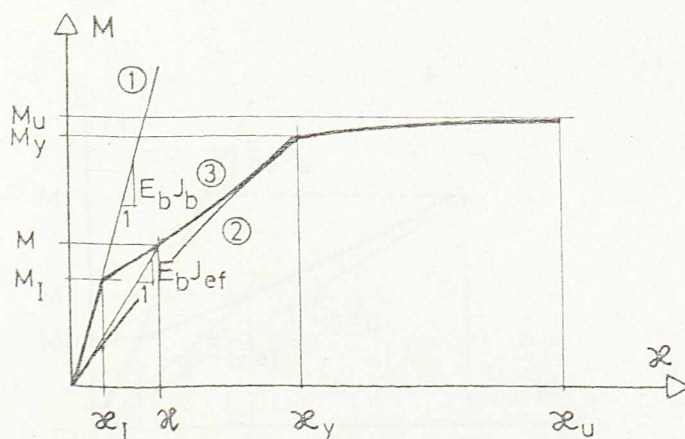
Sl. 4.2



Formiranje prslina na delu štapa gde je  $M > M_I$  je takvo da su prsline gušće u području većih momenata. Sadejstvo zategnute zone betona je u području gusto raspoređenih prslina manje. Za izrazito velike momente, koje se bliže momentu nosivosti preseka, zategnuta zona betona praktično nema uticaja zbog izrazitih prslina, tako da efektivna krutost teži krutosti preseka sa prslinom. Smanjenjem momenta udeo zategnutog betona je veći pa je i efektivna krutost veća.

Na slici 4.2. prikazan je raspored napona u betonu i armaturi, veličina krivine, stvarna krutost i efektivna krutost za štap duž koga se menja moment savijanja.

Može se zaključiti da veličina efektivne krutosti štapa, sa kojom treba vršiti proračun deformacijskih veličina, nije više samo funkcija geometrijskih karakteristika štapa, mehaničkih osobina betona i čelika, već je i funkcija veličine opterećenja, kao posledica pojave prslina duž štapa. U slučaju proizvoljno opterećenog štapa duž koga se moment savijanja menja, efektivna krutost je promenljiva od preseka do preseka do preseka. Dakle, armiranobetonski štap se mora tretirati kao štap promenljive krutosti.



Sl. 4.3.

Na slici 4.3. data je geometrijska interpretacija efektivne krutosti štapa. Neka linija ① predstavlja zavisnost moment-krivina za homogen betonski presek. Sve dok je  $M < M_I$  krutost štapa se poklapa sa krutošću homogenog preseka.

$$E_b J_{ef} = E_b J_b \quad \text{za } M \leq M_I \quad (4.5)$$

Za izrazito veliku vrednost momenta ( $M_Y$ ) koji odgovaraju početku plastifikacije zategnute armature krutost štapa teži, krutosti preseka sa prslinom.

$$E_b J_{ef} = E_b J_{II} \quad \text{za} \quad M = M_Y \quad (4.6)$$

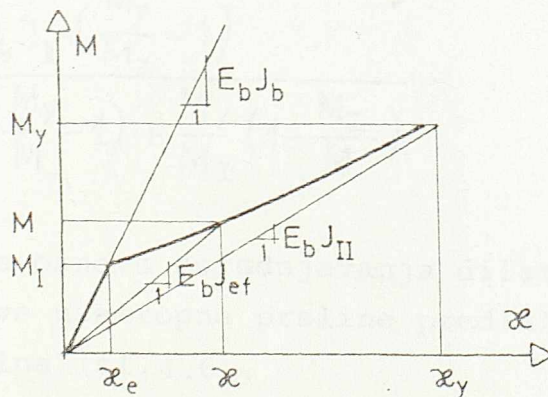
Za vrednosti  $M_I < M < M_Y$  veza moment-krivina može se predstaviti krivom ③. Efektivna krutost jednaka je tangensu ugla sečice na krivu ③.

$$E_b J_{ef} = \frac{M}{\lambda \ell} \quad \text{za} \quad M_I < M < M_Y \quad (4.7)$$

Za definisan oblik krive ③ vrednosti efektivne krutosti se mogu lako izraziti analitički. Deo površine izmedju krivih ② i ③ predstavlja udeo zategnutog betona izmedju prslina na veličinu krutosti štapa.

#### 4.2. Predlozi za proračun efektivne krutosti za nivo opterećenja do plastifikacije armature

Branson 1963 - predlaže usvajanje efektivne krutosti u obliku koji zadovoljava uslove  $E_b J_{ef} \rightarrow E_b J_{II}$  za  $M \gg M_I$  i  $E_b J_{ef} = E_b J_b$  za  $M \leq M_I$



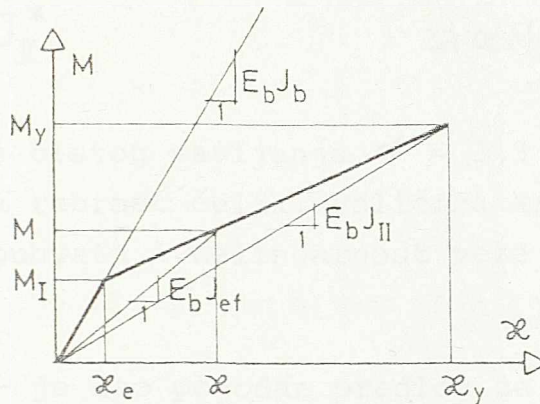
Sl. 4.4.

$$E_b J_{ef} = E_b J_I \approx E_b J_b \quad \text{za} \quad M \leq M_I \quad (4.8)$$

$$E_b J_{ef} = E_b \left\{ \left( \frac{M_I}{M} \right)^m J_b + \left[ 1 - \left( \frac{M_I}{M} \right)^m \right] J_{II} \right\} \quad \text{za} \quad M_I \leq M \leq M_Y \quad (4.9)$$

gde je  $m = 3 - 4$ . Geometrijska interpretacija data je na slici 4.4.

Beeby 1968 - predlaže bilinearni dijagram moment-krivina koji se određuje iz tri karakteristične tačke:  $(0,0)$ ,  $(M_I, M_I/E_b J_b)$  i  $(M_Y, M_Y/E_b J_{II})$ , kako je prikazano na slici 4.5:



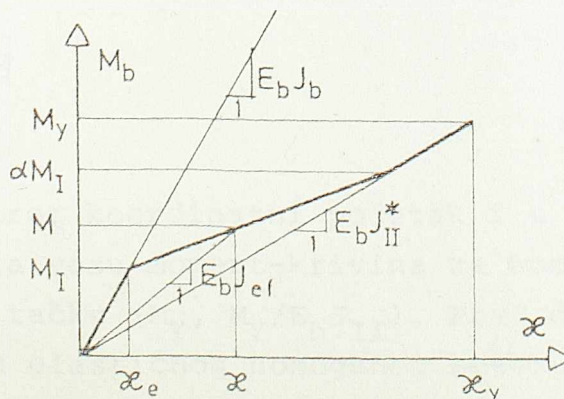
Sl.4.5

Efektivna krutost se može izraziti kao

$$E_b J_{ef} = E_b J_b \quad \text{za } M \leq M_I \quad (4.10)$$

$$E_b J_{ef} = \frac{E_b J_{II} \left( \frac{M_Y}{M_I} - 1 \right)}{\frac{J_{II}}{J_b} \left( \frac{M_Y}{M} - 1 \right) + \frac{M_Y}{M_I} \left( 1 - \frac{M_I}{M} \right)} \quad \text{za } M_I \leq M \leq M_Y \quad (4.11)$$

Ivković 1971 - na osnovu osrednjavanja dilatacija u betonu i armaturi između dve uzastopne prsline predlaže trilinearnu zavisnost moment-krivina (sl.4.6).



Sl. 4.6.

Efektivna krutost je

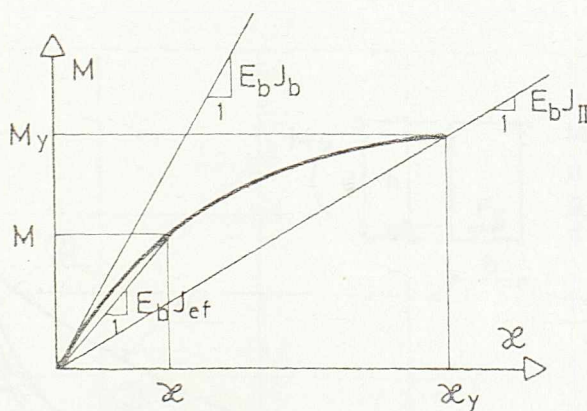
$$E_b J_{ef} = E_b J_b \quad \text{za } M \leq M_I \quad (4.12)$$

$$E_b J_{ef} = \frac{E_b J_{II}^* (\alpha - 1)}{\frac{J_{II}^*}{J_b} \left( \frac{\alpha M_I}{M} - 1 \right) + \alpha \left( 1 - \frac{M_I}{M} \right)} \quad \text{za } M_I \leq M \leq \alpha M_I \quad (4.13)$$

$$E_b J_{ef} = E_b J_{II}^* \quad \text{za } \alpha M_I \leq M \leq M_Y \quad (4.14)$$

gde je za slučaj čistog savijanja  $\alpha = 3,3$  za glatki čelik odnosno  $\alpha = 3,67$  za rebrast čelik. Veličina krutosti preseka sa prslinom  $E_b J_{II}^*$  obuhvata i nelinearnost veze napon-dilatacija u betonu.

Дыховичный 1978.- je dao pogodan predlog za vezu moment-krivina u vidu kontinualne krive (sl. 4.7.), što ima značajnih prednosti zbog mogućnosti analitičke integracije.



sl. 4.7.

$$x = \frac{M}{E_b J_b} + \beta M^2 \operatorname{sgn} M \quad (4.15)$$

$$\operatorname{sgn} M = \pm 1 \quad (4.16)$$

Kriva prolazi kroz koordinatni početak i u njemu tangira pravu koja predstavlja vezu moment-krivina za homogen betonski presek; i prolazi kroz tačku  $(M_Y, M_Y/E_b J_{II}^*)$ . Prvi deo izraza (4.15) predstavlja krivinu elastičnog homogenog betonskog štapa, dok drugi

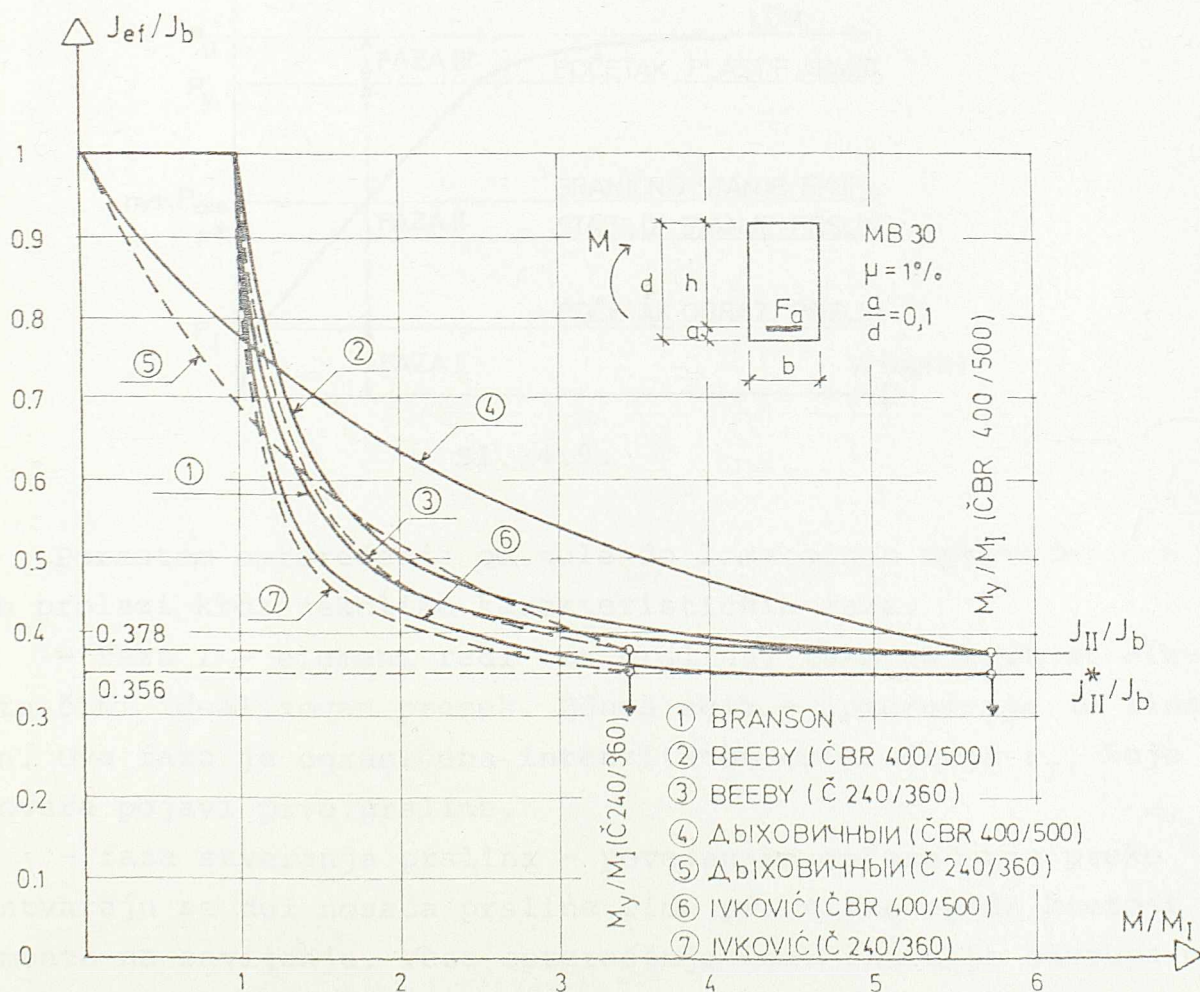
deo predstavlja prirast krivine usled pojave prslina.

Efektivna krutost se može izraziti kao:

$$E_b J_{ef} = \frac{E_b J_b}{1 + \frac{M}{M_y} \left( \frac{J_b}{J_{II}} - 1 \right)} \quad (4.17)$$

#### 4.3. Uporedna analiza veličine efektivne krutosti za navedene predloge

Za armiranobetonski štap pravougaonog poprečnog preseka, jednostruko armiran, opterećen na čisto savijanje, prikazana je na sl. 4.8. promena efektivne krutosti u funkciji veličine opterećenja.



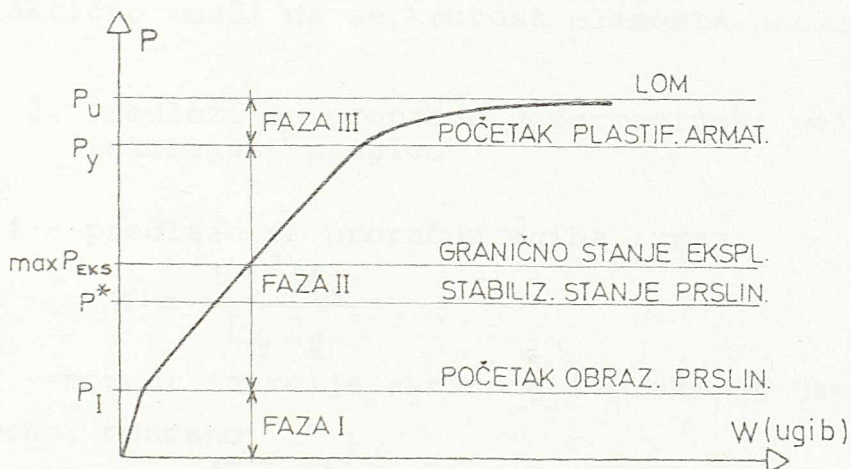
sl. 4.8.

Evidentno je da po obrazovanju prslina, porastom momenta savijanja krutost naglo opada da bi težila ili se izjednačila sa krutošću isprskalog preseka.

#### 4.4. Proračun deformacija armiranobetonskih elemenata opterećenih na savijanje pod dejstvom kratkotrajnog opterećenja

##### 4.4.1. Veza opterećenje - ugib

Istraživanja vršena u cilju utvrđivanja veze opterećenje-ugib za savijane elemente dovela su do kvalitativnog oblika veze, kako je prikazano na slici 4.9.



S1. 4.9.

Porastom opterećenja od nule do loma odnos opterećenje - ugib prolazi kroz nekoliko karakterističnih faza:

- faza I - element radi bez prslina, tako da krutost elementa čini idealizovan presek. Odnos ugib - opterećenje je linearan. Ova faza je ograničena intenzitetom opterećenja  $P_I$ , koje odgovara pojavi prve prsline.

- faza stvaranja prslina - povećanjem opterećenja preko  $P_I$  stvaraju se duž nosača prsline čime praktično opada krutost elementa na savijanje. Veza opterećenje-ugib znatnije odstupa od linearne. Sa izvesnim stepenom opterećenja  $P^*$  stvara se osnovna mreža prslina koja odgovara stabilizovanom stanju prslina.

- faza II - daljim povećavanjem opterećenja ne remeti se

osnovna mreža prslina, jer naponi prijanjanja ne mogu da prenesu dovoljno veliku silu zatezanja sa armature u preseku sa prslinom na beton izmedju dve prsline, kako bi se omogućilo stvaranje nove prsline. Element menja svoju krutost od preseka sa prslinom, gde mu krutost čini aktivni presek: pritisnuti deo betonskog preseka, pritisnuta i zategnuta armatura, do preseka izmedju prslina gde na veličinu krutosti utiče i sudelujući deo zategnutog betonskog preseka. Udeo sudelujućeg zategnutog dela betonskog preseka izmedju dve prsline na krutost preseka mora se uzeti u obzir pri proračunu deformacija. Eksperimenti pokazuju, međjutim, da je zavisnost veze opterećenje-ugib bliska linearnoj.

- faza loma - daljim povećavanjem opterećenja, dolazi pri određenoj veličini opterećenja do plastifikacije armature u preseku, tako da ugibi naglo rastu uz minimalan priraštaj opterećenja što praktično znači da se krutost elementa naglo smanjuje.

#### 4.4. 2. Predlozi za proračun deformacijski veličina - istorijski pregled

Maney, 1914 - predlaže za proračun ugiba izraz

$$w = \frac{kL^2 M_a}{E_b J_{II}} \quad (4.18)$$

gde je  $J_{II}$  - moment inercije aktivnog isprskalog preseka uzet duž celog raspona, odnosno

$$w = \frac{\sigma_a + n\sigma_b}{E_a h} kL^2 \quad (4.19)$$

gde su  $\sigma_a$  i  $\sigma_b$  naponi u zategnutoj armaturi i pritisnutom ivičnom betonskom vlaknu u maksimalno opterećenom preseku sa prslinom, a  $n = E_a/E_b$ .

Swain, 1924 - predlaže za veličinu krutosti

$$E_b J_{II} = E_a F_a h^2 (1-s) \left(1 - \frac{s}{3}\right) \quad (4.20)$$

Jednačina (4.20) je bazirana na krutosti isprskalog preseka, a izvedena je iz veza

$$\frac{M}{E_b J_{II}} = \frac{\epsilon_a}{h-x}, \quad \epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a}, \quad M = \sigma_a F_a h \left(1 - \frac{s}{3}\right) \quad (4.21)$$

Murašev, 1940. - u želji da proračunom obuhvati i uticaj zategnutog dela betona izmedju prslina uvodi u proračun povećani efektivni modul deformacije čelika

$$\bar{E}_a = \frac{E_a}{1 - \frac{2}{3} \left( \frac{M_I}{M} \right)^2} \geq E_a \quad (4.22)$$

Dunham, 1953. - preporučuje sledeće proračunske vrednosti za ugib

$w = 0,9 w_{II}$	za slobodno oslonjenu gredu	}	(4.23)
$w = 0,8 w_{II}$	za jednostrano uklještenu gredu		
$w = 0,7 w_{II}$	za obostrano uklještenu gredu		

gde je  $w_{II}$  ugib sračunat sa krutošću isprskallog preseka duž celog nosača.

Yu i Winter, 1960. - preporučuju dva metoda:

a) Za proste grede uzeti duž celog raspona  $J_{ef} = J_{II}$  preseka u sredini raspona, odnosno za kontinualne grede duž dela gde su pozitivni momenti uzeti  $J_{II}$  preseka sa  $\max M$ , a gde su momenti negativni uzeti duž celog dela  $J_{II}$  preseka sa  $\min M$ .

b) Za uzimanje u obzir uticaja zategnutog dela betona, vrednosti dobijene po metodi a) umanjiti množenjem sa faktorom  $\Psi_1$ , gde je

$$\Psi_1 = 1 - \frac{M_1}{M_a} \leq 1,0 \quad (4.24)$$

$$M_1 = 0,1 \cdot f_c^{2/3} b d (d-x) \quad (4.25)$$

CEB 1961, 1968 - preporučuje metodu zasnovanu na približno bilinearnoj vezi moment-ugib, eksperimentalno dokazanoj, za elemente opterećene na savijanje. Predpostavlja se da do dostizanja opterećenja koje izaziva pojavu prve prsline ceo štap ima konstantnu krutost  $E_b J_b$ , a po pojavi prve prsline ceo štap ima konstantnu redukovanu krutost, uz ograničenje da ukupan ugib ne može biti veći od ugiba sračunatog sa krutošću isprskallog preseka uzetog duž celog nosača od početka nanošenja opterećenja (sl. 4.10.a)

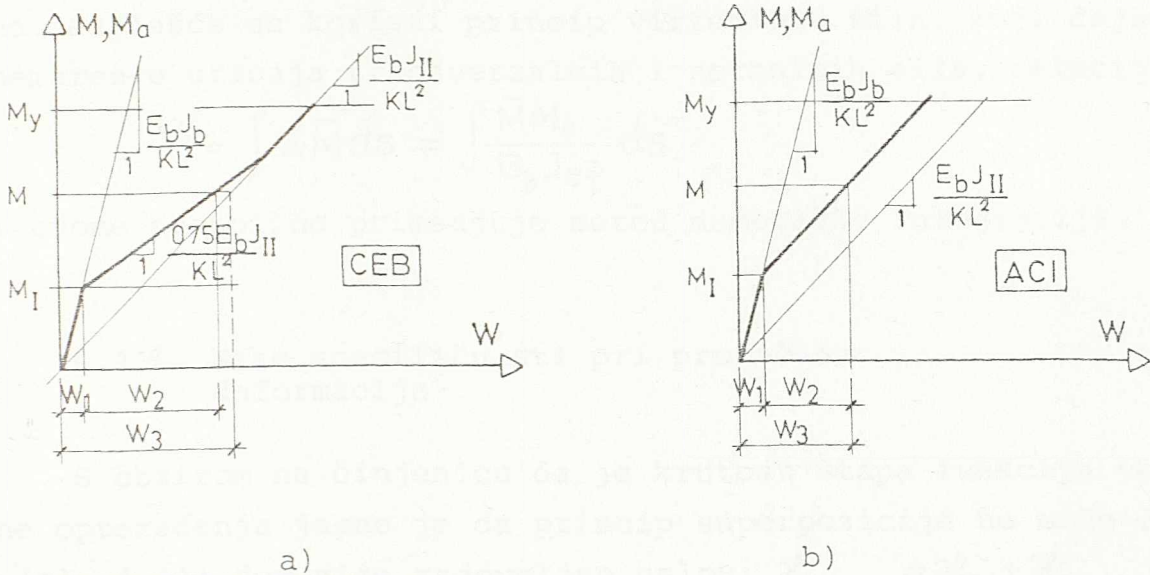
Praktično znači da za vrednost ugiba treba uzeti manju od dve vrednosti:

$$w = \min \begin{cases} w_1 + w_2 \\ w_3 \end{cases} \quad (4.26)$$

$$w_1 + w_2 = k L^2 \left[ \frac{M_I}{E_b J_b} + \frac{M_a - M_I}{0,75 E_b J_I} \right] \quad (4.27)$$

$$w_3 = k L^2 \frac{M_a}{E_b J_{II}} \quad (4.28)$$





Sl. 4.10

ACI 1974. - predlaže da se veličina ugiba može naći kao:  
(sl. 4.10.b):

$$W = w_1 + w_2 = kL^2 \frac{M_I}{E_b J_b} + kL^2 \frac{M_a - M_I}{E_b J_{II}} \quad (4.29)$$

Dakle, pretpostavka je da do dostizanja opterećenja koje izaziva pojavu prslina ceo štap ima konstantnu krutost  $E_b J_b$ , a po pojavi prslina ceo štap ima konstantnu krutost  $E_b J_{II}$ .

Oba ova predloga (CEB, ACI) vezana za bilinearnu vezu moment-ugib imaju taj nedostatak što ne prate promenu stvarne krutosti duž nosača.

#### 4.4.3. Aktuelni predlozi za proračun deformacija

S obzirom na činjenicu da je krutost armiranobetonskog štapa funkcija geometrijskih karakteristika štapa, mehaničkih osobina materijala i veličine opterećenja (presečnih sila) proračun deformacija se svodi na postupak proračuna deformacije štapa sa promenljivim poprečnim presekom.

Kod statički određenih sistema, gde je za svaki nivo op-

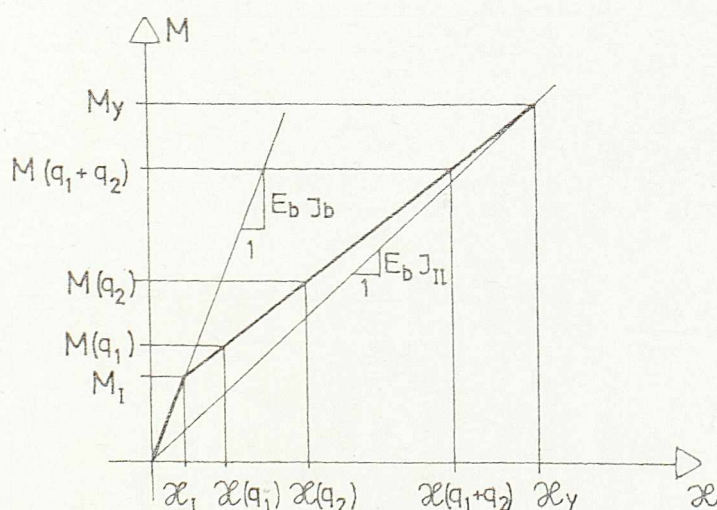
terećenja poznata raspodela presečnih sila, koriste se poznate metode za proračun deformacija iz teorije elastičnosti, s tim što za svaki presek štapa treba odrediti efektivnu krutost iz poznate veze moment-krivina, na način kako je prethodno prikazano. Najčešće se koristi princip virtualnih sila, koji daje, uz zanemarenje uticaja transverzalnih i normalnih sila, relaciju:

$$\delta = \int \mathcal{K} \bar{M} ds = \int \frac{\bar{M} M_0}{E_b J_{ef}} ds \quad (4.30)$$

Pri ovome se obično primenjuje metod numeričke integracije.

#### 4.4.4. Neke specifičnosti pri proračunu deformacija

S obzirom na činjenicu da je krutost štapa funkcija veličine opterećenja jasno je da princip superpozicije ne može da važi (sl. 4.11) jer nije zadovoljen uslov:  $\mathcal{K}_{q_1+q_2} = \mathcal{K}_{q_1} + \mathcal{K}_{q_2}$ .



Sl. 4.11

Neka je:  $\delta_1$  - deformacija sračunata od opterećenja  $q_1$   
 $\delta_2$  - deformacija sračunata od opterećenja  $q_2$   
 $\delta_{1+2}$  - deformacija sračunata od opterećenja  $q_1 + q_2$   
 tada je:

$$\delta_{1+2} \neq \delta_1 + \delta_2 \quad (4.31)$$

zbog toga što je krutost elementa za zbirno opterećenje različita od krutosti za pojedinačna opterećenja.

Konstrukcije su u praksi opterećene kako stalnim tako i korisnim opterećenjem. Često je neophodno da se odredi ugib samo od korisnog opterećenja, nezavisno od dejstva stalnog opterećenja.

Neka je u tom slučaju:

$\delta_1$  - deformacija sračunata od opterećenja  $q_1$

$\delta_{1+2}$  - deformacija sračunata od opterećenja  $q_1 + q_2$

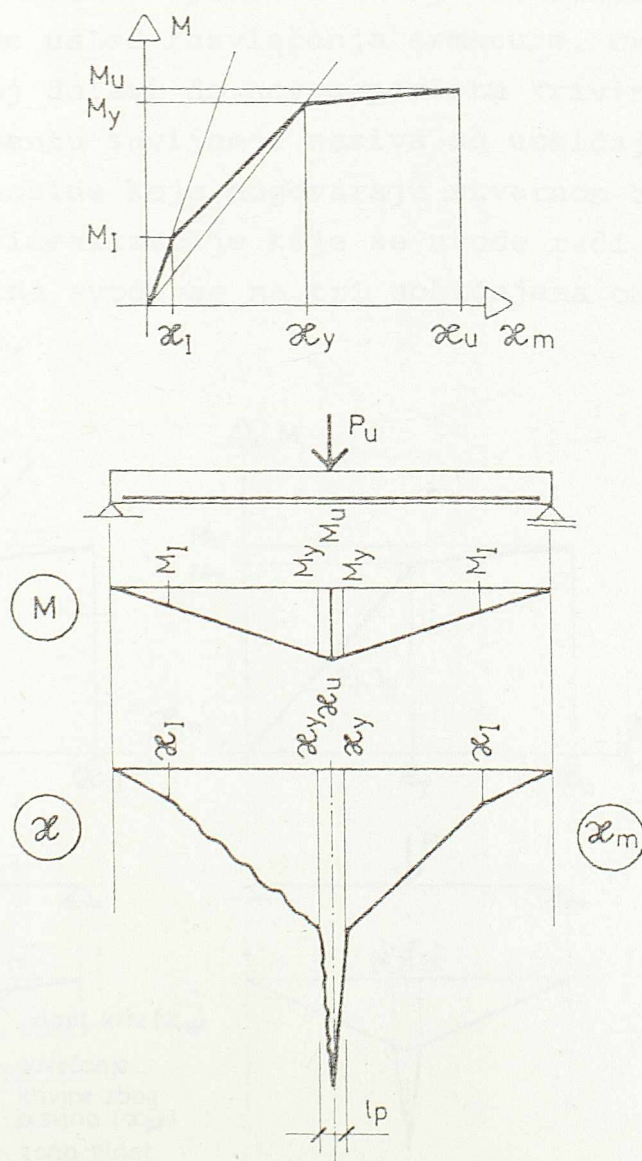
Prirast od opterećenja  $q_2$  se može naći kao:

$$\Delta\delta = \delta_{1+2} - \delta_1. \quad (4.32)$$

## 5. PONAŠANJE ARMIRANOBETONSKIH LINIJSKIH ELEMENATA POD OPTEREĆENJEM BLISKIM LOMU (FAZA III)

### 5.1. Plastični zglob u armiranobetonskim elementima

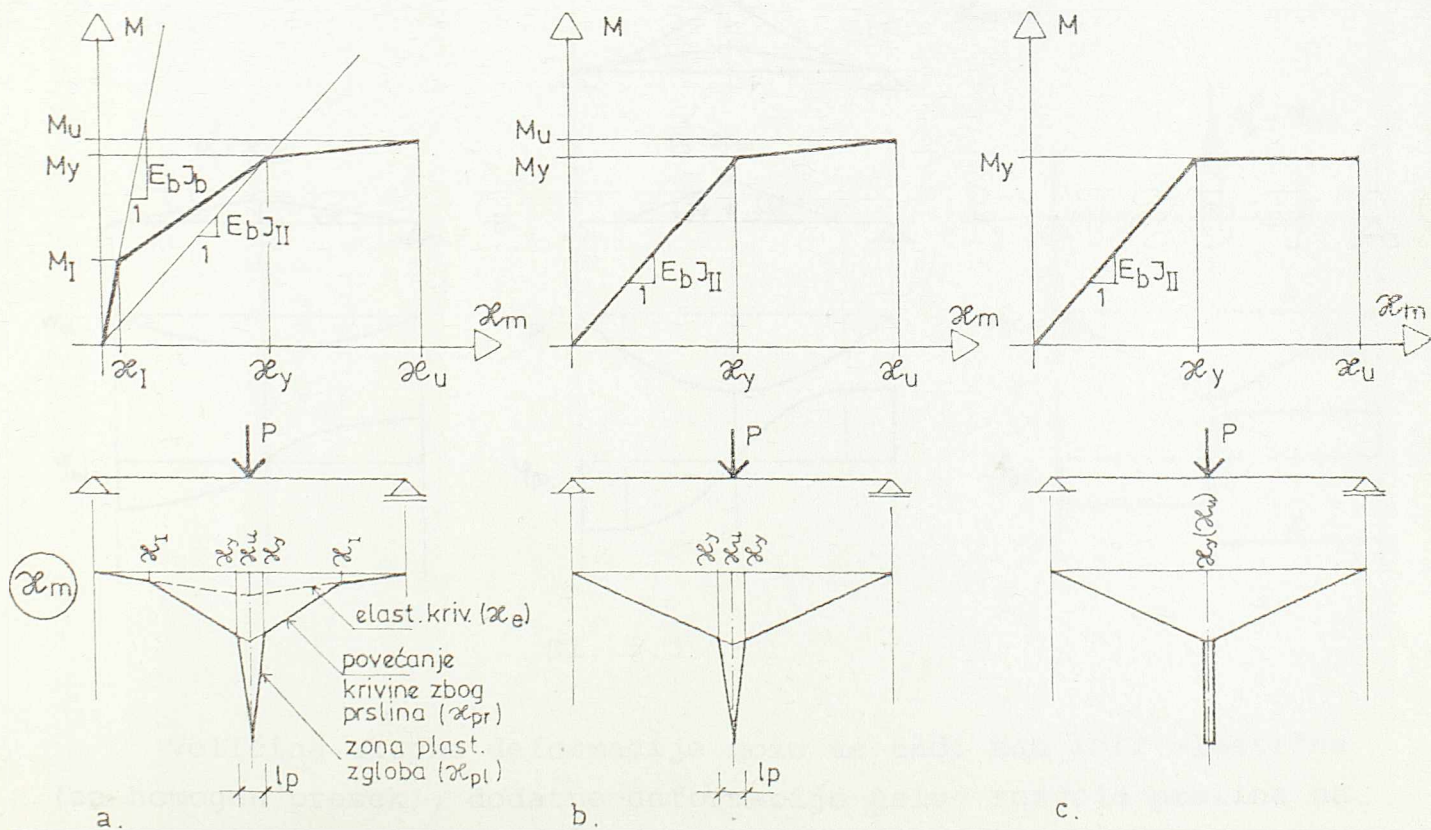
Kod armiranobetonskih elemenata čiji preseći doživljavaju duktilan lom, dijagram zavisnosti moment-srednja krivina izgleda realno kao na slici 5.1.



S1. 5.1.

Radi analize se razmatra nosač sistema proste grede, opterećen koncentrisanom silom u sredini raspona. Nosač je konstantnih geometrijskih karakteristika duž celog raspona. Neka je u preseku u sredini grede dostignut granični momenat  $M_u$  (odnosno krivina  $\mathcal{K}_u$ ). Na nosaču se razlikuju tri zone. U prvoj zoni, u blizini oslonca, gde je  $M < M_I$  nosač se ponaša elastično i raspored krivine je linearan (proporcionalan momentu savijanja). U zoni  $M_I < M < M_Y$  dolazi do većeg prirasta krivine (nelinearne) usled formiranja prslina na nosaču. Prirast krivine odgovara približno efektivnoj krutosti nosača. U zoni  $M_Y < M < M_u$ , koja je po pravilu male dužine, jer je granični momenat (ako se zanemari zona ojačanja čelika) samo malo veći od momenta plastifikacije armature, dolazi do naglog prirasta krivine usled razvlačenja armature. Ova zona nosača, dužine  $l_p$ , u kojoj dolazi do novog porasta krivine pri praktično konstantnom momentu savijanja naziva se uobičajeno plastični zglob, jer ima neke osobine koje odgovaraju stvarnom zglobu.

Računske idealizacije koje se uvođe radi analize realne veze moment-krivina svode se na tri uobičajena oblika prikazana na slici 5.2, a, b, c.



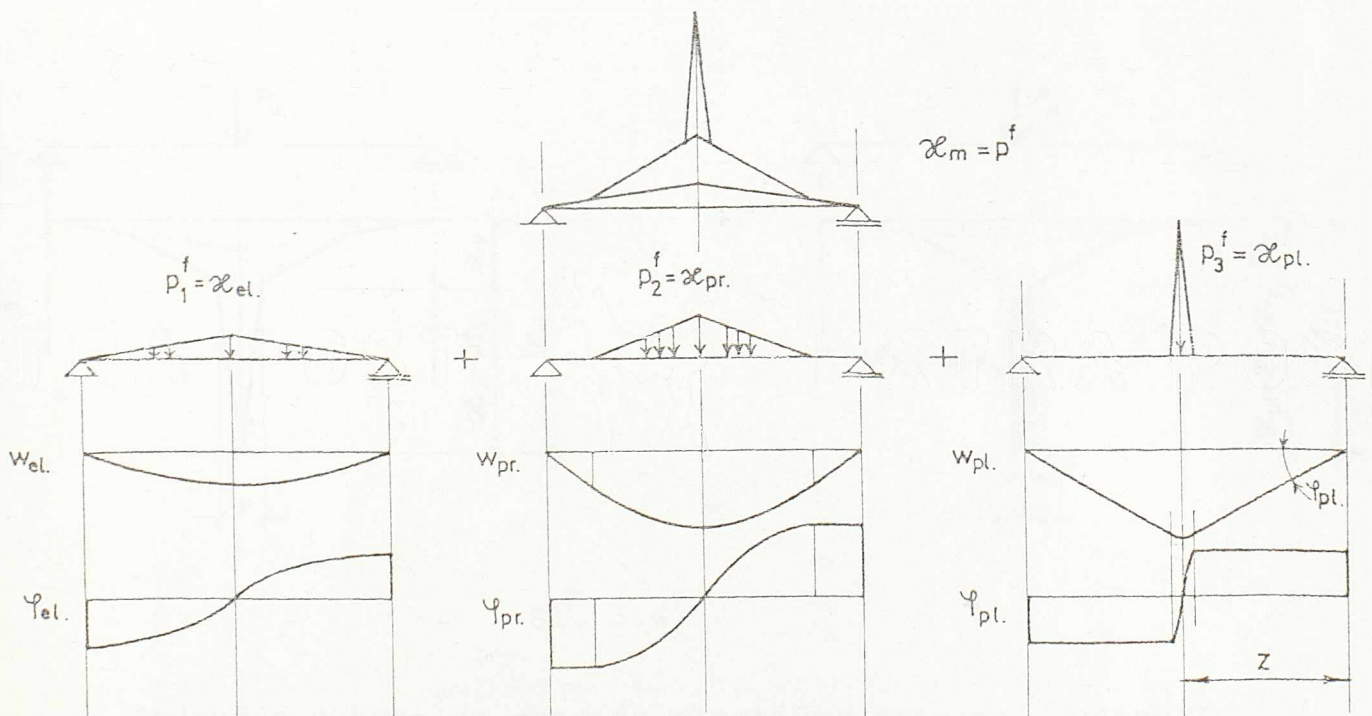
Sl. 5.2.

Idealizacija a) usvaja trilinearni dijagram moment-krivina i naj-približnija je realnoj vezi. Krivina odgovara efektivnoj krutosti.

Idealizacija b) usvaja bilinearnu vezu moment-krivina tako da krivina odgovara krutosti preseka sa prslinom duž dela štapa na kome je moment manji od momenta plastičnosti. Ovakav oblik veze se često upotreblja kod slučaja ponovljenih opterećenja, kada su se na nosaču pri prethodnom opterećenju već pojavile prsline.

Idealizacija c) usvaja takođe bilinearnu vezu moment-srednja krivina, samo zadržava u kritičnom preseku konstantan momenat savijanja jednak momentu plastičnosti.

Radi analize primenimo klasičnu Morovu analogiju na armiranobetonski nosač prikazan na slici 5.3. Neka je u preseku nosača u sredini raspona dostignut granični moment savijanja. Ugib nosača može se naći kao dijagram momenata, a nagib kao dijagram transverzalnih sila fiktivnog nosača koji je opterećen fiktivnim opterećenjem jednakim krivini nosača.



S1. 5.3.

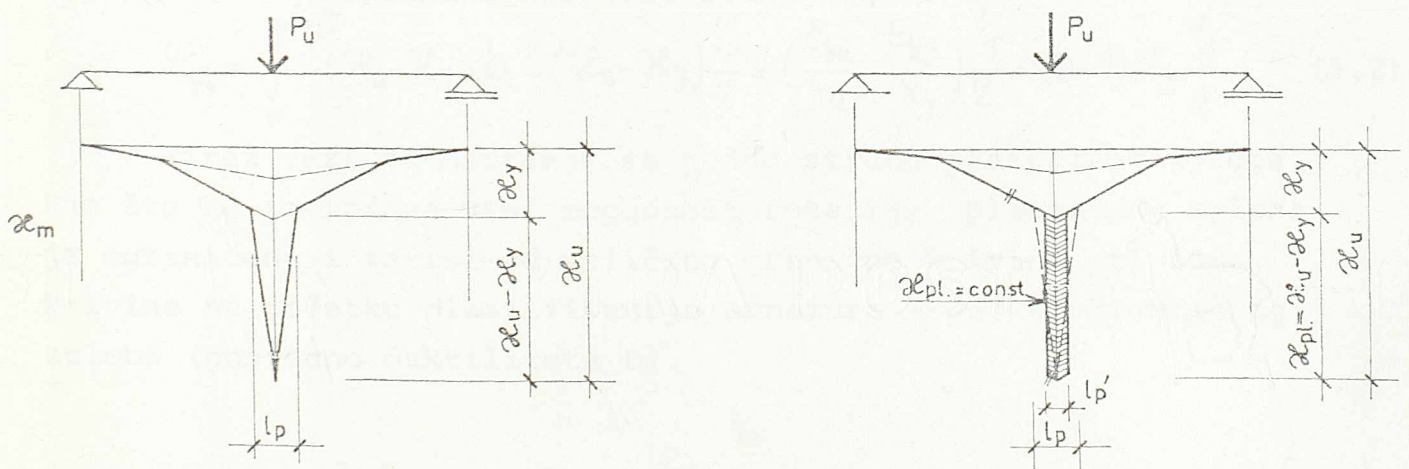
Veličina ukupne deformacije može se naći kao zbir elastične (za homogen presek), dodatne deformacije usled razvoja prsline na nosaču i plastične deformacije prouzrokovane naglim povećanjem krivine u zoni plastifikacije armature. Plastična deformacija,

zasebno posmatrana, po obliku odgovara postojanju zgloba u kritičnom preseku, jer dolazi do narušavanja kompatibilnosti obrtanja u kritičnom preseku (dolazi do promene ugla obrtanja levo i desno od kritičnog preseka).

Dakle, u armirano betonskom elementu plastični zglob može preneti granični momenat ali se po deformacijama ponaša slično zglobu po dostizanju momenta plastičnosti.

U praksi, u metodama limit analize, najčešće se koristi bi-linearna idealizacija koja prikazuje deformacijske veličine kao zbir elastičnih (računato sa krutošću isprskalog preseka  $EJ_{II}$  duž raspona) i plastičnih. Pri tome se i moment plastičnosti može računati sa linearnim vezama napon-dilatacija u betonu, jer su za duktilne preseke dilatacije betona, u trenutku početka plastifikacije armature, relativno male.

## 5.2. Kapacitet rotacije plastičnog zgloba

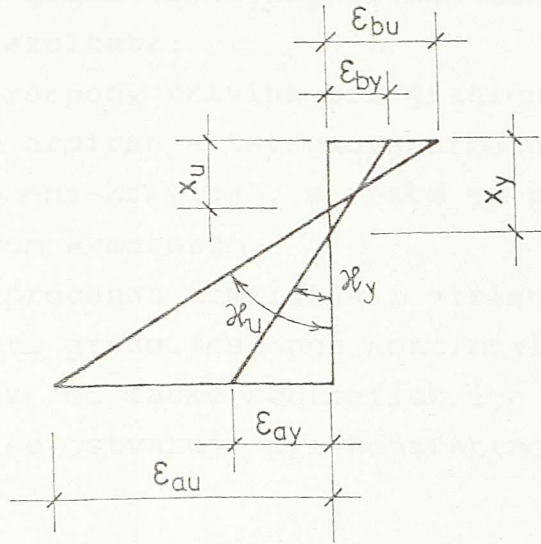


Sl. 5.4.

Područje u kome se razvija plastična krivina, dužine  $l_p$ , najčešće se idealizuje konstantnom krivinom  $\chi_u - \chi_y$  sa ekvivalentnom dužinom  $l'_p$  (sl. 5.4), tako da je:

$$l'_p (\chi_u - \chi_y) = \int_{-l_p/2}^{l_p/2} \chi_{pl}(x) dx \quad (5.1)$$

Time se uvodi pojam redukovane dužine plastičnog zgloba, duž koje se može pretpostaviti konstantna vrednost plastične krivine pri graničnom stanju štapa.



Sl. 5.5.

Moguća veličina obrtanja plastičnog zgloba (kapacitet rotacije) može se sračunati kao (sl. 5.5):

$$\varphi_{pl} = \int_0^{l_p'/2} (\kappa_u - \kappa_y) dx = (\kappa_u - \kappa_y) \frac{l_p'}{2} = \left( \frac{\varepsilon_{bu}}{x_u} - \frac{\varepsilon_{by}}{x_y} \right) \frac{l_p'}{2} = (D-1) \kappa_y \frac{l_p'}{2} \quad (5.2)$$

Izraz važi za obrtanje sa jedne strane plastičnog zgloba. Kao što se iz izraza vidi mogućnost rotacije plastičnog zgloba je ograničena i zavisi od veličine granične krivine pri lomu, krivine na početku plastifikacije armature i dužine plastičnog zgloba (posredno duktiliteta D).

### 5.3. Faktori koji utiču na kapacitet rotacije plastičnog zgloba

Veliki broj eksperimentalnih istraživanja izvršen je da bi se ustanovili faktori koji utiču na kapacitet rotacije plastičnog zgloba.

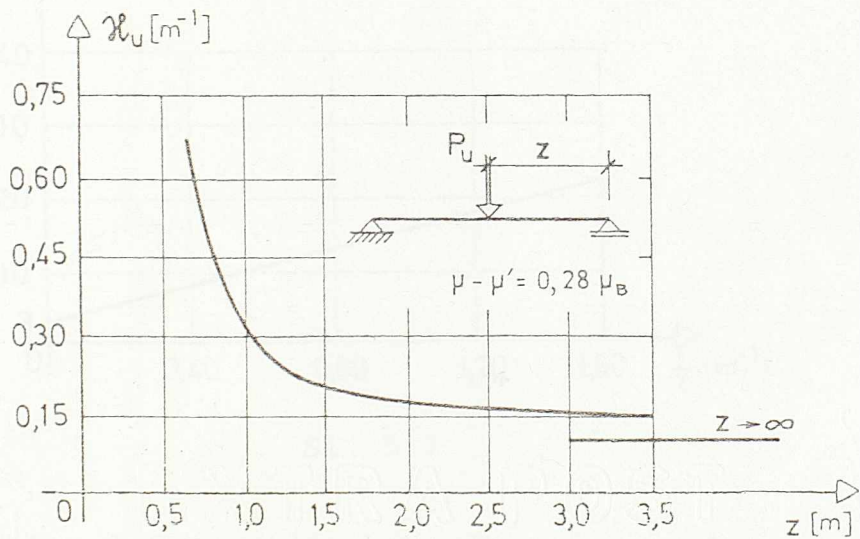
Mattock /15/ je izvršio seriju fundamentalnih ispitivanja varirajući parametre: kvalitet betona, visinu nosača, procent i kvalitet armature i rastojanje od mesta plastičnog zgloba do mesta nultog momenta (veličina zone momenta duž nosača sa istim zna-



kom). Eksperimentalni program je obuhvatao ispitivanja slobodno oslonjenih gređa opterećenih koncentrisanom silom u sredini raspona, kako bi se dobili rezultati koji odgovaraju oslonačkom preseku kontinualnih gređa (zona negativnih momenata). Ispitivanja su dala sledeće rezultate:

1. Za dati raspon, krivina pri graničnom stanju opada sa porastom procenta armiranja zategnute armature (što je pokazano u analizi veze moment-krivina), a raste sa porastom procenta armiranja pritisku armaturom.

2. Za dati procenat armiranja i visinu gređe granična krivina u polju proste gređe (osloncu kontinualnog nosača) opada kako rastojanje  $z$  od tačke kontrafleksije raste, i teži graničnoj krivini koja se ostvaruje pri konstantnom momentu duž elementa (sl. 5.6).



Sl. 5.6.

Može se zaključiti da je promena granične krivine, s obzirom na vezu

$$\mathcal{K}_u = \frac{\epsilon_{bu}}{\chi_u}$$

posledica promene maksimalne ivične dilatacije pritiskutog betonskog vlakna u funkciji rastojanja  $z$ . Činjenica da je granična dilatacija ivičnog pritiskutog betonskog vlakna zavisna od promene momenta duž nosača, odnosno od dužine zone na kojoj moment savijanja ima isti znak, nije od presudnog značaja za određivanje momenta loma. Zbog relativno male promene kraka unutrašnjih sila u preseku, nema bitne razlike u veličini graničnog momenta u funk-

ciji maksimalne dilatacije ivičnog vlakna. Međutim, veličina maksimalne dilatacije betona značajno utiče na duktilnost, odnosno na sposobnost plastične rotacije.

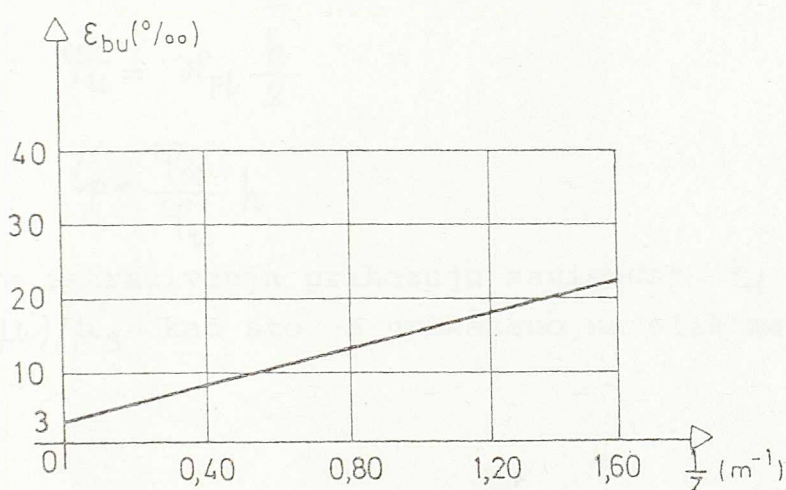
Mattock predlaže da se za elemente opterećene na čisto savijanje usvoji granična dilatacija pritisnutog betonskog vlakna:

$$\epsilon_{bu} = 3\text{‰} = 0.003 \quad (5.3)$$

dok za kontinualne grede, dakle za elemente duž kojih postoji promena momenta savijanja, predlaže:

$$\epsilon_{bu} = 0,003 + 1,27/z \quad , \quad z/\text{cm}/ \quad (5.4)$$

Ove vrednosti su donje granice vrednosti dobijenih opitima i na strani su sigurnosti (sl. 5.7).



Sl. 5.7

Plastične deformacije, kako je rečeno, nisu koncentrisane u preseku u kome je dostignut granični momenat, već se prostiru na određenoj dužini  $l_p$ . Ispitivanja sprovedena do danas ukazuju da je dužina plastičnog zgloba funkcija dva bitna parametra: odnosa  $z/h$  (rastojanja od tačke kontrafleksije i visine nosača) i procenta armiranja preseka.

Mattock je u svojim istraživanjima razvoj plastičnog zgloba razmatrao tako što je upoređivao veličinu ukupnog plastičnog obrtanja ( $\varphi_{pl}$ ) na dužini  $z$  (sl. 5.3.c) i plastičnog obrtanja ( $\varphi_u$ ) koje se odigrava na dužini  $h/2$ , mereno od preseka sa  $\max M$ . Ukupno plastično obrtanje može se izraziti kao:

$$\varphi_{pl} = \arctg \frac{\max W_{pl}}{z} \quad (5.5)$$

gde je  $\max w_{pl}$  razlika ukupnog merenog ugiba i elastičnog ugiba sračunatog sa krutošću isprskalog preseka duž nosača.

Plastično obrtanje  $\varphi_u$  sračunavano je iz srednje plastične krivine  $\mathcal{K}_{pl}$  na dužini  $h/2$ .

$$\varphi_u = \mathcal{K}_{pl} \cdot \frac{h}{2} \quad (5.6)$$

Pri tome se srednja plastična krivina dobijala kao razlika merene totalne krivine na dužini  $h$  i elastične krivine koja odgovara krutosti isprskalog preseka.

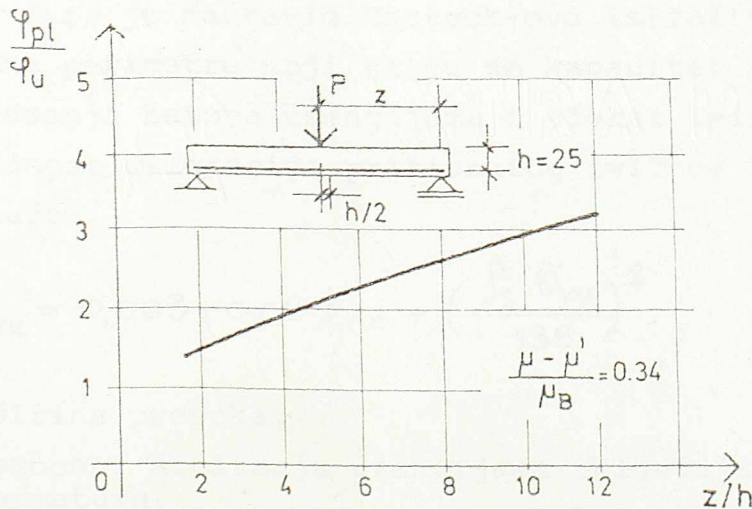
Odnos  $\varphi_{pl} / \varphi_u$  je uvek veći od jedinice i predstavlja praktično meru redukovane dužine plastičnog zgloba, zbog:

$$\varphi_{pl} = \mathcal{K}_{pl} \frac{l_p'}{2} \quad (5.7)$$

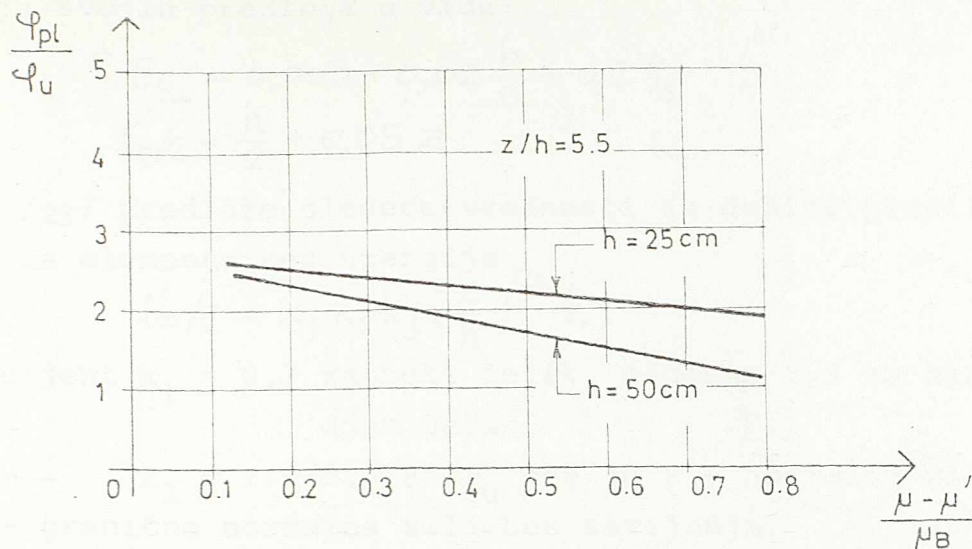
$$\varphi_u = \mathcal{K}_{pl} \frac{h}{2} \quad (5.8)$$

$$l_p' = \frac{\varphi_{pl}}{\varphi_u} \cdot h \quad (5.9)$$

Mattcock-ova istraživanja prikazuju zavisnost  $\varphi_{pl} / \varphi_u$  u funkciji  $z/h$  i  $(\mu - \mu') / \mu_B$  kao što je prikazano na slikama 5.8 i 5.9.



S1. 5.8.



Sl. 5.9.

Mattock predlaže sledeću zavisnost izmedju dužine plastičnog zgloba (sa jedne strane preseka) i visine nosača:

$$\frac{l'_p}{2} = \left\{ 1 + \left( 1,14 \sqrt{\frac{z}{h}} - 1 \right) \left[ 1 - \frac{\mu - \mu'}{\mu_B} \sqrt{\frac{h(\text{cm})}{41}} \right] \right\} \frac{h}{2} \quad (5.10)$$

U izrazu je  $\mu_B$  sračunato sa  $\epsilon_{bu} = 0,003$  i radnim dijagramom za beton prema ACI propisima.

Corley /14/ je nastavio Mattock-ova istraživanja s ciljem da ispita dodatne parametre koji utiču na kapacitet rotacije, kao što su efekat utezanja betona uzengijama i efekat veličine preseka. Za graničnu vrednost dilatacije pritisnutog ivičnog betonskog vlakna Corley predlaže:

$$\epsilon_{bu} = 0,003 + 0,02 \frac{b}{z} + \left( \frac{\rho_s \cdot \sigma_{vu}}{138} \right)^2 ; \quad \sigma_{vu} [\text{MPa}] \quad (5.11)$$

gde je  $b$  - širina preseka,

$\rho_s$  - procent armiranja uzengijama uključujući i pritisnutu armaturu,

$\sigma_{vu}$  - granica razvlačenja čelika za uzengije.

Za dužinu plastičnog zgloba Corley predlaže

$$\frac{l'_p}{2} = 0,5 h + \frac{0,2}{\sqrt{h}} \cdot z \quad h [\text{inč}] \quad (5.12)$$

U diskusiji u vezi Corley-jevih istraživanja Mattock /16/ daje ko-

reakciju svojih predloga u vidu:

$$\epsilon_{bu} = 0,003 + 0,02 \frac{b}{z} + 0,2 \rho_s \quad (5.13)$$

$$l'_{p/2} = \frac{h}{2} + 0,05 z \quad (5.14)$$

Baker /23/ predlaže sledeće vrednosti za dužinu plastičnog zgloba:

Za elemente bez uzengija

$$l'_{p/2} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \left(\frac{z}{h}\right)^{1/4} \cdot h \quad (5.15)$$

koeficijent  $k_1 = 0,7$  za meki čelik, odnosno  $0,9$  za hladno obra-  
djen čelik

— " —  $k_2 = 1 + 0,5 P / P_u$  gde je  $P$  - normalna sila u elementu,  
a  $P_u$  - granična normalna sila bez savijanja.

$k_3 = 0,6 - 0,9$  za MB 35 do MB 22

Za maksimalnu dilataciju u betonu za elemente bez uzengija Baker  
predlaže

$$\epsilon_{bu} = 3,5\% .$$

Za element sa uzengijama

$$l'_{p/2} = 0,8 k_1 \cdot k_3 \cdot (z/h) \cdot x_u \quad (5.16)$$

gde je  $x_u$  položaj neutralne linije pri graničnom momentu, i

$$\epsilon_{bu} = 0,0015 \left[ 1 + 150 \rho_s + (0,7 - 10 \rho_s) \frac{h}{x_u} \right] \leq 0,010 \quad (5.17)$$

Sawyer /35/ predlaže za dužinu plastičnog zgloba izraz:

$$l'_{p/2} = (0,25 + 0,075 \frac{z}{h}) h \quad (5.18)$$

Na osnovu istraživanja elemenata utegnutih uzengijama Scott,  
Park i Priestley /7/ predlažu za graničnu vrednost dilatacije u  
betonu izraz:

$$\epsilon_{bu} = 0,004 + 0,9 \rho_s \left( \frac{\sigma_{vu}}{300} \right) ; \quad \sigma_{vu} [\text{MPa}] \quad (5.19)$$

Ispitivanja uticaja tipa konstrukcije i opterećenja na dužinu plastičnog  
zgloba i graničnu dilataciju betona su još uvek aktuelna i nisu do danas pružila  
konačne odgovore. Zato u razmatranju ovih problema treba koristiti pretpostavke  
kojima se ostaje na strani sigurnosti.

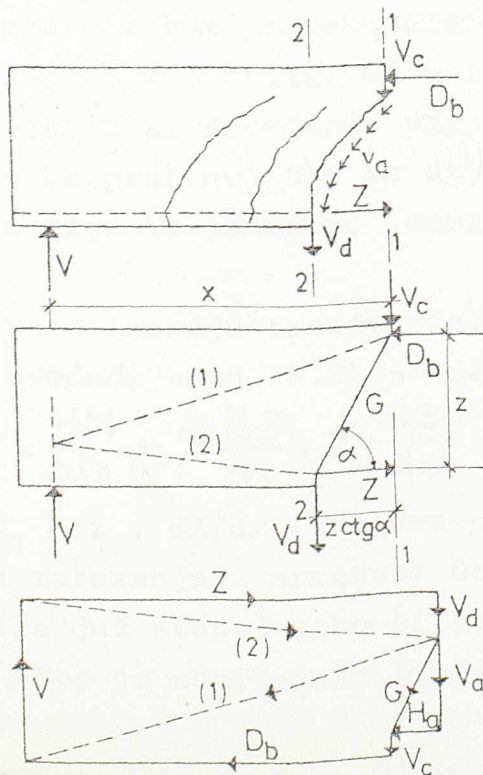
## 6. UTICAJ TRANSVERZALNIH SILA

Većina elemenata u armiranobetonskim konstrukcijama izložena je uticaju transverzalnih sila. Ove sile se javljaju uglavnom u kombinaciji sa momentima savijanja, pa je neophodno poznavanje njihovog uzajamnog dejstva na nosivost elementa.

Istraživanja koja su se vršila još od kraja prošlog veka pa do danas nisu još uvek dala kompletan odgovor na pitanja nosivosti elemenata izloženih dejstvu transverzalnih sila. Razlog tome je veliki broj parametara koji utiče na nosivost elementa: vrsta armature, procent armiranja, kvalitet betona, oblik poprečnog preseka, veličina poprečnog preseka, veličina zone izložene smičućim naponima, tip armature za osiguranje, veličina, raspored i položaj armature za osiguranje, tip opterećenja, statički sistem elementa i dr.

### 6.1. Osnovni mehanizam prenošenja transverzalne sile u armiranobetonskim elementima bez transverzalne armature

U zonama velikih transverzalnih sila glavni naponi zatezanja izazivaju kose (dijagonalne) prsline.



Sl. 6.1.

Na slici 6.1. prikazan je deo armiranobetonskog elementa duž kojeg je transverzalna sila konstantna i na kome su se javile dijagonalne prsline. Ukupna transverzalna sila  $V$  prenosi se kombinacijom:

1. Transverzalne sile  $V_c$  duž pritisnute zone betona
2. Transverzalne sile  $V_d$  koja se prenosi preko zategnute armature
3. Vertikalne komponente  $V_a$  smičućih napona koji se prenose preko dodira zrna agregata duž prsline.

$$V = V_d + V_a + V_c \quad (6.1)$$

Radi uprošćenja, može se usvojiti da je pravac sile koja se prenosi preko dodira zrna agregata određen tačkama delovanja rezultujućih sila pritiska u betonu i zatezanja u armaturi. U tom slučaju moment savijanja na rastojanju  $x$  od oslonca je:

$$M = V \cdot x = (Z + V_d \cdot \text{ctg} \alpha) z \quad (6.2)$$

Ako se zanemari deo smičuće sile koja se prenosi preko zategnute armature ( $V_d = 0$ ), što je opravdano u slučaju kada nema uzengija, sledi

$$M = Z \cdot z \quad (6.3)$$

Važno je primetiti da moment i sila zatezanja određeni prema izrazu (6.3) ne deluju u istom preseku elementa. Zatezanje u armaturi na rastojanju  $(x - z \cdot \text{ctg} \alpha)$  od oslonca odgovara momentu savijanja na rastojanju  $x$ . Povećanje napona u zategnutoj armaturi zavisi od ugla nagiba prsline. Ono se uzima u obzir kada se određuje veličina zategnute armature (uobičajeno pomeranje linije zatežućih sila).

Iz poznate veze između transverzalnih sila i momenta savijanja duž grede, uvodeći vezu (6.3) sledi

$$V = \frac{dM}{dx} = z \frac{dZ}{dx} + Z \cdot \frac{dz}{dx} \quad (6.4)$$

Prvi deo izraza  $V_1 = z \cdot dZ/dx$  izražava ponašanje prizmatičnog štapa u kome sila zatezanja u armaturi deluje na konstantnom kraju unutrašnjih sila duž štapa, kako bi bio uravnotežen spoljni moment savijanja (što je uobičajena pretpostavka u teoriji elastičnosti).

Član  $dZ/dx = q$  predstavlja promenu sile zatezanja na jediničnoj dužini i pod uslovom da je  $z = \text{const.}$  izraz

$$V_1 = z \frac{dZ}{dx} = q \cdot z \quad (6.5)$$

predstavlja jednačinu čistog grednog sistema. Jasno je da ovo uprošćenje važi samo ako se promena sile zatezanja može efikasno ostvariti preko napona prijanjanja između zategnute armature i okolnog betona.

Kada je iz nekih razloga prijanjanje između zategnute armature i betona potpuno narušeno, sila u zategnutoj armaturi  $Z$  se ne može menjati (ostaje konstantna), tako da je  $dZ/dx = 0$ . Pod ovim uslovom sila  $V$  se može preneti samo preko zone pritiska u betonu koja menja nagib. Ovaj ekstremni slučaj se izražava preko drugog dela izraza (6.4)

$$V_2 = Z \cdot \frac{dz}{dx} \quad (6.6)$$

i predstavlja praktično "dejstvo luka" oformljenog od pritisnute zone betona sa zategom od zategnute armature.

U armiranobetonskim gredama naponi prijanjanja, koji bi obezbedili čisto gredno dejstvo, ne mogu se ostvariti u realnosti, tako da se oba moguća mehanizma (gredni i lučni) ostvaruju u kombinaciji. Udeo svakog od mehanizama zavisi od kompatibilnosti deformacija koje se ostvaruju u funkciji različitih nivoa opterećenja.

#### 6.1.1. Gredno dejstvo

Prsline prouzrokovane opterećenjem dele zategnutu zonu betona na veći broj blokova. Svaki od blokova može se shvatiti kao konzolni štap koji je uklješten u pritisnutu zonu betona u visini neutralne linije, a slobodan je na strani zategnute armature.

Za slučaj da se transverzalna sila prenosi u celini na način koji odgovara čistom grednom nosaču ukupna smičuća sila mora biti preneti preko ovih konzolnih nosača (sl. 6.2).

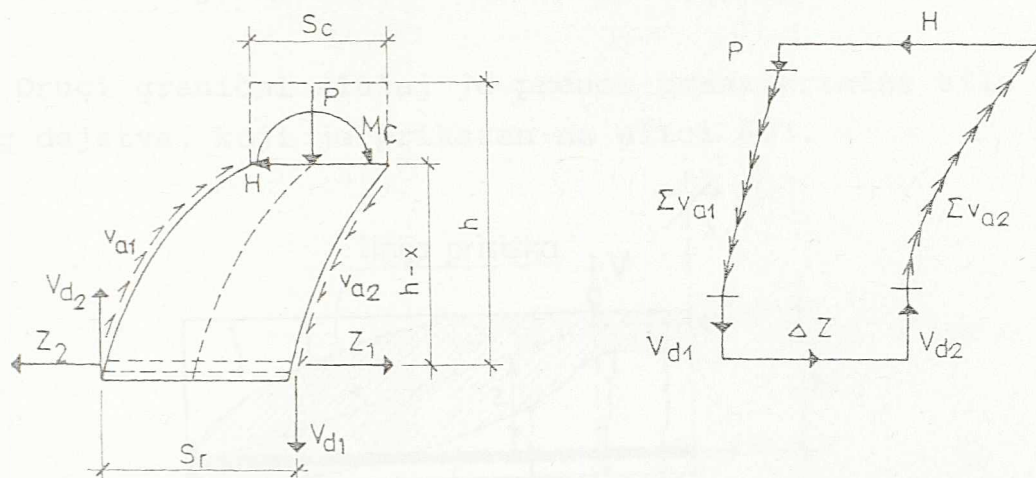
Na konzole deluju:

1. Smičuća sila  $\Delta Z = Z_1 - Z_2$  koja je posledica razlike sile zatezanja između susjednih prslina.
2. Pomeranja koja se ostvaruju na stranama prsline prouzrokuju napone  $v_{a1}$  i  $v_{a2}$ , koji se prenose preko dodira zrna agregata.
3. Pomeranja prouzrokuju i sile smicanja koju prenosi za-



tegnuta armatura  $V_{d1}$  i  $V_{d2}$ .

4. Na uklještenom kraju bloka javlja se normalna sila  $P$ , transverzalna sila  $H$  i moment  $M_C$  da bi uravnotežili sile na bloku.



Sl. 6.2.

Ispitivanja su pokazala da se najviše oko 20% sile  $\Delta Z$  može uravnotežiti dejstvom momenta  $M_C$ , s obzirom na malu dužinu uklještenja  $s_c$  i malu nosivost betona na zatezanje. Ne više od 25% sile  $\Delta Z$  uravnotežuje se sila  $V_{d1}$  i  $V_{d2}$  u zategnutoj armaturi, a oko 50 - 70% preuzimaju naponi  $v_{a1}$  i  $v_{a2}$ .

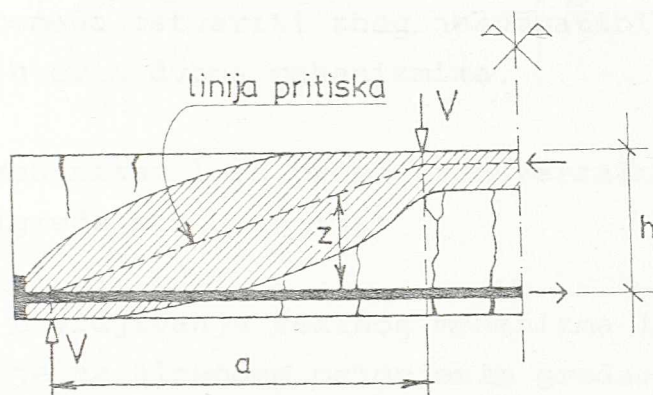
Maksimalni kapacitet otpornosti grednog dejstva (dodir zrna agregata, smicanje zategnute armature i otpornost na savijanje uklještenja) se ne javlja u zbiru pri opterećenju bliskom lomu. Razvoj kosih prslina redukuje zonu uklještenja konzola, što proizvodi velike rotacije slobodnog kraja konzole, pa se udeo zategnute armature može izostaviti. Većina opterećenja prenosi se preko dodira zrna agregata. Povećanje napona smicanja dovodi do povećanja zatezanja u uklještenju, i do daljeg razvoja prslina koje konzola ne može da izdrži, pa dolazi do naglog loma.

Uobičajeno je (i ušlo je u propise više zemalja) da se dejstvo dodira zrna agregata i smicanje zategnute armature zanemaruju u odnosu na nosivost pritiskute zone betonskog preseka. Eksperimenti, međjutim, pokazuju da pritiskuta zona betona iznad dijagonalne prslina prenosi max 25 - 40% ukupne smičuće sile. Ostatak sile mora biti prenet opisanim mehanizmom ispod neutralne linije. Kada otkaže dodir između zrna agregata i smicanje za-

tegnute armature, pritisnuta zona betona nije u stanju da prenese transverzalnu silu  $i$ , u kombinaciji sa naponima od savijanja, gre- da se ruši.

### 6.1.2. Dejstvo luka

Drugi granični slučaj je prenos transverzalne sile preko lučnog dejstva, koji je prikazan na slici 6.3.



Sl. 6.3.

Zategnuta armatura preuzima ulogu zatege, i sila je u njoj konstantna duž raspona. U betonu se obrazuje linija pritiska, a prsline se javljaju van pritisnute zone i vertikalne su. Da bi se ostvarilo dejstvo luka neophodno je da je u potpunosti narušena veza zategnute armature i okolnog betona van pritisnute zone. U okolini spoljne sile neutralna linija je znatno viša nego sračunata prema teoriji savijanja.

Otpornost lučnog delovanja značajno zavisi od rezultujućeg napona u dijagonali pritiska. Intenzitet ovog napona zavisi od nagiba linije pritiska, dakle od odnosa  $a/h$ , kao mere nagiba, ili kako se najčešće izražava, od odnosa:

$$\frac{a}{h} = \frac{V \cdot a}{V \cdot h} = \frac{M}{V \cdot h} \quad (6.7)$$

Lom prema lučnom dejstvu se generalno može ostvariti na tri načina:

1. Posle otkazivanja grednog dejstva propagacijom prslina redukuje se pritisnuta zona, tako da u okolini spoljne sile ovako redukovana zona ne može da prenese sile pritiska i dolazi do loma.

2. Dijagonala pritiska može biti toliko ekscentrična da se

ostvaruje razvoj prsline od sile u zategnutoj armaturi kroz pritisnutu zonu, što prouzrokuje nagli lom.

3. Kod visokih nosača gde je značajniji udeo lučnog dejstva, može doći do prekoračenja napona pritiska u pritisnutim dijagonalama.

U realnim gredama nema mogućnosti za nestajanje prijanjanja između betona i armature. Takođe je prelaz od grednog dejstva ka lučnom postepen. Puna otpornost grednog i lučnog dejstva ne može se istovremeno ostvariti zbog nekompatibilnosti deformacija koje odgovaraju ovim dvoma mehanizmima.

### 6.1.3. Mehanizam loma prema transverzalnim silama (grede bez uzengija)

U cilju utvrđivanja realnog mehanizma loma veliki broj testova izvršen je na slobodno oslonjenim gredama, bez uzengija, opterećenih sa parom koncentrisanih sila, sa različitim odnosom  $a/h$ . Rezultati do kojih su došli Kani /20/ i Leonhart i Valter /43/ se mogu grupisati u funkciji odnosa  $a/h$  u tri tipa:

1. Za odnos  $3 < a/h < 7$  dolazi do loma grednog mehanizma, a kasnije formirani lučni mehanizam ne može da prenese smičuću silu.

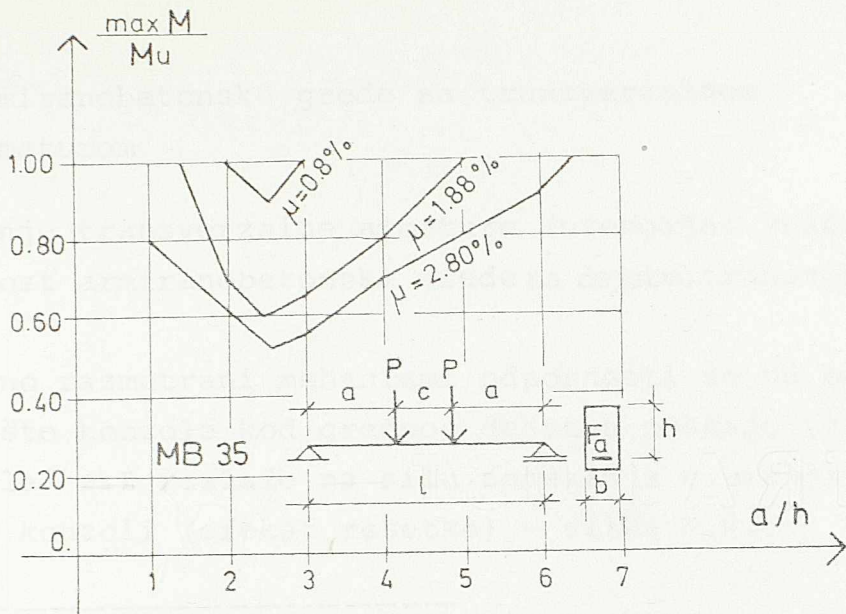
2. Za odnos  $2 < a/h < 3$  može doći do loma lučnog mehanizma, bilo lomom pritisnute zone betona u okolini spoljne sile, bilo razvojem prsline u zoni ankerovanja zategnute armature.

3. Za odnos  $a/h < 2$  do loma uobičajeno dolazi prekoračenjem nosivosti na pritisak pritisnute dijagonale.

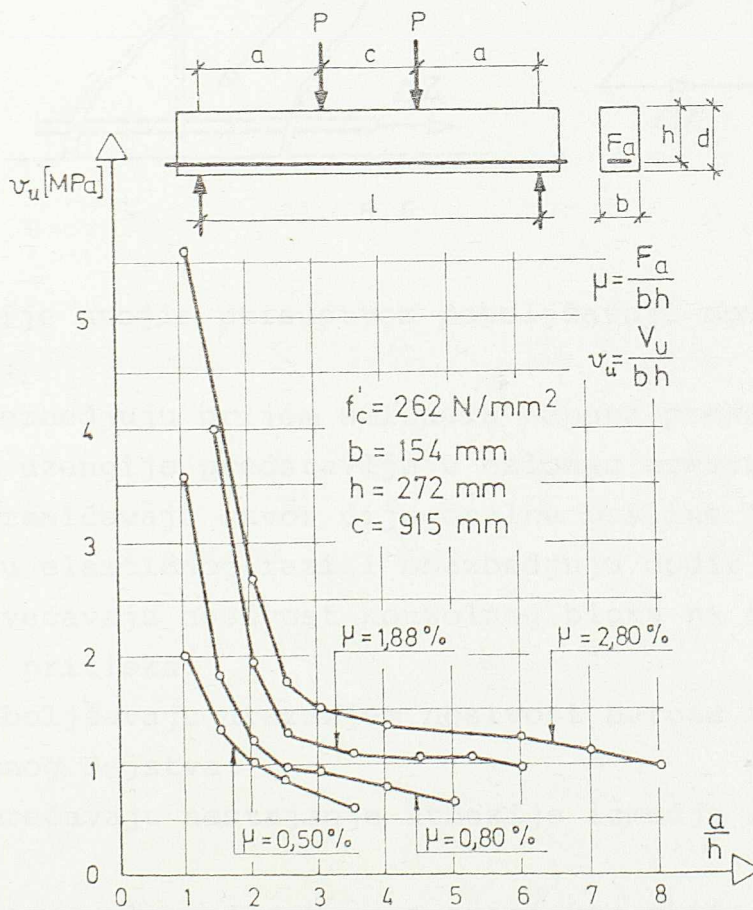
Eksperimenti su pokazali da je za slučajeve  $1,5 < a/h < 7$  merodavan lom po transverzalnim silama, a ne po savijanju. Na slici 6.4. prikazan je odnos ostvarenog maksimalnog momenta ( $\max M$ ) u trenutku loma usled transverzalnih sila i teorijskog momenta loma prema čistom savijanju ( $M_u$ ).

Minimum se nalazi na  $a/h = 2,5$ , a veličina  $\max M/M_u$  zavisi u najvećoj meri od procenta armiranja zategnutom armaturom. Za procenat armiranja  $\mu < 0,5\%$  do loma dolazi preko savijanja.

Značajan uticaj zategnute armature na prenošenje transverzalne sile prikazan je na slici (6.5) prema opitima koje je izveo Kani /20/.



S1. 6.4.

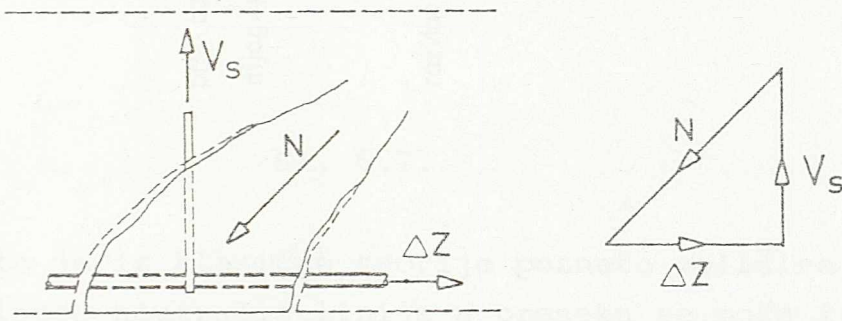


S1. 6.5.

## 6.2. Armiranobetonске grede sa transverzalnomo armaturom

Postojanje transverzalne armature (uzengija) značajno povećava nosivost armiranobetonске grede na dejstvo transverzalnih sila.

Prethodno razmatrani mehanizmi otpornosti se ne menjaju bitno, s tim što konzole kod grednog dejstva postaju utegnute, jer se deo sile  $\Delta Z$  razlaže na silu zatezanja u uzengiji i silu pritiska u konzoli (efekat rešetke) - slika 6.6.



Sl. 6.6.

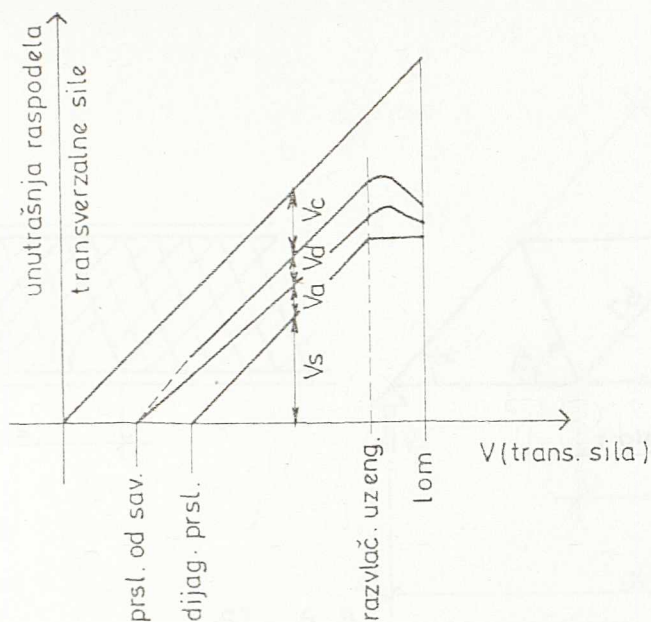
Uzengije svojim prisustvom poboljšavaju nosivost i iz drugih razloga:

1. Obezbeđuju prijem smičućih napona preko zategnute armature, jer uzengije predstavljaju oslonac armature.
2. Ograničavaju otvor dijagonalne prsline dok su naponi u uzengijama u elastičnoj fazi i obezbeđuju dodir zrna agregata.
3. Povećavaju nosivost konzolnog bloka na savijanje unošenjem sile pritiska.
4. Poboljšavaju utezanjem nosivost betona na pritisak u slučaju lučnog dejstva.
5. Sprečavaju nestajanje athezije između armature i betona.

Ukupna transverzalna sila  $V$  se prenosi kao zbir:

$$V = V_d + V_a + V_c + V_s \quad (6.8)$$

gde je  $V_s$  deo sile koju prenosi transverzalna armatura (uzengije). Na slici 6.7. prikazana je kvalitativna nosivost pojedinih članova izraza (6.8) eksperimentalno utvrđena na gredi koja je opterećivana do loma.



Sl. 6.7.

Kao što je iz klasične teorije poznato veličina max. smičućeg napona ispod neutralne linije u preseku se može izraziti kao

$$\max v = \frac{V}{b_r \cdot z} \quad (6.9)$$

gde je  $b_r$  - minimalna širina nosača ispod neutralne linije.

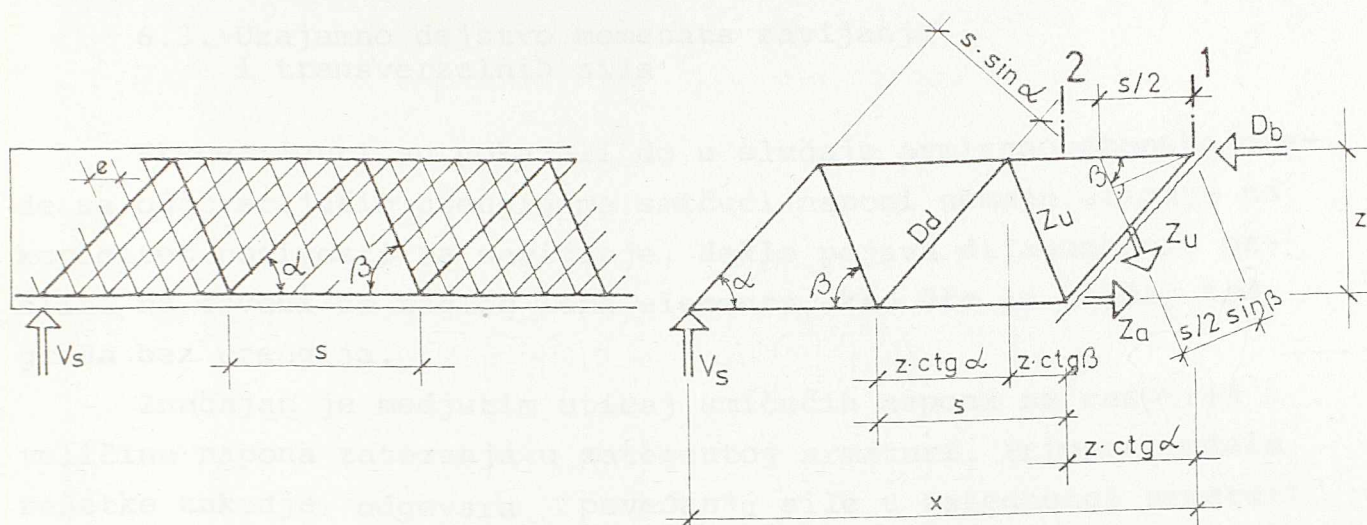
Prema propisima većine zemalja, pri dimenzionisanju elemenata prema graničnom stanju loma, obično se zanemaruje deo transverzalne sile koja se može preneti preko dodira zrna agregata i preko zategnute armature ( $V_a = V_d = 0$ ). Ukupna transverzalna sila se poverava pritiskutoj zoni betona i uzengijama.

$$V_u = V_c + V_s \quad (6.10)$$

Pri tome se za prenos sile  $V_s$  kao računski model najčešće koristi rešetka, čiji gornji pojas sačinjava pritisnuta zona betona, donji pojas zategnuta armatura, a ispunu čine zategnuti štapovi u pravcu transverzalne armature i pritisnuti štapovi u pravcu paralelno sa nagibom dijagonalnih prslina - model rešetke sa promenljivim nagibom dijagonala (sl. 6.8).

Neka dijagonale pritiska zaklapaju ugao  $\alpha$  a uzengije ugao  $\beta$  sa osom nosača. Ako se deo sile  $V_s$  prenosi preko rešetke, iz uslova ravnoteže sledi:

$$V_s = D_d \cdot \sin \alpha = Z_u \cdot \sin \beta \quad (6.11)$$



Sl. 6.8.

Iz geometrije rešetke:

$$s = z (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta) \quad (6.12)$$

Površina potrebne transverzalne armature na dužini  $s$  dobija se kao:

$$m \cdot f_u^{(1)} \frac{s}{e} = \frac{Z_u}{\bar{\sigma}_v} = \frac{V_s}{\bar{\sigma}_v \cdot \sin \beta} = \frac{v_s \cdot b_r \cdot z}{\bar{\sigma}_v \cdot \sin \beta} \quad (6.13)$$

odnosno horizontalni razmak uzengija kao:

$$e = \frac{m \cdot f_u^{(1)} \bar{\sigma}_v \cdot s \cdot \sin \beta}{v_s \cdot b_r \cdot z} = \frac{m \cdot f_u^{(1)} \bar{\sigma}_v \cdot \sin \beta (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)}{v_s \cdot b_r} \quad (6.14)$$

Pri tome je napon pritiska u pritisnutim dijagonalama:

$$\bar{\sigma}_b = \frac{D_d}{F'_b} = \frac{V_s}{\sin \alpha \cdot b_r \cdot s \cdot \sin \alpha} = \frac{v_s}{\sin^2 \alpha (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)} \quad (6.15)$$

Ako procenat armiranja uzengijama označimo kao:

$$\mu_u = \frac{m \cdot f_u^{(1)}}{b_r \cdot e \cdot \sin \beta} = \frac{F_a}{s \cdot b_r \cdot \sin \beta} \quad (6.16)$$

onda je potreban procenat armiranja:

$$\mu_u = \frac{v_s}{\bar{\sigma}_v \cdot \sin^2 \beta (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)} \quad (6.17)$$

Eksperimenti su pokazali da tradicionalno usvajani nagib pritisnutih dijagonala rešetke od  $45^\circ$  nije konstantan, već da varira duž grede. Nagibi su nešto manji u zonama blizu oslonca, a rastu

bližeći se mestu dejstva spoljne sile.

### 6.3. Uzajamno dejstvo momenata savijanja i transverzalnih sila

Eksperimenti su pokazali da u slučaju armiranobetonske grede sa odgovarajućim uzengijama smičući naponi nemaju uticaja na kapacitet nosivosti na savijanje, dakle pojava dijagonalnih prslina ne dovodi do naglog loma elementa, kao što je slučaj kod greda bez uzengija.

Značajan je međjutim uticaj smičućih napona na raspored i veličinu napona zatezanja u zategnutoj armaturi. Primena modela rešetke takodje odgovara povećanju sile u zategnutoj armaturi. Postavljanjem uslova ravnoteže (sl. 6.8.) dobija se:

$$M_1' = V_s \cdot x = M_2' + V_s \cdot z \cdot \operatorname{ctg} \alpha = Z_a' \cdot z + \frac{s}{2} \cdot Z_u \cdot \sin \beta \quad (6.18)$$

Uzimajući u obzir veze (6.11) i (6.12) sledi

$$Z_a' = \frac{M_2'}{z} + \frac{V_s}{2} (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta) \quad (6.19)$$

Na sličan način, razmatrajući gredu bez uzengija, na kojoj se prslina formiraju takodje pod uglom  $\alpha$  prema osi nosača (sl. 6.1) dobija se (uz  $V_a = V_d = V_s = 0$  i  $V_c \neq 0$ )

$$M_1'' = Z_a'' \cdot z = M_2'' + V_c \cdot z \cdot \operatorname{ctg} \alpha \quad (6.20)$$

odnosno

$$Z_a'' = \frac{M_1''}{z} = \frac{M_2''}{z} + V_c \operatorname{ctg} \alpha \quad (6.21)$$

Kombinovanjem ova dva mehanizma:

$$V_u = V_c + V_s, \quad M_u = M_2' + M_2'', \quad Z_{au} = Z_a' + Z_a'' \quad (6.22)$$

dobija se za silu zatezanja u preseku 2-2:

$$Z_{au} = \frac{M_u}{z} + V_c \operatorname{ctg} \alpha + 0,5 V_s (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta) \quad (6.23)$$

Ako faktorom  $\eta = V_s/V_u$  označimo odnos sile koju prenose uzengije i ukupne transverzalne sile ( $\eta$  se kreće u granicama od 0÷1) može se izraziti sila u zategnutoj armaturi kao:

$$Z_{au} = \frac{M_u}{z} + V_u \frac{e}{z} \quad (6.24)$$

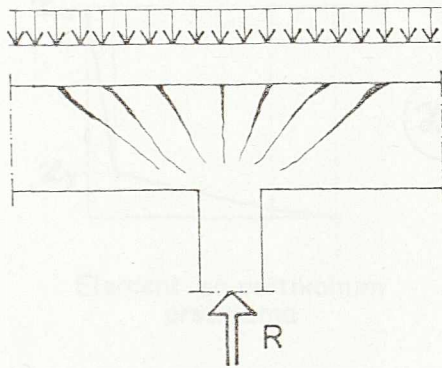
gde je  $e$  veličina za koju treba pomeriti dijagram zatežućih sila. Za veličinu  $e$ , izjednačavanjem izraza (6.23) i (6.24), dobija se:



$$e = z [ \operatorname{ctg} \alpha - 0,5 \eta (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta) ] \geq 0 \quad (6.25)$$

#### 6.4. Dejstvo transverzalne sile u plastičnom zglobu

U okolini oslonaca kontinualnih greda ili poljima ispod koncentrisanih sila, gde se najčešće obrazuje plastični zglob, dijagonalne prsline se obrazuju ne paralelno već radijalno, usmerene prema pritisnutoj zoni (sl. 6.9).

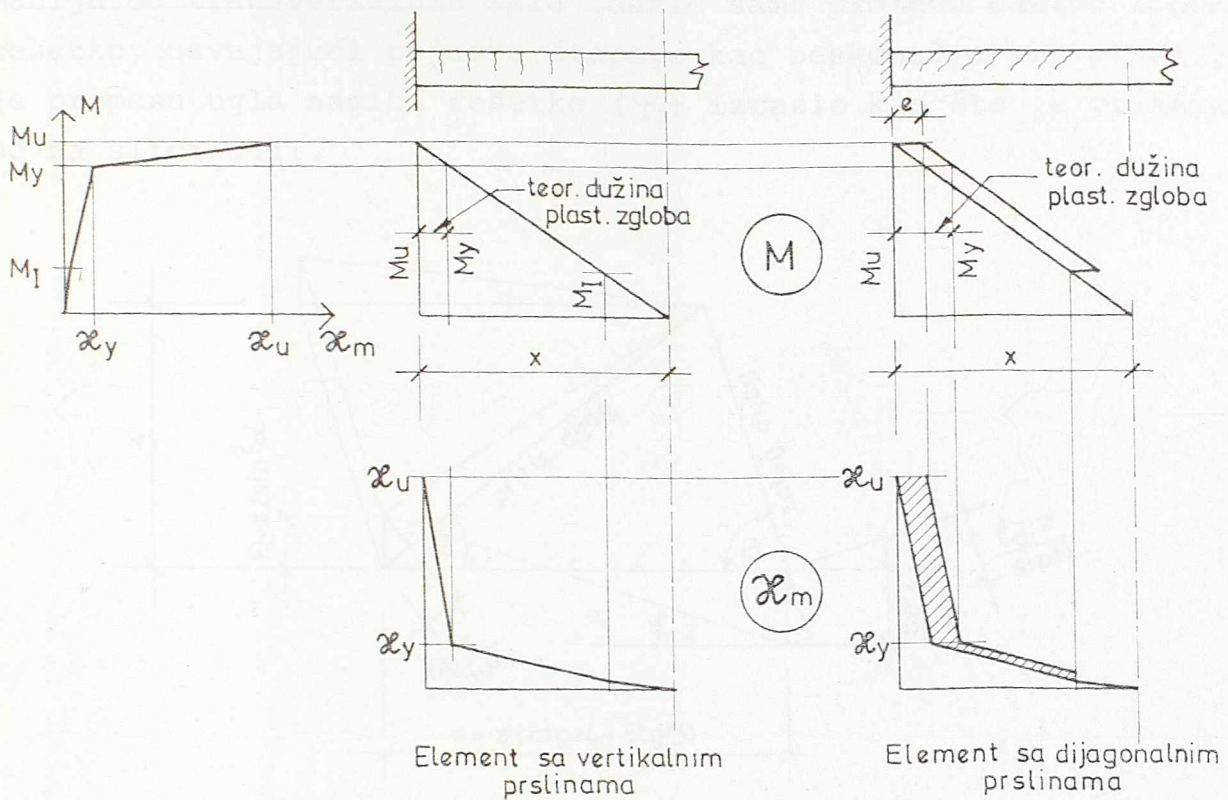


Sl. 6.9.

Kada glavna zategnuta armatura dostigne granicu razvlačenja, prsline se šire i vrlo mala transverzalna sila se može preneti preko dodira zrna agregata ili zategnute armature. Praktično cela transverzalna sila mora se preneti preko pritisnute zone betonskog preseka i uzengija.

Primenjujući model rešetke za određivanje dodatne sile zatezanja u glavnoj armaturi, može se zaključiti da će napon dostići granicu razvlačenja u većoj zoni grede, zbog pojave dijagonalnih prslina, tj. povećaće se dužina plastičnog zgloba.

Na slici 6.10. prikazana je kvalitativno promena dužine plastičnog zgloba za slučaj da se na elementu javljaju samo vertikalne ili dijagonalne prsline.



Sl. 6.10.

## 6.5. Deformacije od transverzalnih sila

U armiranobetonskim gredama u kojima se nisu javile prsline, krutost na smicanje ( $K_I$ ) se može odrediti iz poznatih veza iz otpornosti materijala kao za homogen presek:

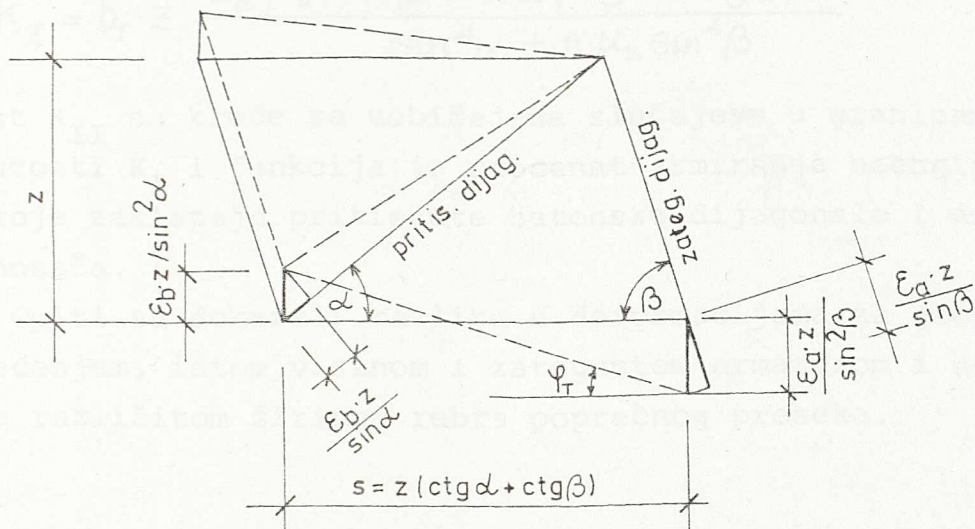
$$\varphi_T = k \frac{V}{GF} = \frac{V}{K_I} \quad (6.26)$$

$$K_I = \frac{GF}{k} = \frac{0,4 E_b \cdot d \cdot b_r}{k} \quad (6.27)$$

gde se vrednost  $k$  može usvojiti 1,2 za pravougaoni presek, a približno 1,0 za T i I preseke.

U slučaju velikih smičućih napona, kod greda odgovarajuće armiranih uzengijama, mogu se dijagonalne prsline javiti još u fazi eksploatacije. Ove prsline značajno smanjuju krutost na smicanje i utiču na povećanje deformacija. Na osnovu već pomenutog modela rešetke krutost na smicanje u fazi sa dijagonalnim prslinama ( $K_{II}$ ) odredio je Dilger /17/. Razmatrajući samo defor-

maciju od transverzalnih sila (dakle samo promenu dužine ispune rešetke, usvajajući pojasne štapove kao beskonačno krute) Dilger je promenu ugla nagiba rešetke ( $\varphi_T$ ) izrazio kao što je prikazano na slici 6.11.



Sl. 6.11.

$$\varphi_T \approx \operatorname{tg} \varphi_T = \frac{\varepsilon_a}{\sin^2 \beta (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)} + \frac{\varepsilon_b}{\sin^2 \alpha (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)} \quad (6.28)$$

Dilatacija zategnute dijagonale može se prikazati kao:

$$\varepsilon_a = \frac{Z_u}{E_a F_a} \quad (6.29)$$

Koristeći ranije pokazane veze:

$$Z_u = \frac{V_s}{\sin \beta} \quad \text{i} \quad \mu_u = \frac{F_a}{b_r \cdot s \cdot \sin \beta} = \frac{F_a}{b_r \cdot z \cdot \sin \beta (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)} \quad (6.30)$$

dobija se:

$$\varepsilon_a = \frac{V_s}{E_a \cdot b_r \cdot z} \frac{1}{\mu_u \sin^2 \beta (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)} \quad (6.31)$$

Dilatacija pritiskute betonske dijagonale je

$$\varepsilon_b = \frac{\delta_b}{E_b} = \frac{V_s}{E_b \cdot b_r \cdot z \sin^2 \alpha (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)} \quad (6.32)$$

Ugao  $\varphi_T$  se može izraziti konačno kao:

$$\varphi_T = \frac{V_s}{b_r \cdot z} \left[ \frac{1}{E_a \mu_u \sin^4 \beta (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)^2} + \frac{1}{E_b \sin^4 \alpha (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)^2} \right] \quad (6.33)$$

odnosno krutost na smicanje  $K_{II}$  kao:

$$K_{II} = b_r \cdot z \frac{E_a \mu_u \sin^4 \beta \sin^4 \alpha (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)^2}{\sin^4 \alpha + n \cdot \mu_u \sin^4 \beta} \quad (6.34)$$

Krutost  $K_{II}$  se kreće za uobičajene slučajeve u granicama od 10-30% od krutosti  $K_I$  i funkcija je procenta armiranja uzengijama i uglova koje zaklapaju pritisnute betonske dijagonale i uzengije sa osom nosača.

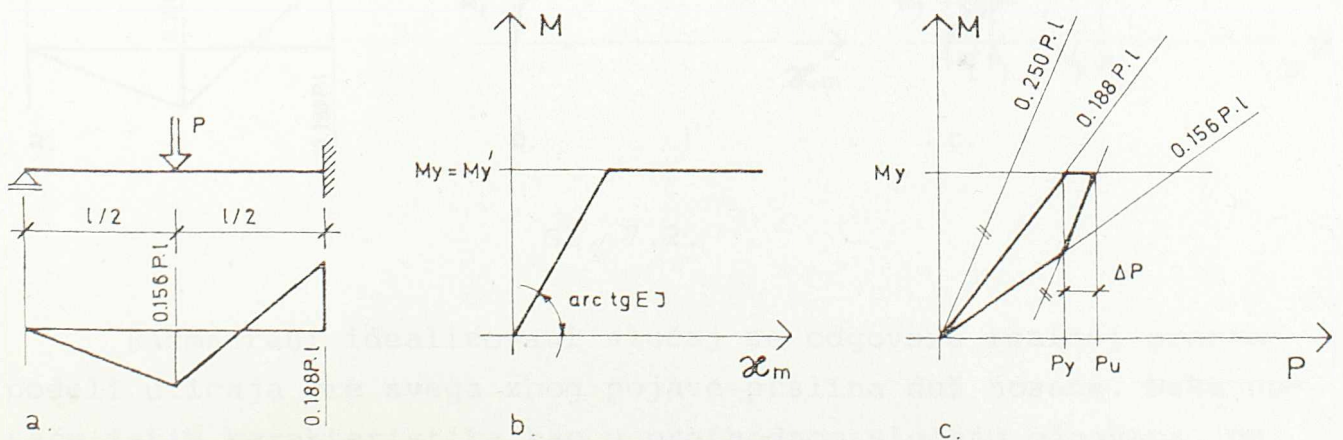
Opiti su dokazali razliku u deformacijama za grede sa istim opterećenjem, istom visinom i zategnutom armaturom i uzengijama, ali sa različitom širinom rebra poprečnog preseka.

## 7. STATIČKI NEODREDJENI ARMIRANOBETONSKI LINIJSKI NOSAČI

### 7.1. Preraspodela statičkih uticaja u statički neodredjenim nosačima

Nelinearna priroda veze moment-srednja krivina u armiranobetonskim elementima prouzrokuje kod statički neodredjenih nosača odstupanje stvarnih vrednosti presečnih sila od onih sračunatih po teoriji elastičnosti, kada se krutost elementa formira iz karakteristika homogenog betonskog preseka. Ovo je slučaj kako pri eksploatacionim opterećenjima, tako i pri opterećenjima bliskim graničnim. Nelinearnost veze moment-srednja krivina uslovljena je pojavom prslina duž nosača, čime se menja njegova krutost. U slučaju graničnog opterećenja dolazi još do naglog prirasta krivine u zonama u kojima se armatura plastifikuje, čime se omogućuje znatnija preraspodela statičkih uticaja. Mogućnost plastične rotacije preseka može bitno uticati kako na ostvarivanje preraspodele tako i na veličinu samog graničnog opterećenja.

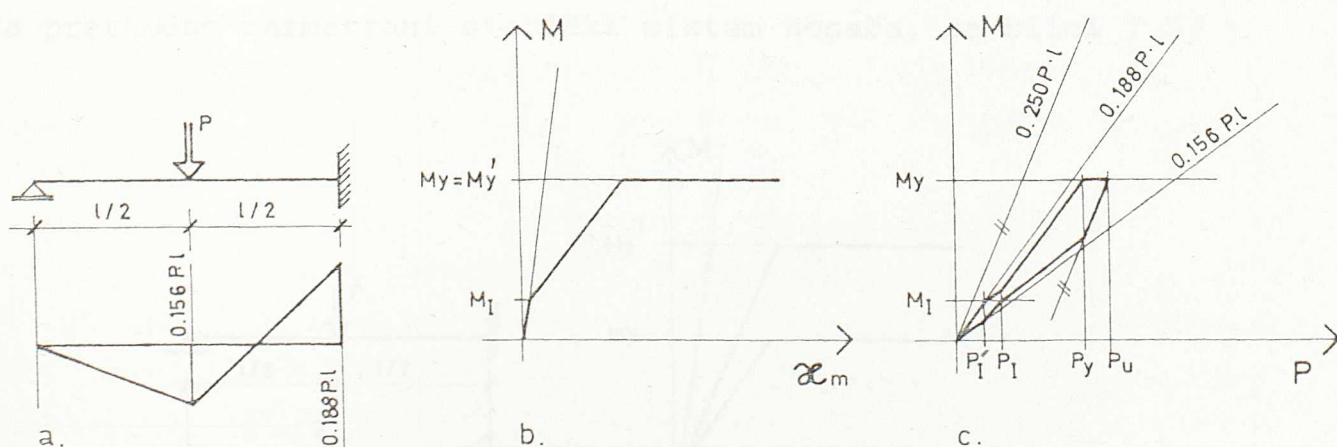
Razmatra se, kao primer, greda uklještena na jednom i slobodno oslonjena na drugom kraju, opterećena koncentrisanom silom u sredini raspona. Radi kvalitativne analize, neka važi pretpostavka o konstantnoj krutosti grede u svim presecima sve do pojave momenta plastičnosti, kada krivina raste bez prirasta momenta. Neka je moment plastičnosti u polju i u uklještenju identičan:  $M_Y = M'_Y$  (sl. 7.1a i b), i neka su preseki duktilni.



Sl. 7.1.

Ovakav idealizovan slučaj odgovara jednako armiranim presecima u polju i u uklještenju, ako se zanemari promena krutosti nosača usled pojave i razvoja prslina u procesu opterećenja.

Razvoj momenta savijanja u nosaču, pri porastu opterećenja, pratio bi u ovako idealizovanom slučaju elastično rešenje sve do pojave momenta plastičnosti u uklještenju  $M'_y$  pri opterećenju  $P_y$ . Za prirast opterećenja  $\Delta P$ , moment uklještenja bi ostao konstantan usled formiranja plastičnog zgloba, a moment u polju bi imao prirast koji odgovara slobodno oslonjenoj gredi, sve do dostizanja momenta plastičnosti u polju  $M_y$ . Stvaranjem plastičnog zgloba u polju obrazovao bi se mehanizam loma, pri graničnom opterećenju  $P_u$  (sl. 7.1c). Na ovaj način ostvarila bi se puna preraspodela statičkih uticaja pri graničnom opterećenju. Uslov za ostvarivanje pune preraspodele uticaja je dovoljna duktilnost preseka u uklještenju. Ako je presek u uklještenju takvih karakteristika da je kapacitet rotacije ostvarenog plastičnog zgloba nedovoljan, može doći do loma u uklještenju pre nego što se u preseku u polju dostigne moment plastičnosti, pa stvarno granično opterećenje može biti manje od  $P_u$ . Ovaj slučaj predstavlja slučaj ograničene preraspodele statičkih uticaja i po pravilu ga treba izbegavati pogodnim izborom dimenzija preseka i armature.



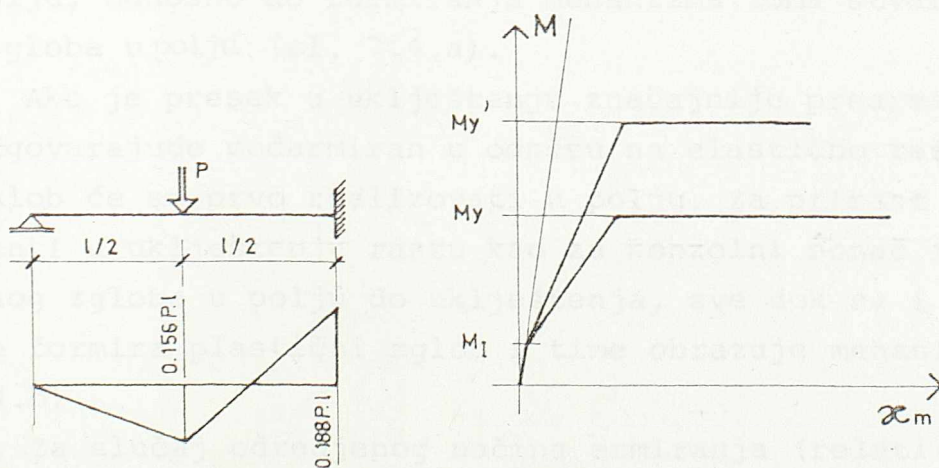
Sl. 7.2.

Razmatrani idealizovani slučaj ne odgovara realnoj preraspodeli uticaja pre svega zbog pojave prslina duž nosača. Neka nosaču istih karakteristika kao u prethodnom slučaju odgovara, na primer, trilinearna veza moment-srednja krivina, koja obuhvata

uticaj promene krutosti nosača usled pojave prslina (sl. 7.2.a,b). Presečne sile se slažu sa teorijom elastičnosti samo dok opterećenje ne dostigne vrednost  $P_I'$ , koje odgovara pojavi prve prslina u uklještenju. Za neki prirast opterećenja preko ovoga nivoa deo nosača u blizini uklještenja ima smanjenu krutost. Zbog toga, prirast uticaja u presecima odstupa od rešenja teorije elastičnosti i moment uklještenja sporije prirasta od momenta u polju u odnosu na elastično rešenje. Kada opterećenje dostigne vrednost  $P_I$  javlja se prva prslina u polju. Sada opada i krutost dela nosača u polju, pa u slučaju daljeg prirasta opterećenja dolazi do nove preraspodele uticaja u funkciji razvoja prslina na nosaču, odnosno u funkciji promene krutosti pojedinih zona nosača, sve dok moment u uklještenju ne dostigne moment plastičnosti  $M_y'$ , kada se obrazuje plastični zglob. Pri daljem porastu opterećenja, (analogno ranije rečenom, prirasta samo moment u polju sve dok se obrazovanjem plastičnog zgloba u polju ne ostvari mehanizam (sl.7.2.c).

U realnoj konstrukciji, međjutim, menja se i armatura duž nosača. Na primer, za nosač dimenzionisan po teoriji elastičnosti armatura uklještenja je veća od armature u polju. U tom slučaju zavisnost moment-srednja krivina, kao i momenti plastičnosti, su različiti za odgovarajuće zone pozitivnih i negativnih momenata na nosaču.

Veza moment-srednja krivina prikazana je u takvom slučaju, za prethodno razmatrani statički sistem nosača, na slici 7.3.



Sl. 7.3.

Preraspodela statičkih uticaja je u ovom slučaju još i funkcija načina armiranja nosača, odnosno funkcija veze moment-srednja krivina za preseke duž nosača.

Preraspodela bi i u ovom kao u prethodno navedenim slučajevima, trebalo da počne pojavom prve prsline u uklještenju. Krutost zone nosača blisko uklještenju opada i za porast opterećenja momenti u polju imaju brži prirast, a momenti nad osloncem sporiji, u poredjenju sa rešenjem teorije elastičnosti. Kada moment u polju dostigne vrednost koja prouzrokuje pojavu prsline opada krutost zone nosača u polju. Za dalji prirast opterećenja nosač se ponaša kao nosač promenljive krutosti, s tim da bi pojedinim zonama nosača trebalo da odgovaraju efektivne krutosti dobijene iz veze moment-srednja krivina za odgovarajuće karakteristike preseka. Kako opterećenje dalje raste, dolazi do razvoja novih prsline i do nove preraspodele statičkih uticaja.

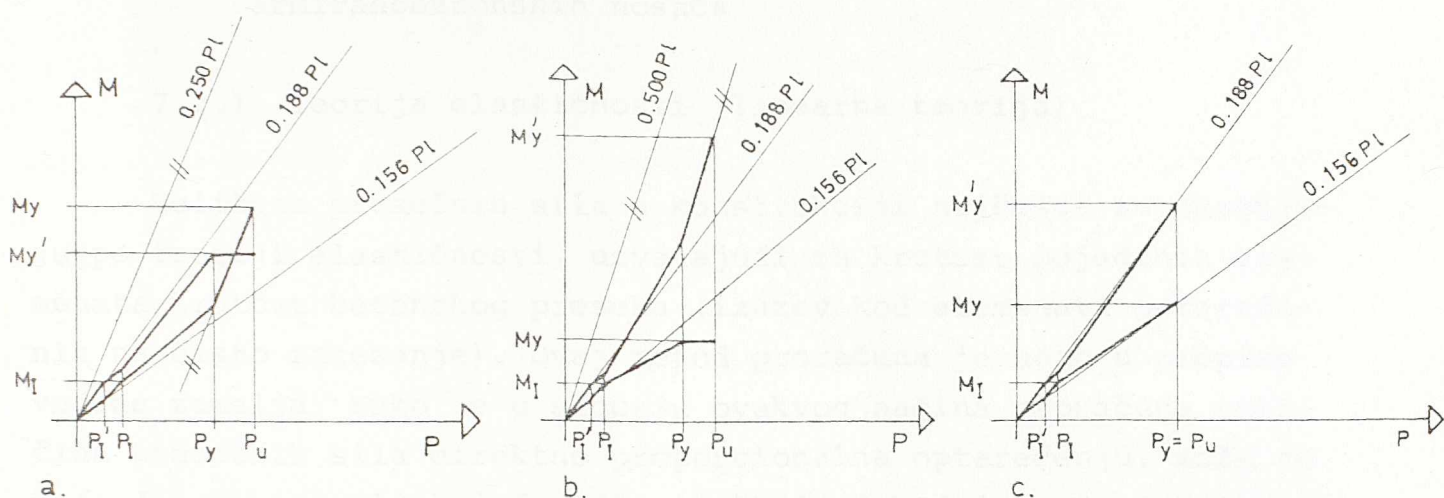
U zavisnosti od načina armiranja nosača, pod pretpostavkom o dovoljno duktilnim presecima, dostizanje momenta plastičnosti, odnosno redosled stvaranja plastičnih zglobova na nosaču, može se ostvariti na sledeća tri načina:

1. Ako je presek u uklještenju značajnije podarmiran u odnosu na rešenje po teoriji elastičnosti, a presek u polju odgovarajuće prearmiran, plastični zglob će se prvo obrazovati u uklještenju. Za prirast opterećenja momenti u polju će rasti kao za slobodno oslonjenu gredu sve do dostizanja momenta plastičnosti u polju, odnosno do formiranja mehanizma loma stvaranjem plastičnog zgloba u polju (sl. 7.4.a).

2. Ako je presek u uklještenju značajnije prearmiran, a u polju odgovarajuće podarmiran u odnosu na elastično rešenje, plastični zglob će se prvo realizovati u polju. Za prirast opterećenja momenti u uklještenju rastu kao za konzolni nosač raspona od plastičnog zgloba u polju do uklještenja, sve dok se i u uklještenju ne formira plastični zglob i time obrazuje mehanizam loma (sl. 7.4.b).

3. Za slučaj određenog načina armiranja (relativno blisko elastičnom rešenju) teorijski je moguće istovremeno dostizanje plastičnog zgloba i u uklještenju i u polju, čime se odmah realizuje mehanizam loma bez dopunske preraspodele presečnih sila (sl. 7.4.c).





Sl. 7.4

Analiza veze moment-krivina pokazala je da po dostizanju momenta plastičnosti  $M_y$  vrednost momenta u preseku i dalje blago raste sve do dostizanja momenta loma  $M_u$ , što je posledica promene kraka unutrašnjih sila u preseku. To znači da u preseku u kome se oformio plastični zglobov moment savijanja može da poveća svoju vrednost, ali je to povećanje malo i u praktičnim proračunima se može zanemariti (zadržava se horizontalni deo dijagrama  $M - \mathcal{K}$ ) kada je u pitanju upotreba čelika sa izraženom granicom velikih izduženja,

U slučaju upotrebe čelika sa relativno neizraženom granicom velikih izduženja, koji brzo ulaze u zonu ojačanja, u preseku u kome se javlja plastični zglobov moment ne zadržava konstantnu vrednost, već porastom opterećenja i dalje nastavlja da raste, samo sporijim intenzitetom. S obzirom na znatno sporiji prirast čvrstoće čelika u zoni ojačanja, nema bitne razlike u načinu preraspodele statičkih uticaja u presecima. Medjutim, dostizanjem momenta plastičnosti u oba kritična preseka, u uklještenju i u polju, ne stvara se čist mehanizam loma sa neograničenim pomeranjima. Deformacije značajno rastu, ali su one konačne. Do loma nastaje tek pošto se iscrpi kapacitet rotacije plastičnog zgloba, odnosno čvrstoća betona ili čelika.

## 7.2. Metode proračuna statički neodredjenih armiranobetonskih nosača

### 7.2.1. Teorija elastičnosti (linearna teorija)

Veličine presečnih sila u konstrukciji najčešće se određuju po teoriji elastičnosti, usvajajući za krutost pojedinih elemenata krutost betonskog preseka (izuzev kod elemenata opterećenih na čisto zatezanje). Ovaj metod proračuna je ušao u propise većine zemalja. Kako je u slučaju ovakvog načina proračuna veličina presečnih sila direktno proporcionalna opterećenju, može se reći da se zadovoljavajuće tačna rešenja dobijaju samo dok konstrukcija radi u fazi bez prslina. Pojava prslina pri radnim opterećenjima, kao i nelinearno ponašanje betona i čelika pri opterećenjima bliskim lomu, dovodi do odstupanja ovako sračunatih vrednosti presečnih sila od realnih. Međutim, ne treba izgubiti iz vida da ovakva rešenja zadovoljavaju uslove ravnoteže i granične uslove i da predstavljaju statički moguća rešenja teorije plastičnosti, tako da uobičajeno zadovoljavaju koeficijente sigurnosti konstrukcije na lom.

Prednost ove metode je u tome što ukoliko je armatura dimenzionisana prema uticajima po teoriji elastičnosti, ipak daje relativno mala odstupanja od tačnih vrednosti presečnih sila kako u eksploatacionim uslovima tako i pri graničnom opterećenju, kada kritični preseki dostižu plastifikaciju približno istovremeno. Plastične rotacije kritičnih preseka su relativno male i praktično ih nije neophodno proveravati. Do preraspodele uticaja dolazi u fazi pojave i razvoja prslina, zbog promene krutosti na savijanje pojedinih zona nosača. Razlike između tačnih rešenja i rešenja teorije elastičnosti su funkcije promene međusobnih odnosa krutosti pojedinih delova nosača, i relativno su male.

Prednosti ove metode se još ogledaju u tome što je njenom primenom obezbedjeno da naponi u betonu i čeliku u stanju eksploatacije budu u određenim granicama, tako da je obično zadovoljeno granično stanje prslina. Potpuno je, međutim, neopravdano mišljenje da je time automatski zadovoljeno i granično stanje deformacija.

Presečne sile se nalaze relativno jednostavno što metodi

daje praktičnu vrednost i značaj.

Ostaje, ipak, otvoreno pitanje tačne preraspodele presečnih sila, s obzirom na mogućnost da delovi konstrukcije izrazito rade u fazi bez prslina (stubovi) i sa prslinama (grede ramovskih sistema). Metoda se može preporučiti za praksu, sa značajnom konstatacijom da ne daje zadovoljavajući odgovor na veličinu deformacije konstrukcijskog sistema.

### 7.2.2. Teorija elastičnosti za ograničenom preraspodelom

Propisi pojedinih zemalja dozvoljavaju modifikovanje presečnih sila dobijenih po teoriji elastičnosti, ukoliko su preseci dovoljno duktilni.

Tako ACI propisi dozvoljavaju promenu oslonačkog momenta kod kontinualnih greda, naviše ili naniže, množenjem koeficijentom  $\delta$  :

$$\delta = 1 \pm 0,20 \left( 1 - \frac{\mu - \mu'}{\mu_B} \right) \quad (\%) \quad (7.1)$$

Sa ovako usvojenim momentima mogu se sračunati momenti u polju, tako da budu zadovoljeni uslovi ravnoteže.

Model propisa CEB-FIP predlaže da se u najopterećenijim presecima momenti sračunati po teoriji elastičnosti mogu smanjiti množenjem koeficijentom  $\delta$  :

$$\delta \geq 0,44 + 1,25 x_u/h \quad \text{za MB 35} \quad (7.2)$$

$$\delta \geq 0,56 + 1,25 x_u/h \quad \text{za MB 40-50} \quad (7.3)$$

s tim da se koeficijent  $\delta$  mora nalaziti između 0,75 i 1,0 kod kontinualnih nosača i nepomerljivih okvira, a između 0,9 i 1,0 kod pomerljivih okvira.

Britanski propisi za koeficijent redukcije predlažu:

$$\delta = 1,0 - (0,6 - x_u/h) \geq 0,7 \quad (7.4)$$

Sovjetskim propisima koeficijent redukcije se ograničava na:

$$1,0 \geq \delta \geq 0,7 \quad (7.5)$$

Kao što se vidi propisi većine zemalja su ograničili preraspodelu statičkih uticaja na maksimum 30% razlike u odnosu na teoriju elastičnosti. Smatralo se da bi veći dozvoljeni koeficijenti preraspodele doveli do visokih napona u čeliku u pojedinim prese-

cima pri eksploatacionom opterećenju, što bi vodilo razvoju većih prslina i deformacija. Eksperimentalna ispitivanja koja je sproveo Mattock za elemente dimenzionisane na 25% razlike od teorije elastičnosti nisu potvrdila ova strahovanja.

Predlog našeg novog pravilnika usvaja vrednost koeficijenta preraspodele na isti način kao ACI propisi.

### 7.2.3. Teorija plastičnosti i metode granične analize

U cilju analize stanja loma konstrukcije kao celine razvile su se metode granične analize. Ove metode baziraju na razmatranju isključivo trenutka formiranja mehanizma loma, nezavisno od stanja kroz koje konstrukcija dotle prolazi. Za poznatu konstrukciju može se relativno jednostavno odrediti kritičan parametar opterećenja.

Granična analiza dozvoljava u načelu bilo koju raspodelu momenta savijanja pri graničnom opterećenju, prilikom dimenzionisanja konstrukcije, pod uslovom da je zadovoljeno sledeće:

1. Raspodela momenata savijanja je statički moguća. Dakle, zadovoljeni su uslovi ravnoteže za konstrukciju u celini, kao i za svaki element pojedinačno. To znači da se proizvoljnim izborom mesta nultih momenata (zglobova) neodređeni statički sistem prevodi u određeni i na takvom sistemu se određuju presečne sile (ili se mogu usvojiti vrednosti momenata savijanja u određenom broju preseka tako da se formira statički određeni sistem pa se zatim sračunaju preostali uticaji).
2. Kapacitet rotacije zone plastičnih zglobova mora biti dovoljan da se obezbedi predviđena raspodela momenata pri graničnom opterećenju.
3. Prsline i ugibi pri eksploatacionom opterećenju ne smeju prekoračiti određene propisane vrednosti i neophodna je njihova kontrola. Pri ovoj kontroli se za vrednosti presečnih sila u presecima uglavnom koriste rešenja teorije elastičnosti.

Uopšteno rečeno, moraju se zadovoljiti uslovi ravnoteže, kompatibilnost rotacije i upotrebljivost. Kvalitet ovih metoda je mogućnost da se momenti odaberu tako da se postignu određeni efekti u ekonomiji konstruisanja nosača, ili boljem rasporedu ar-

mature u nosaču (može se na primer izbeći gomilanje armature u oslonačkim presecima kontinualnih nosača). Međutim, ovaj metod nije još našao konkretnu primenu u propisima zbog ograničenja da prsline i deformacije moraju ostati u odredjenim granicama u fazi eksploatacije i nedostatka eksperimentalnih podataka o rotaciji plastičnih zglobova pod različitim vidovima opterećenja i kod različitih tipova konstrukcija. Tek najnoviji švajcarski propisi pokušavaju da uvedu u primenu proračun teorijom plastičnosti. U literaturi se mogu sresti neke praktično primenljive metode granične analize, vezane uglavnom za analizu kontinualnih grednih i ramovskih sistema, čiji su autori: Baker /23/, Cohn /27/, Sawyer /35/, Furlong /28/, Macchi /33/.

### 7.3. Nelinearna analiza armiranobetonskih linijskih elemenata zasnovana na vezi moment-srednja krivina

Odgovor na pitanje kakva je realna raspodela statičkih uticaja u statički neodredjenim armiranobetonskim linijskim sistemima pri bilo kom nivou opterećenja od nule do loma, ne daju u potpunosti ni elastična teorija niti metode granične analize. Kao što je ranije naglašeno, krutost pojedinih delova armiranobetonskog nosača je, pored geometrijskih karakteristika preseka i mehaničkih osobina betona i čelika, još i funkcija nivoa opterećenja. Samim tim potpuno je izvesno odstupanje od rešenja teorije elastičnosti. Razlika u odnosu na elastična rešenja može biti naročito izražena ako se raspored armature u nosaču bitno razlikuje od one koja daje elastična teorija. Metode granične analize daju odgovore na pitanje veličine graničnog opterećenja u trenutku formiranja mehanizma loma, odnosno raspodele statičkih uticaja pri graničnom opterećenju, ali ne daju odgovor na odredjivanje eksploatacionih uticaja u konstrukcijskim sistemima što je od značaja za dokazivanje funkcionalnosti konstrukcije.

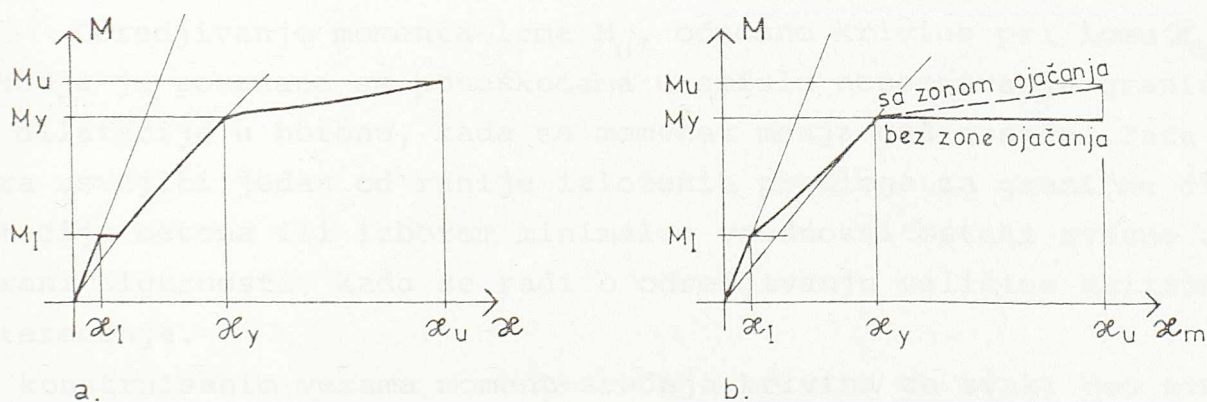
#### 7.3.1. Formiranje računskog modela

Ako se umesto linearne elastične veze moment-krivina, zasnovane na krutosti homogenog preseka, uvede u proračun veza moment-srednja krivina, mogu se odrediti presečne sile i deformacijske veličine za bilo koji nivo opterećenja od nule do loma

u statički neodređenim linijskim armiranobetonskim sistemima. Rešenje se traži analitičkim postupkom iz uslova ravnoteže i kompatibilnosti deformacija, ako je poznat odnos moment-srednja krivina za sve preseke elemenata u sistemu za svaki nivo opterećenja. To istovremeno znači da mora biti poznata kompletna geometrija nosača, raspored i položaj armature u presecima i mehaničke osobine betona i čelika upotrebljenog u konstrukciji.

Kako je veza moment-srednja krivina nelinearna, zbog formiranja prslina i zona plastičnih zglobova, ona je zavisna i od nivoa opterećenja. Do rešenja se zbog toga ne može doći direktno, već se mora primeniti neki od iterativnih numeričkih postupaka.

Elementi konstrukcije se dele na štapove malih dužina. Za svaki štap ili grupu štapova jednakih geometrijskih karakteristika konstruiše se zavisnost moment - krivina, koji u opštem slučaju ima oblik kao na slici 7.5a. Pri tome se za proračun može usvojiti određena idealizacija kojom se obuhvata udeo zategnutog betona između prslina i eventualno zona ojačanja čelika (sl. 7.5.b).



Sl. 7.5.

Za određivanje dijagrama moment-srednja krivina koriste se realni dijagrami napon-dilatacija za beton i čelik, dobijeni eksperimentalno, odnosno njihove najpribližnije aproksimacije.

Uticao zategnute zone betona između prslina može se uzeti u obzir prema jednom od ranije iznetih predloga. Eksperimentalna istraživanja su pokazala da se kod kontinualnih greda u području oslonca ovaj uticaj brzo gubi, pa za ovakav tip nosača treba usvojiti funkciju koja relativno brzo teži krutosti isprskalog preseka.

Od velikog je značaja, naročito za određivanje deformacija, efekat dijagonalnih prslina u području oslonaca. Nastajanje dijagonalnih prslina utiče na povećanje ugiba nosača jer povećava naponanja u zategnutoj armaturi, što je pokazano u analizi uzajamnog dejstva momenata i transverzalnih sila. Ovaj efekat bi se eventualno mogao uzeti u obzir povećanjem momenata savijanja u preseccima (pomeranjem linije zatežućih sila).

Uzimanje u obzir zone ojačanja čelika dovodi do određenih poteškoća vezanih za samu pojavu plastičnog tečenja čelika. Plastifikacija čelika se, pri jednoaksijalnom opitu na zatezanje, odvija na relativno maloj dužini eksperimentalnog uzorka. Dijagram napon-dilatacija koji obuhvata zonu plastifikacije čelika i zonu ojačanja se obično određuje u odnosu na propisanu dužinu baze na kojoj se mere izduženja ( $10 \varnothing$ ). Očigledno je da se dijagram napon-dilatacija za čelik ne može vezati za presek elementa, jer ostaje otvoreno pitanje baze na kojoj se izduženja mere (za duže baze dobijaju se manje plastične dilatacije i dilatacije pri lomu i obrnuto). Propisi većine zemalja ne dozvoljavaju uzimanje u obzir zone ojačanja čelika.

Odredjivanje momenta loma  $M_u$ , odnosno krivine pri lomu  $\mathcal{K}_u$ , takodje je povezano sa poteškoćama u smislu nepoznavanja granične dilatacije u betonu, kada se moment menja duž nosača. Tada se mora usvojiti jedan od ranije izloženih predloga za graničnu dilataciju betona ili izborom minimalne vrednosti ostati svesno na strani sigurnosti, kada se radi o odredjivanju veličine kritičnog opterećenja.

Sa konstruisanim vezama moment-srednja krivina za svaki deo armiranobetonskog štapa moguće je odrediti efektivnu krutost bilo kog dela nosača za odgovarajuću vrednost momenta savijanja.

### 7.3.2. Metod sukcesivnih linearnih aproksimacija

Ako je postavljen zadatak da se nadju vrednosti presečnih sila i deformacijskih veličina za određeno opterećenje, jedna od metoda koja se može primeniti je metoda sukcesivnih linearnih aproksimacija. Metoda je zasnovana na tretiranju armiranobetonskih elemenata u statički neodređenim sistemima kao elemenata promenljive krutosti u funkciji nivoa opterećenja.

U prvoj iteraciji za krutost elemenata se može usvojiti krutost homogenih betonskih preseka čime se rešenje dobija kao u teoriji elastičnosti. Zatim se za poznate vrednosti momenata iz dijagrama zavisnosti moment -srednja krivina određuje efektivna krutost pojedinih štapova i statički neodređen sistem ponovo rešava sa tim krutostima. Iz dobijenih rešenja druge iteracije određuju se nove efektivne krutosti i ponovo rešava statički neodređen sistem. Postupak se ponavlja sve dok dve susedne iteracije ne daju dovoljno bliska rešenja. Ovakav iterativni postupak se primenjuje za bilo koji nivo opterećenja.

Metod sukcesivnih linearnih aproksimacija primenili su 1973. godine Lazaro i Richards /32/ za proračun dvozglobnih ramova i uporedili rezultate proračuna sa rezultatima eksperimentalnih istraživanja na mikromodelima. Računska analiza nije, međutim, obuhvatila uticaj sadejstva zategnute zone betona između prslina već su za krutosti štapova usvojene krutosti homogenog betonskog preseka za momente manje od momenta pojave prsline i krutosti isprskalog preseka za momente veće od momenta pojave prsline. Ovo je dovelo do dobrog slaganja rezultata za viša opterećenja, ali i određenih odstupanja za eksploatacioni nivo opterećenja.

Prednosti ove metode se ogledaju u sledećem:

- Metod daje dobar odgovor na pitanje preraspodele statičkih uticaja u statički neodređenim sistemima za bilo koje opterećenje od nule do graničnog i na pitanje veličine deformacija, što je naročito od značaja pri kontroli upotrebljivosti konstrukcije.

- Moguće je postepenim povećavanjem opterećenja i rešavanjem sistema pratiti razvoj plastičnih zglobova u konstrukciji sve do stvaranja mehanizma loma i tako odrediti kritično opterećenje na konstrukciju.

Nedostatak metode je što je u pojedinim slučajevima, za neko od nivoa opterećenja, moguće da iterativni proces ne konvergira. Tada se za rešavanje problema moraju primeniti neke od drugih metoda.

Pri rešavanju statički neodređenih sistema metodom linearnih aproksimacija potrebno je obratiti pažnju na sledeće specifičnosti:

1. U slučaju da je završna grana veze moment-srednja krivi-



na usvojena horizontalna (da jednom dostignut moment plastičnosti ostaje konstantan) proračun se sprovodi za svaki nivo opterećenja sve dok se u nekom od preseka ne dostigne moment plastičnosti  $M_Y$ , odnosno ne ostvari plastični zglob. S obzirom da se tada u tom preseku ne može odrediti efektivna krutost, za neko veće opterećenje se u tom preseku zadaje zglob i spoljni napadni moment jednak momentu plastičnosti. Sistem se dalje rešava kao jedanput manje statički neodredjen. Ovo se ponavlja sve do obrazovanja mehanizma. Za tako sračunate uticaje neophodno je prekontrolisati da li je dobijeno obrtanje plastičnog zgloba manje od teorijski mogućeg. Ukoliko jeste, poslednji nivo opterećenja je granično opterećenje. Ukoliko ne, onda treba naći ono opterećenje pod kojim dolazi do iscrpljenja kapaciteta rotacije nekog od plastičnih zglobova, pa je to opterećenje granično.

2. Za slučaj da se završna grana zavisnosti moment-srednja krivina razlikuje od horizontale, tj. da je neka funkcija različita od konstante, tada se u toku proračuna ne javljaju pravi plastični zglobovi. Postepenim povećanjem opterećenja dolaziće do preraspodele uticaja, a granično opterećenje je ono koje u nekom od preseka dostigne granični momenat nosivosti  $M_u$ . U nekim od ostalih preseka biće dostignuti ili prekoračeni momenti plastičnosti  $M_Y$ , ali se pravi mehanizam loma neće ostvariti zbog nemogućnosti porasta krivine bez prirasta opterećenja. U ovakvom slučaju nema potrebe za proverom obrtanja u presecima jer su ona obuhvaćena uslovom da su ostvareni momenti manji od momenta loma  $M_u$ . Nažalost, u ovim slučajevima gde funkcija promene krivine od momenta plastičnosti do momenta loma ima oštar nagib, odnosno gde malom prirastu momenta odgovara značajan prirast krivine, iterativni postupak metode linearnih aproksimacija obično ne konvergira.

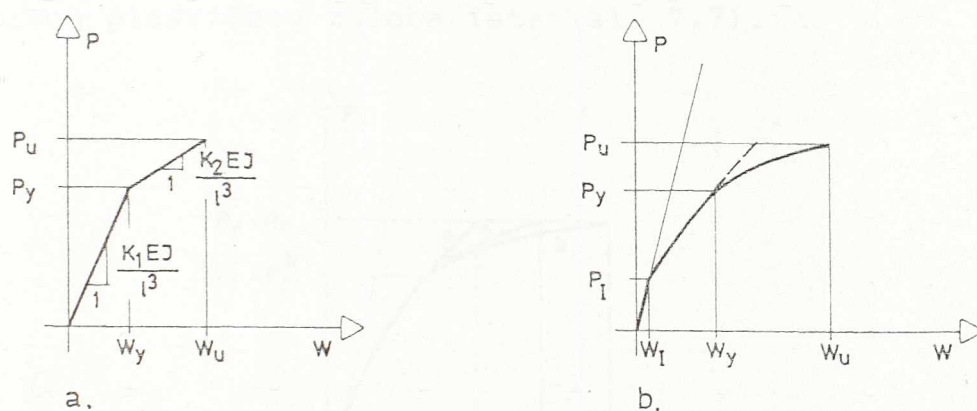
#### 7.4. Deformacije statički neodredjenih armiranobetonskih nosača

Pojava prslina na nosaču, kao i stvaranje plastičnih zglobova, direktno utiču na veličinu deformacija armiranobetonskih elemenata. Smanjenjem krutosti usled formiranja prslina deformacije nosača rastu u apsolutnom iznosu u odnosu na rešenja teorije elastičnosti sa homogenim presekom. Isto tako, prouzrokovana preraspodela sila u statički neodredjenim nosačima, kao posledica promene

krutosti, izaziva sekundarne promene deformacijskih veličina.

Formiranje plastičnih zglobova utiče direktno na promenu statičkog sistema i na dodatno povećanje deformacija. Isto tako, ukupne veličine deformacija zavisice i od nivoa opterećenja pod kojim se plastični zglobovi formiraju.

Analizom idealno elastoplastičnog nosača (sl. 7.1.a,b,c) dobija se da bi razvoj ugiba u sredini raspona u funkciji opterećenja izgledao kao na slici 7.6.a. Ugib bi pratio elastično rešenje sve do obrazovanja prvog plastičnog zgloba u uklještenju, a za dalji prirast opterećenja ugib bi rastao kao za slobodno oslonjenu gredu sve do obrazovanja mehanizma loma.

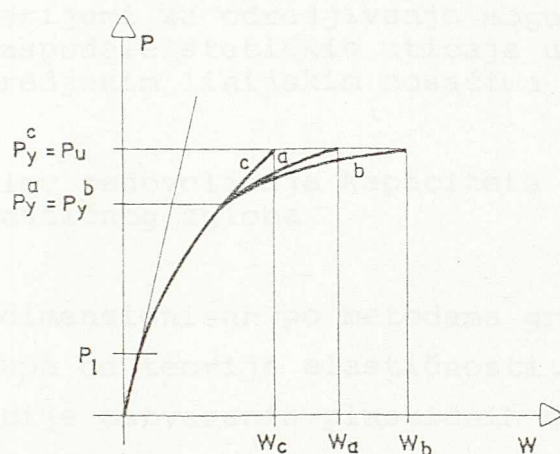


Sl. 7.6.

Analizom nosača na slici 7.2 a,b,c, koji obuhvata i uticaj prslina, može se zaključiti da će ugib pratiti elastično rešenje samo do pojave prve prsline. Za povećanje opterećenja ugibi će brže rasti zbog smanjene krutosti nosača, a u funkciji promene krutosti, odnosno presečnih sila, sve do pojave prvog plastičnog zgloba u uklještenju. Za dalji prirast opterećenja ugibi će još brže rasti kao za slobodno oslonjenu gredu promenljive krutosti, sve do pojave mehanizma loma (sl. 7.6.b).

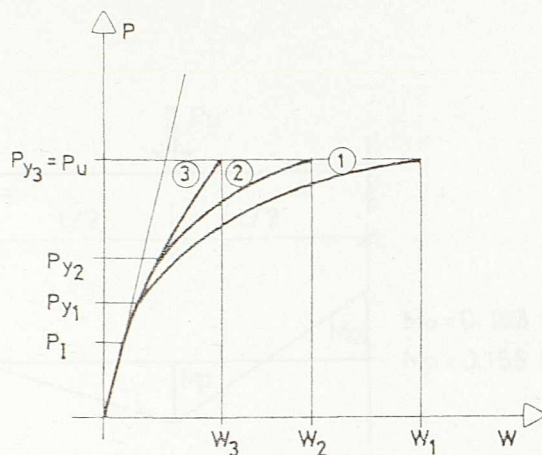
Za slučaj realnog nosača prikazanog na slici 7.3. veza opterećenje-ugib je funkcija i načina armiranja nosača. Od načina armiranja zavisi i redosled otvaranja plastičnih zglobova, koji je od uticaja na veličinu ugiba, jer je prirast ugiba različit za novoformirani statički sistem u kome se plastični zglob javio prvo u polju od onoga u kome se plastični zglob javio prvo u uklještenju. Pod uslovom da imaju istu graničnu silu  $P_u$  koja formira mehanizam loma, različito armirani nosač (sl. 7.4.a,b,c)

će imati različite ugibe. Ako se zanemari uticaj preraspodele statičkih veličina na ugib, koji je pre formiranja plastičnog zgloba sekundarnog karaktera, onda će razvoj veličine ugiba zavisiti od redosleda pojave plastičnih zglobova i nivoa opterećenja pri kome se prvi plastični zglob javlja. Za nosače koji istovremeno dostižu plastični zglob i u uklještenju i u polju (sl. 7.4.c) ugibi bi trebalo da budu najmanji, jer nema dopunskog ugiba usled promene statičkog sistema nosača. Za nosače koji su armirani tako da se prvi plastični zglob javi u polju (sl. 7.4.b) ugibi su veći nego za one kod kojih se prvi plastični zglob formira u uklještenju (sl. 7.4.a) pod uslovom da je za oba nosača sila  $P_y$  koja prouzrokuje stvaranje prvog plastičnog zgloba ista (sl. 7.7).



Sl. 7.7.

Kao što je ranije istaknuto armiranobetonski nosači se mogu dimenzionisati prema metodama granične analize. Istoj graničnoj sili  $P_u$  može odgovarati spektar rešenja odnosa armature u polju i u uklještenju koji će zadovoljiti nosivost i imati dovoljan kapacitet rotacije kritičnih preseka. Usvojena armatura može biti veoma različita od one koja odgovara rešenju teorije elastičnosti. U tim slučajevima pojava prvog plastičnog zgloba kod pojedinih nosača može se realizovati pod različitim nivoom opterećenja ( $P_{y1}, P_{y2}, \dots$ ). Ugibi će u ovim slučajevima očigledno biti veći kod onih nosača kod kojih se ranije formirao plastični zglob (sl. 7.8), a najmanji će biti kod nosača koji istovremeno dostižu plastifikaciju u oba kritična preseka.



Sl. 7.8.

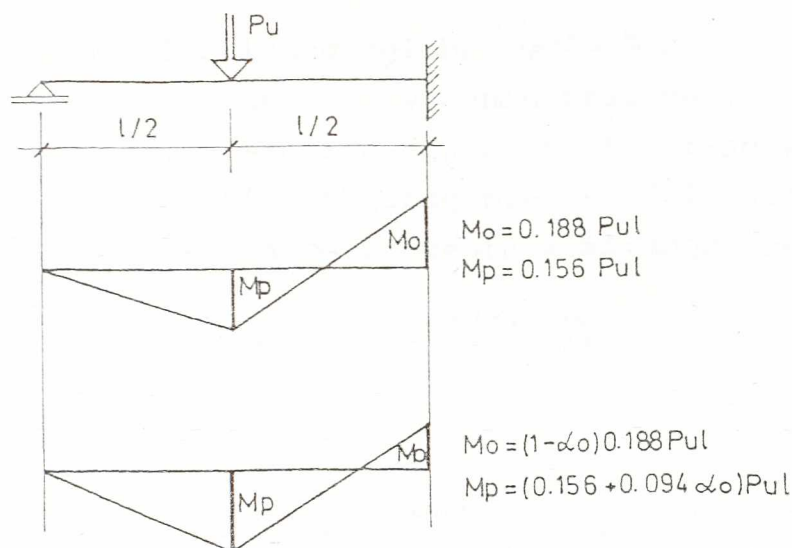
### 7.5. Kriterijumi za određivanje mogućnosti preraspodele statičkih uticaja u statički neodređenim linijskim nosačima

#### 7.5.1. Uslov zadovoljenja kapaciteta rotacije plastičnog zgloba

Za nosač dimenzionisan po metodama granične analize tako da rešenje odstupa od teorije elastičnosti, neophodan je dokaz kapaciteta rotacije ostvarenih plastičnih zglobova pri graničnom opterećenju.

Razmatra se gredni nosač slobodno oslonjen na jednom i uklešten na drugom kraju, opterećen koncentrisanom silom u sredini raspona. Na slici 7.9. prikazano je rešenje momenata savijanja po teoriji elastičnosti i jedno od mogućih rešenja koje zadovoljava nosivost (isto granično opterećenje  $P_u$ ), a koje odgovara umanjenom momentu uklještenja za procenat  $\alpha_0$  i odgovarajuće povećanom momentu u polju. Neka je nosač armiran prema rešenju granične analize.

Pri opterećivanju nosača, uz zanemarenje promene krutosti nosača, prvi plastični zglob će se javiti u uklještenju pri sili  $P_y = (1 - \alpha_0) P_u$  (stvarna sila  $P_y$  će biti nešto veća - sl. 7.2. - zbog preraspodele momenata savijanja usled pojave prslina na nosaču). U trenutku neposredno pred stvaranje mehanizma loma prirast sile  $\Delta P = P_u - P_y = \alpha_0 P_u$  deluje na sistemu slobodno oslonjene grede izazivajući pri tome rotaciju preseka uklještenja veličine:



Sl. 7.9.

$$\varphi = \frac{\alpha_0 P_u l^2}{k_1 E_b J_{ef}} \quad (7.6)$$

gde je  $k_1$  koeficijent koji zavisi od statičkog sistema koji je uključio plastični zglob (u razmatranom slučaju slobodno oslonjene grede  $k_1 = 16$ ). Pri tome obrtanje preseka  $\varphi$  treba računati sa stvarnom krutošću grede pod opterećenjem  $P_u$ . Proračunom ostajemo na strani sigurnosti (dobijamo veće obrtanje) ako za krutost nosača usvojimo krutost isprskaloga preseka u polju ( $E_b J_{II}$ ) neposredno pred stvaranje plastičnog zgloba u polju, i pošto je stvarno  $\Delta P$  nešto manje od  $\alpha_0 P_u$ . Da bi se ostvarila puna preraspodela momenata savijanja ovako sračunata rotacija mora biti manja od teorijski moguće rotacije plastičnog zgloba u uklještenju, date izrazom (5.2). Dakle:

$$(D-1) \mathcal{K}_y \frac{l_p'}{2} \geq \frac{\alpha_0 P_u l^2}{k_1 E_b J_{II}} \quad (7.7)$$

gde je  $\mathcal{K}_y$  krivina u uklještenju (u preseku u kome se javio plastični zglob) u trenutku dostizanja napona razvlačenja u armaturi.

$$\eta_y = \frac{\varepsilon_{by}}{\chi_y} = \frac{\varepsilon_{ay}}{(1-s_y)h} \quad (7.8)$$

Zamenjujuća dužina plastičnog zgloba  $l_p'/2 = h/\beta$  se u analizi može uzeti po nekom od ranije navedenih predloga.

Ako se uspostavi veza između krutosti preseka sa prslinom u polju nosača i krutosti homogenog preseka (sl. 3.4) koja je približno linearno zavisna od procenta armiranja preseka:

$$E_b J_I = E_b J_b \gamma \mu_p = E_b b h^3 \mu_p \gamma_1 \quad (7.9)$$

dobija se:

$$D \geq 1 + \frac{(1-s_y)\beta}{\varepsilon_{ay}} \frac{\alpha_0 P_u l^2}{k_1 E_b b h^3 \mu_p \gamma_1} \quad (7.10)$$

Procent armiranja u polju nosača  $\mu_p$  se iz uslova nosivosti preseka može naći kao:

$$\mu_p \approx \frac{P_u l (0,156 + 0,094 \alpha_0)}{0,9 b h^2 \bar{\sigma}_v} \quad (7.11)$$

Duktilitet preseka mora tako zadovoljiti relaciju:

$$D \geq 1 + (1-s_y) \frac{0,9 \beta n \alpha_0}{k_1 \gamma_1 (0,156 + 0,094 \alpha_0)} \frac{l}{h} \quad (7.12)$$

Kao što izraz (7.12) pokazuje veličina duktiliteta preseka u koje se formirao plastični zglob (u razmatranom slučaju preseka u uklještenju) mora biti veća od jedinice uvećane brojem koji je funkcija niza parametara:

- položaja neutralne linije u trenutku plastifikacije armature u uklještenju ( $s_y$ )
- veličine procenta predviđene preraspodele ( $\alpha_0$ )
- dužine plastičnog zgloba ( $\beta$ )
- odnosa raspona i visine nosača ( $l/h$ )
- strukture obrazovanog statičkog sistema sa plastičnim zglobom i vrste i položaja opterećenja ( $k_1$ )

- procenta armiranja preseka u polju ( $\gamma_1$ ) i oblika poprečnog preseka

- odnosa modula deformacije betona i čelika ( $\eta$ ).

Kako je i sama veličina duktiliteta preseka u uklještenju funkcija procenta armiranja, vrste čelika i betona, izbora granične dilatacije betona i armature, to je analiza svih spomenutih parametara izuzetno složena. Neophodno je zbog toga svaki konkretan slučaj razmatrati zasebno.

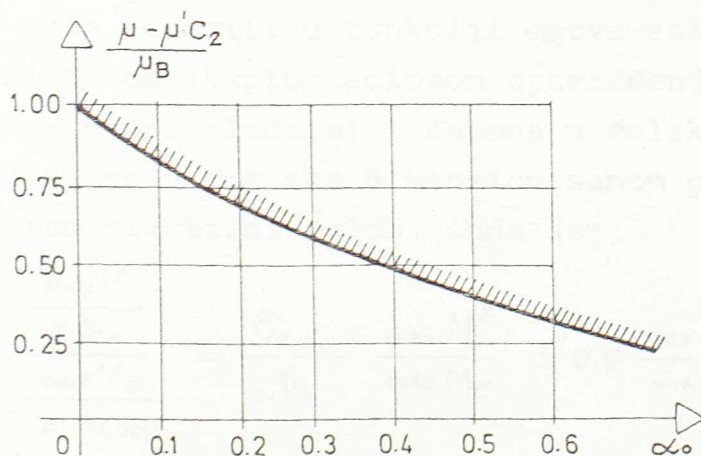
Generalno posmatrano, nejednačina (7.12) se za razmatrani slučaj jednostrano uklještene grede može svesti na oblik

$$\frac{\mu - \mu' C_2}{\mu_B} \leq \frac{C_1}{\frac{1}{1-s_y} + \frac{l}{h} \frac{0,9\beta n \alpha_0}{k_1 \gamma_1 (0,156 + 0,094 \alpha_0)}} \quad (7.13)$$

gde su za presek u uklještenju  $\mu$  i  $\mu'$  procenti armiranja zategnutom i pritisnutom armaturom, i:

$$C_1 = 1 + \frac{\epsilon_{bu}}{\epsilon_{ay}}, \quad 0 \leq C_2 = \frac{E_a \epsilon'_{au}}{\sigma_v} \leq 1 \quad (7.14)$$

Kvalitativno, uslov (7.13) se može predstaviti dijagramom na slici 7.10.



sl. 7.10.

Za zahtevani procenat preraspodele uticaja može se odrediti granični procenat armiranja (ili razlika zategnute i pritisnute armature u preseku) od koga stvarni procenat armiranja mora da bude

manji da bi se preraspodela momenata savijanja ostvarila u potpunosti.

### 7.5.2. Uslov zadovoljenja funkcionalnosti nosača

Drugi kriterijum koji nosač dimenzionisan prema graničnoj analizi mora da zadovolji je obezbeđenje funkcionalnosti tj. neophodno je da deformacije nosača kao i veličine prslina budu u propisanim granicama.

S obzirom na okolnost da se za nivo opterećenja do maksimalnog eksploatacionog ne dobijaju značajne razlike u veličini presečnih sila u poredjenju sa teorijom elastičnosti za uobičajene razlike u armaturi nosača, to su i deformacije nosača približno istog reda veličine. Na značajnije povećanje ugiba može uticati samo pojava plastičnog zgloba, odnosno promena statičkog sistema po formiranju istog.

Kao kriterijum po deformacijama za preraspodelu u statički neodredjenim nosačima generalno se može postaviti uslov da se armatura nosača može razlikovati od one prema rešenju teorije elastičnosti toliko, da se pri maksimalnom eksploatacionom opterećenju ne sme formirati plastični zglob.

Odnos količina armature, u jednom karakterističnom preseku nosača, sračunatih prema graničnoj analizi ( $F_a^*$ ) i teoriji elastičnosti ( $F_{a,e}$ ), se može izraziti u funkciji ostvarenih momenata savijanja pri maksimalnom eksploatacionom opterećenju, kraka sila (približno istom u oba slučaja) i napona u čeliku. Ako se razmatra granični slučaj da se u preseku dimenzionisanom po graničnoj analizi javlja pri tom plastični zglob, onda je:

$$\frac{F_a^*}{F_{a,e}} = \frac{\frac{\max M^*}{z \cdot \sigma_v}}{\frac{\max M_e}{z \cdot \sigma_{a,dop}}} = \frac{\sigma_{a,dop}}{\sigma_v} \frac{\max M^*}{\max M_e} \approx 0,6 \frac{\max M^*}{\max M} \quad (7.15)$$

U realnoj konstrukciji, za uobičajene slučajeve, odnos ostvarenih momenata savijanja varira u granicama od  $M^*/M_e = 0,8-1,0$  kao posledica pojave prslina na nosaču, pa sledi:

$$\frac{F_a^*}{F_{a,e}} = 0,5 \div 0,6 \quad (7.16)$$



Dakle, maksimalna moguća preraspodela za uobičajene tipove linijskih nosača (kontin.nosači) se kreće u granicama od 40-50% u odnosu na rešenje teorije elastičnosti, prema postavljenom kriterijumu.

Uspostavljanje kriterijuma preraspodele uticaja s obzirom na veličinu prslina pri eksploatacionom opterećenju je veoma teško imajući u vidu veliki broj zastupljenih parametara. Zasada se smatra da kod uobičajenih tipova konstrukcija zadovoljenje uslova da armatura u eksploataciji ne dostigne granicu razvlačenja osigurava da veličina prslina ostane u dozvoljenim granicama. Ovo treba primiti sa rezervom i u konkretnim slučajevima obavezno vršiti kontrolu maksimalnog otvora prsline.

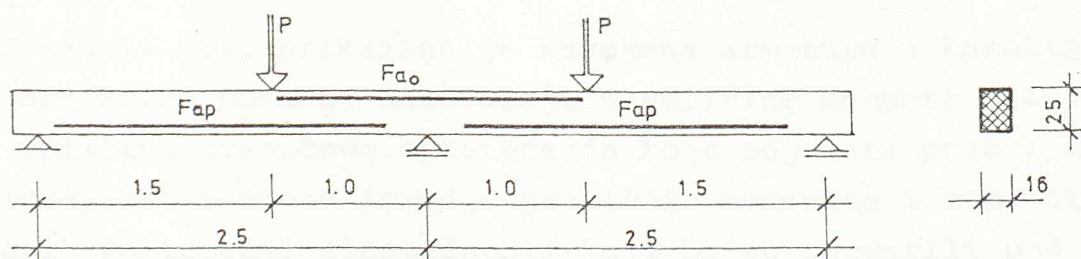
## 8. EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA

### 8.1. Cilj istraživanja i formiranje eksperimentalnog modela

Eksperimentalni deo istraživanja planiran je tako da prevažodno omogući praćenje promene statičkih uticaja i deformacija u jedanput statički neodređenom nosaču na dva polja, simetričnom u odnosu na srednji oslonac.

Kako bi mogao da se odredi uticaj načina armiranja na preraspodelu statičkih uticaja, izvršena su varijantna armiranja karakterističnih zona nosača. Predviđeno je da se ispitivanje izvrši pod opterećenjem kratkotrajnog karaktera, intenziteta od nule pa do veličine koja odgovara pojavi mehanizma loma.

Eksperimentalni model formiran je kao armiranobetonska greda na dva polja, osovinskih raspona  $2 \times 2,5$  m. Greda je konstantnog pravougaonog poprečnog preseka, dimenzija  $16 \times 25$  cm. Opterećenje je predviđeno u vidu koncentrisanih sila u poljima, na rastojanju od  $1,0$  m levo i desno od srednjeg oslonca (sl. 8.1).



Sl. 8.1.

Armatura nosača konstruisana je na četiri različita načina, prema čemu su grede dobile i oznake: A, B, C, D.

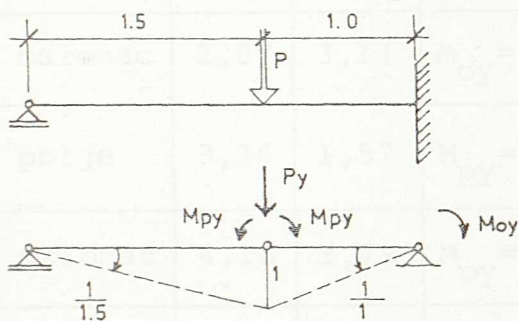
Kod grede tipa A, armatura je izabrana tako da približno odgovara rešenju statičkih uticaja po teoriji elastičnosti.

U gredi tipa B, armatura u polju je povećana za oko 20% u odnosu na gredu A, a armatura nad srednjim osloncem je odgovarajuće smanjena, tako da se ostvari teorijski isto granično opterećenje kao kod grede A (pod idealnim uslovom da su preseci duktilni, da se zanemaruje zona ojačanja čelika, a da upotrebljena armatura ima istu granicu razvlačenja).

Greda tipa C armirana je sa 40% većom armaturom u polju i odgovarajuće smanjenom armaturom iznad oslonca.

Greda tipa D armirana je tako da je armatura u poljima smanjena za oko 20% u odnosu na gredu A, a armatura iznad srednjeg oslonca odgovarajuće povećana.

Momenti plastičnosti pojedinih zona nosača sračunati su na osnovu eksperimentalno utvrđenih veza napon-dilatacija za beton i čelik. Granična sila, pri kojoj se ostvaruje mehanizam loma, dobija se lako principom virtuelnog rada na obrazovanom mehanizmu (sl. 8.2).



$$P_y \cdot 1 = M_{oy} \frac{1}{1} + M_{py} \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{1,5} \right)$$

$$P_y = M_{oy} + 1,667 M_{py}$$

Sl. 8.2.

U tabeli 8.1. prikazana je usvojena armatura u karakterističnim presecima nosača, odgovarajuće veličine momenta plastičnosti, veličina graničnog opterećenja koje odgovara pojavi mehanizma loma, kao i odnos između graničnih momenata i momenata sračunatih po teoriji elastičnosti koji bi se ostvarili pod istim opterećenjem.

Dimenzije preseka i procenti armiranja zategnutom i pritisnutom armaturom odabrani su tako da obezbeđuju duktilan lom, dok su uzengije dimenzionisane tako da obezbede nosač od eventualne pojave loma usled glavnih napona zatezanja, pre pojave mehanizma loma usled savijanja. Predviđena marka betona je bila MB 30, čelika ČBR 400/500.

Plan armature eksperimentalnih nosača prikazan je na sl. 8.3.

Tabela 8.1.

GREDA (1)	(2)	$F_{a0}$ (cm <sup>2</sup> ) $F_{ap}$ (3)	$F'_{a0}$ (cm <sup>2</sup> ) $F'_{ap}$ (4)	MOMENTI PLASTIČ. (kNm) (5)	GRANIČNO OPTEREĆ. $F_y$ (kN) (6)	TEORIJA PLASTIČNOSTI (7)	TEORIJA ELASTIČNOSTI (8)	$\eta = \frac{(7)}{(8)}$ (9)
A	oslonac	3,39	2,26	$M_{OY} = 31,81$	68,2	$M_O = 0,466P$	$M_O = 0,480P$	0,97
	polje	2,26	2,26	$M_{PY} = 21,83$		$M_P = 0,320P$	$M_P = 0,312P$	1,03
B	oslonac	2,70	2,70	$M_{OY} = 25,86$	68,8	$M_O = 0,376P$	$M_P = 0,480P$	0,78
	polje	2,70	1,57	$M_{PY} = 25,77$		$M_P = 0,375P$	$M_P = 0,312P$	1,20
C	oslonac	2,07	3,14	$M_{OY} = 19,79$	69,2	$M_O = 0,286P$	$M_O = 0,480P$	0,60
	polje	3,14	1,57	$M_{PY} = 29,62$		$M_P = 0,428P$	$M_P = 0,312P$	1,37
D	oslonac	4,18	1,79	$M_{OY} = 38,73$	67,6	$M_O = 0,573P$	$M_O = 0,480P$	1,19
	polje	1,79	2,26	$M_{PY} = 17,34$		$M_P = 0,256P$	$M_P = 0,312P$	0,82

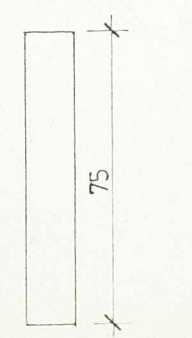
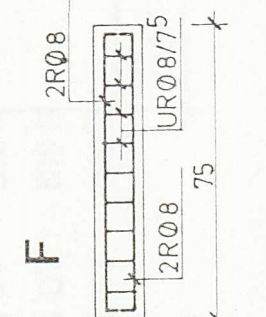
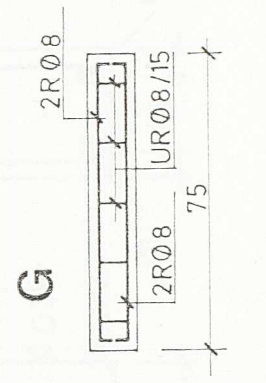
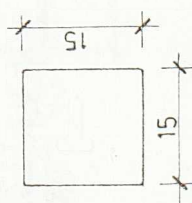
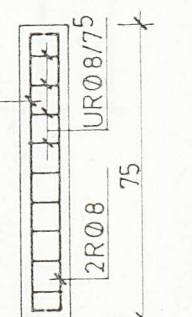
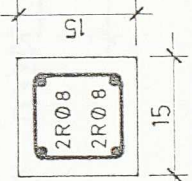
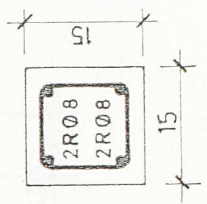
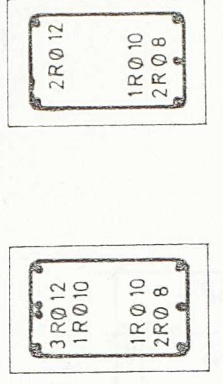
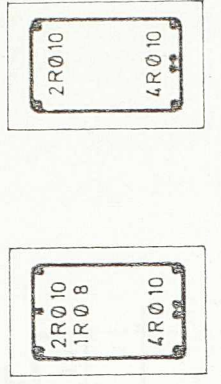
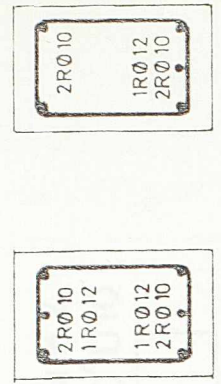
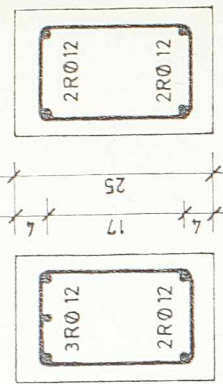
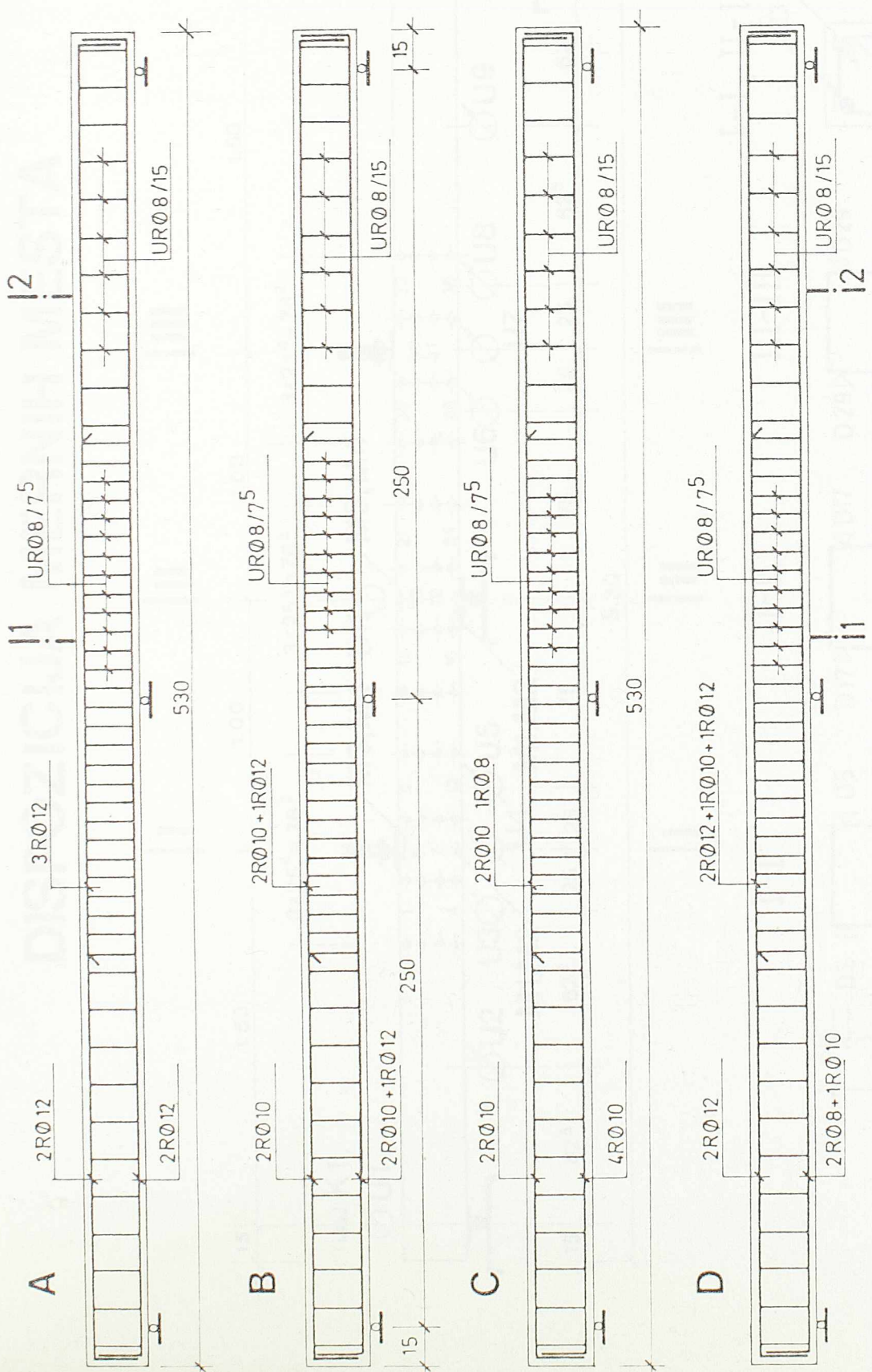
## 8.2. Program eksperimentalnog istraživanja

Predvidjeno je ispitivanje po dva od svakog tipa nosača, ukupno  $4 \times 2 = 8$  nosača. Opterećenje je predvidjeno statičko. Nanošenje se vrši u fazama od po  $P = 5$  kN, sve do loma. Posle svake faze opterećenja predvidjeno je očitavanje mernih instrumenata.

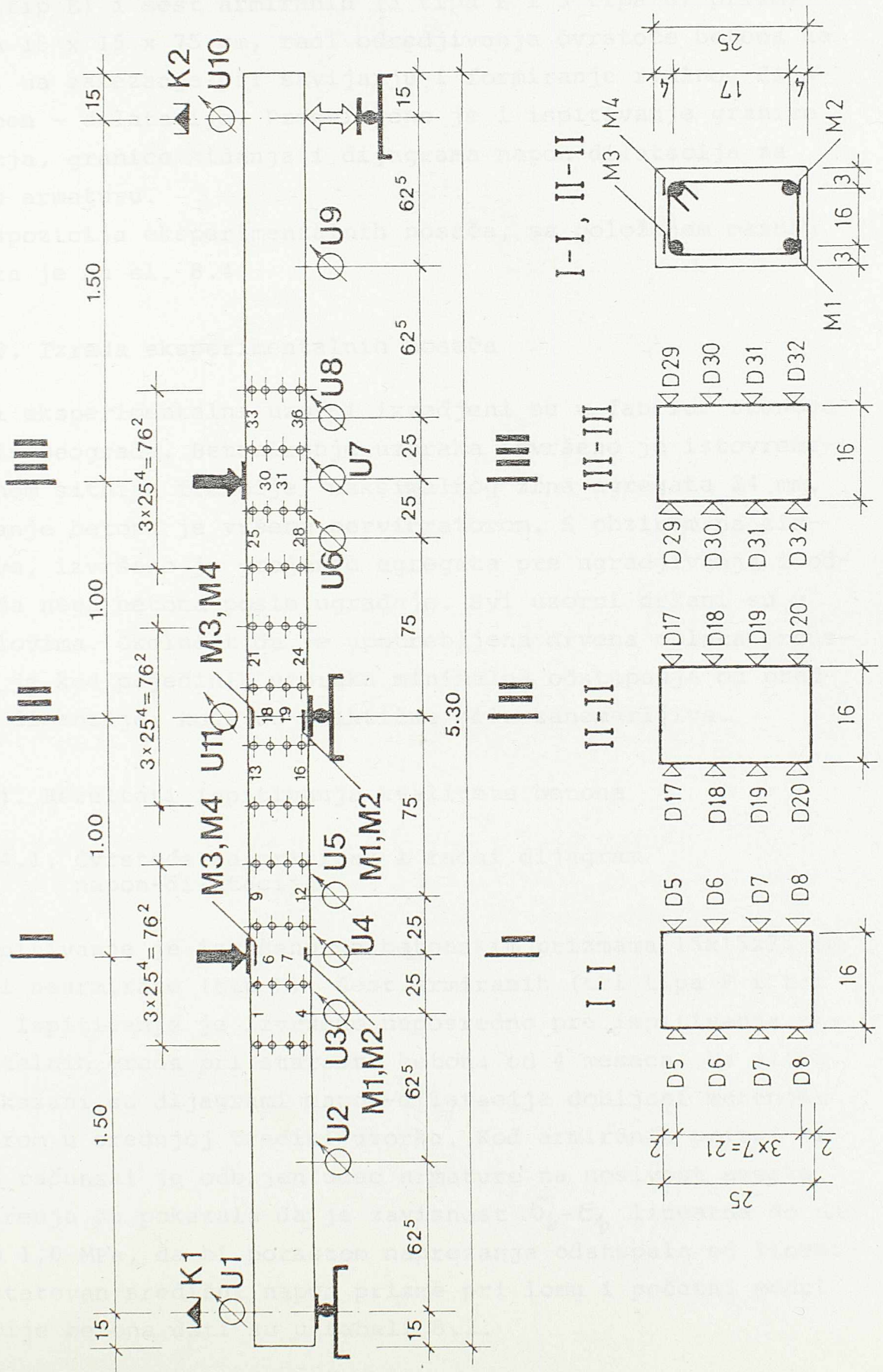
Eksperimentom su predvidjena sledeća opažanja:

1. Merenje reakcije jednog krajnjeg oslonca, precizno izbaždarenom mernom doznom (dinamometrom) tipa AMSLER-SCHAFFHAUSEN.
2. Merenje ugiba u karakterističnim presecima nosača, ugi-bomerima tipa HUGGENBERGER.
3. Merenje nagiba nad slobodnim osloncima klinometrima tipa HUGENBERGER.
4. Merenje dilatacija betona i armature, pomoću deformetra tipa HUGGENBERGER i mernih traka.
5. Praćenje formiranja i razvoja prslina sa merenjem mak-

1-1  
2-2



# DISPOZICIJA MERNIH MESTA



simalnog otvora prsline u polju i iznad srednjeg oslonca

Isto tako, predviđena je izrada i ispitivanje šest nearmiranih (tip E) i šest armiranih (3 tipa F i 3 tipa G) prizmi dimenzija 15 x 15 x 75 cm, radi određivanja čvrstoće betona na pritisak, na zatezanje pri savijanju i formiranje realnog dijagrama napon - dilatacija. Predviđeno je i ispitivanje granice razvlačenja, granice kidanja i dijagrama napon-dilatacija za ugradjenu armaturu.

Dispozicija eksperimentalnih nosača, sa položajem mernih mesta data je na sl. 8.4.

### 8.3. Izrada eksperimentalnih nosača

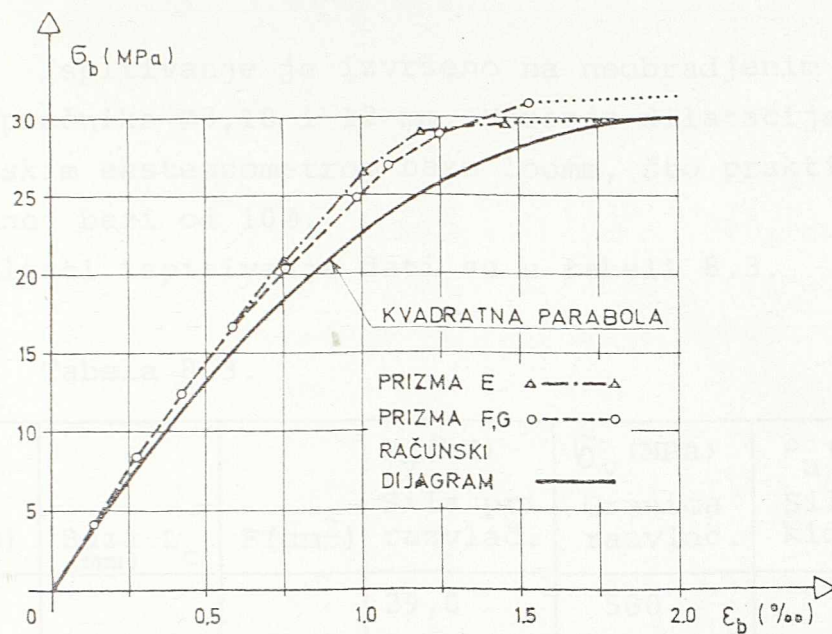
Svi eksperimentalni uzorci izradjeni su u fabrici stanova GRO RAD iz Beograda. Betoniranje uzoraka izvršeno je istovremeno, betonom sitnije frakcije, maksimalnog zrna agregata 24 mm. Ugradjivanje betona je vršeno pervibratorom. S obzirom na zimske uslove, izvršeno je grejanje agregata pre ugradjivanja i odgovarajuća nega betona posle ugradnje. Svi uzorci držani su u istim uslovima. Okolnost da je upotrebljena drvena oplata prouzrokovala je kod pojedinih uzoraka minimalna odstupanja od predviđenih dimenzija, koja su praktično bila zanemarljiva.

### 8.4. Rezultati ispitivanja kvaliteta betona

#### 8.4.1. Čvrstoća na pritisak i radni dijagram napon-dilatacija

Ispitivanje je izvršeno na betonskim prizmama 15x15x75 cm i to: tri nearmirane (tip E), šest armiranih (tri tipa F i tri tipa G). Ispitivanje je izvršeno neposredno pre ispitivanja eksperimentalnih greda pri starosti betona od 4 meseca. Na slici 8.5. prikazani su dijagrami napon-dilatacija dobijeni merenjem deformetrom u srednjoj trećini uzorka. Kod armiranih prizmi tipa F i G računski je odbijen udeo armature na nosivost uzorka.

Merenja su pokazala da je zavisnost  $\sigma_b - \epsilon_b$  linearna do napona oko 1,0 MPa, da bi porastom naprezanja odstupala od linearne. Konstatovan središnji napon prizme pri lomu i početni modul deformacije betona dati su u tabeli 8.2.



Sl. 8.5.

Tabela 8.2.

	$\beta_p$ /MPa/	$E_{bo}$ /MPa/
prizma E	29,7	33170
" F	31,5	33920
" G	31,5	34030

Silaznu granu dijagrama  $\tilde{\sigma}_b - \tilde{\epsilon}_b$  nije bilo moguće meriti.

Na osnovu poređenja može se konstatovati da se kao računski model za krivu  $\tilde{\sigma}_b - \tilde{\epsilon}_b$  može usvojiti kvadratna parabola, čije teme odgovara dilataciji od 20‰ i naponu jednakom čvrstoći prizme. Ovako usvojen model, za  $\beta_p = 30$  MPa daje početni modul deformacije betona  $E_{bo} = 30000$  MPa.

#### 8.4.2. Čvrstoća betona na zatezanje pri savijanju

Klasičnim opitom Empergerove gredice izvršeno je i određivanje uslovne čvrstoće betona na zatezanje pri savijanju. Ispitivanje dva nearmirana uzorka dalo je istu silu loma. Konstatovana uslovna čvrstoća betona na zatezanje pri savijanju (pod pretpostavkom linearne raspodele napona po visini poprečnog preseka) je  $\beta_{zS} = 4,4$  MPa.



## 8.5. Ispitivanje čelika

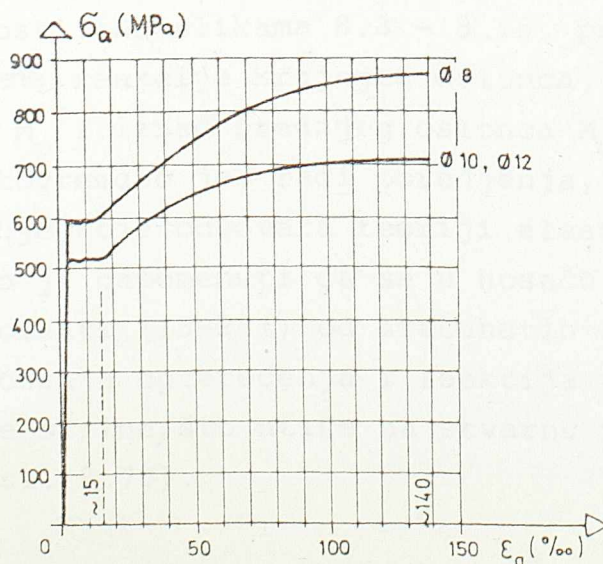
Ispitivanje je izvršeno na neobradjenim uzorcima nominalnog prečnika  $\varnothing 8, 10$  i  $12$  mm. Merenje dilatacija vršeno je elektronskim ekstenzometrom baze  $100$  mm, što praktično odgovara propisanoj bazi od  $10\varnothing$ .

Rezultati ispitivanja dati su u tabeli 8.3.

Tabela 8.3.

$\varnothing$ (mm)	Baza $L_0$ (mm)	$F$ (cm <sup>2</sup> )	$P_y$ (kN) Sila pri razvlač.	$\sigma_y$ (MPa) Granica razvlač.	$P_u$ (kN) Sila pri kidanju	$\sigma_u$ (MPa) Granica kidanja	$E$ (MPa) Modul deform.
8	100	0,50	29,0	580	-	-	$2,02 \cdot 10^5$
			29,0	580	-	-	
			28,0	560	43,5	870	
			30,0	600	45,8	916	
10	100	0,785	41,0	522	-	-	$2,05 \cdot 10^5$
			39,0	471	-	-	
			40,0	510	54,8	698	
			40,0	510	55,6	709	
12	100	1,13	58,0	513	-	-	$2,10 \cdot 10^5$
			59,0	522	-	-	
			58,5	518	78,7	696	
			57,6	510	78,9	698	

Konstatovan oblik dijagrama napon-dilatacija dat je na slici 8.6.



Sl. 8.6.

## 8.6. Ispitivanje eksperimentalnih nosača i analiza rezultata ispitivanja

Ispitivanje eksperimentalnih nosača izvršeno je u Institutu za ispitivanje materijala SR Srbije u Beogradu, u vremenskom periodu od 8 dana, čime je obezbeđjena praktično ista starost uzoraka u trenutku opterećivanja (oko 4,5 meseci).

Ispitivanje je izvršeno u svemu prema programu ispitivanja, izuzev što nije izvedeno ugradjivanje mernih traka na armaturu, jer bi njihovo naknadno ugradjivanje u već izbetonirane nosače u značajnoj meri narušilo homogenost uzoraka. (Ovo je trebalo izbeći s obzirom na značaj odredjivanja pojave prve prsline i njihovog daljeg razvoja).

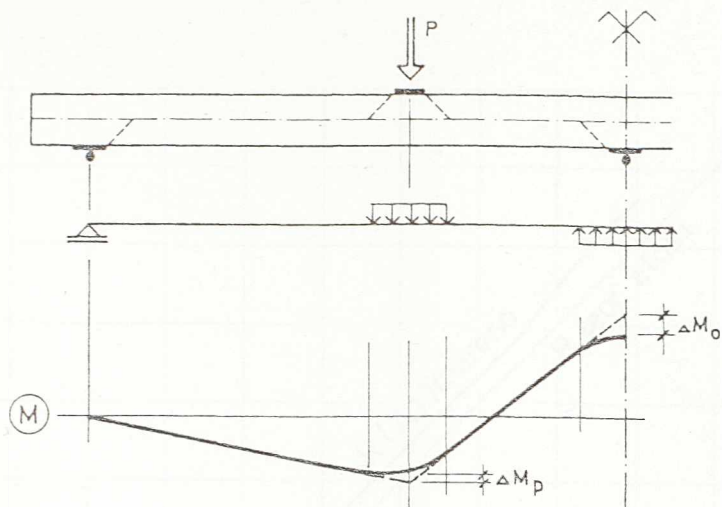
Opterećenje je na gredu nanošeno parom presa preko čeličnih pločica dimenzija 15 x 20 cm. Iste pločice bile su postavljene i preko ležišta od okruglog čelika.

Ispitivanje jedne grede trajalo je oko 3 časa, ne računajući pripremu grede i instrumenata.

### 8.6.1. Analiza rezultata merenja statičkih veličina

Precizno izbaždarenim instrumentom očitavana je veličina reakcije krajnjeg oslonca nosača za svaki nivo opterećenja. Sa poznatom reakcijom vrednosti ostalih presečnih sila lako se dobijaju računski iz uslova ravnoteže. U prilogu, u tabeli 1. date su vrednosti merene reakcije oslonca, kao i sračunatih momenta savijanja ispod sile u polju i iznad srednjeg oslonca za sve ispitivane grede: A1, A2, B1, B2, C1, C2, D1, D2. Radi poredjenja u tabelama su prikazani isti uticaji sračunati po teoriji elastičnosti. Na slikama 8.8 - 8.15. prikazani su dijagrami promene merene reakcije krajnjeg oslonca, kao i momenta savijanja u polju  $M_p$  i iznad srednjeg oslonca  $M_o$  u funkciji rasta opterećenja. Istovremeno je, radi poredjenja, tanjom linijom izvučeno i rešenje koje odgovara teoriji elastičnosti.

Značajno je napomenuti da se u nosaču realno ostvaruju nešto manji momenti (15-20%) od sračunatih zbog efekta redukcije usled prenošenja opterećenja i reakcija preko čeličnih pločica odredjene širine, što utiče na stvarnu veličinu kritičnog opterećenja (sl. 8.7.).

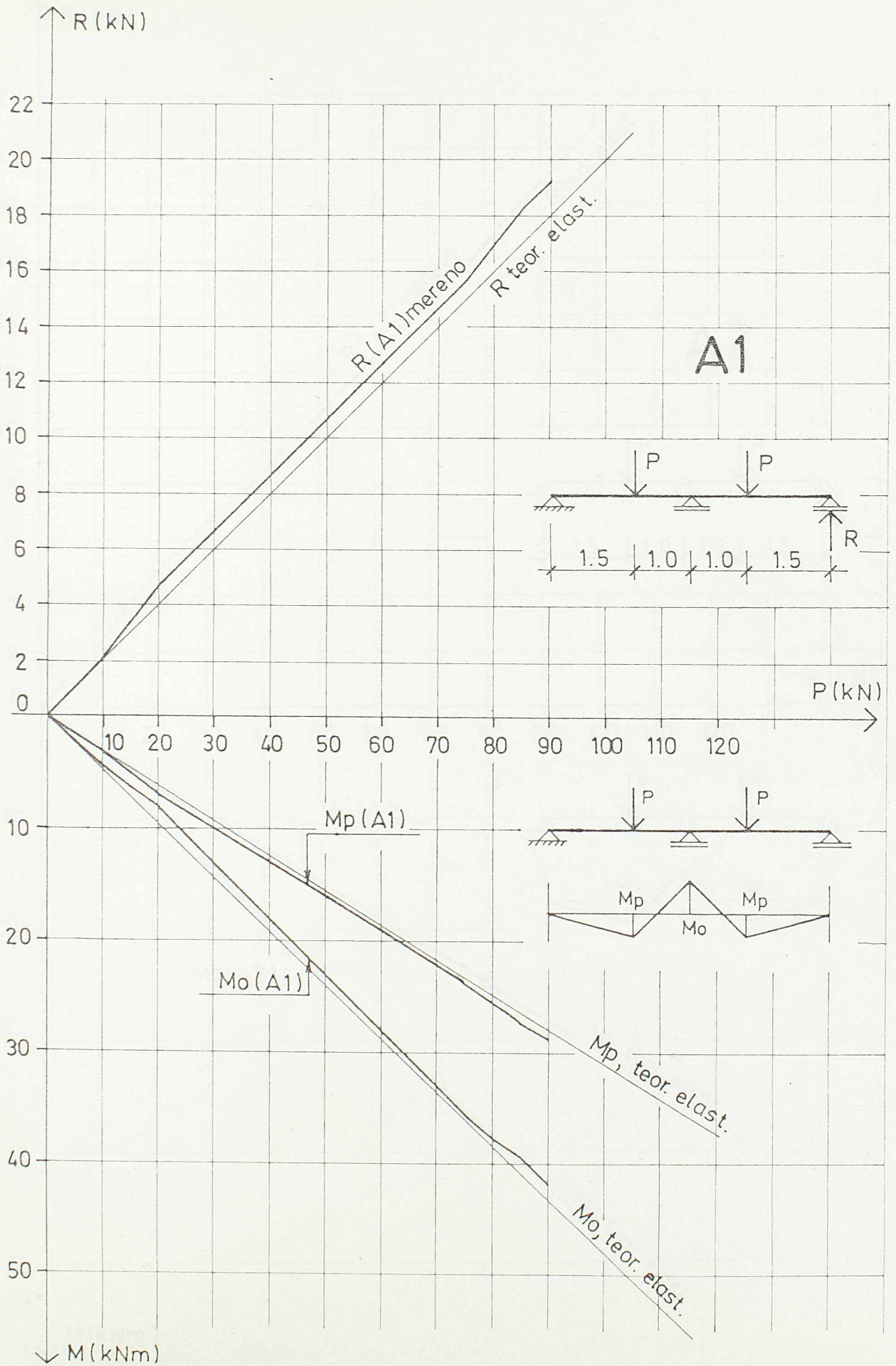


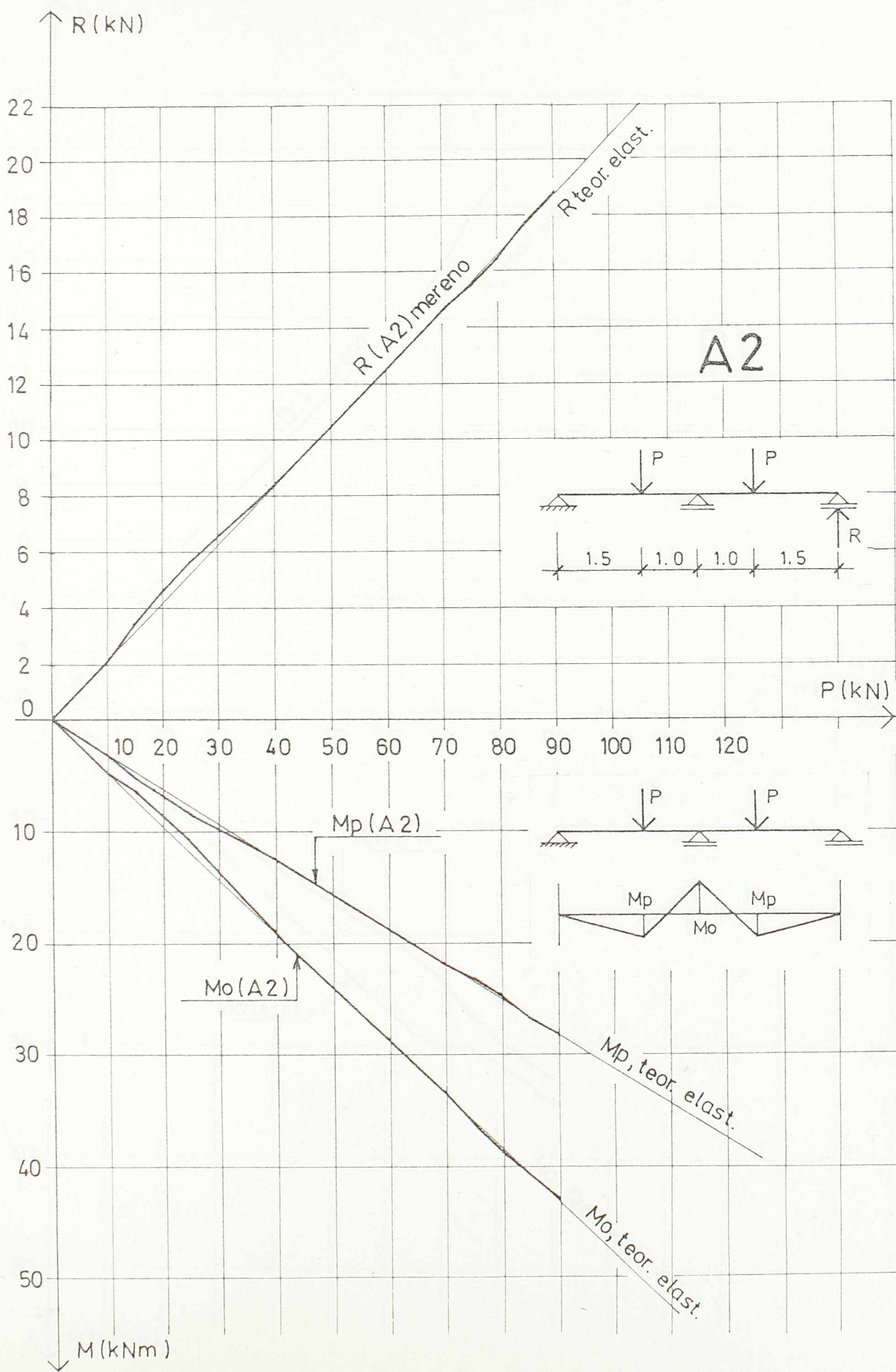
Sl. 8.7.

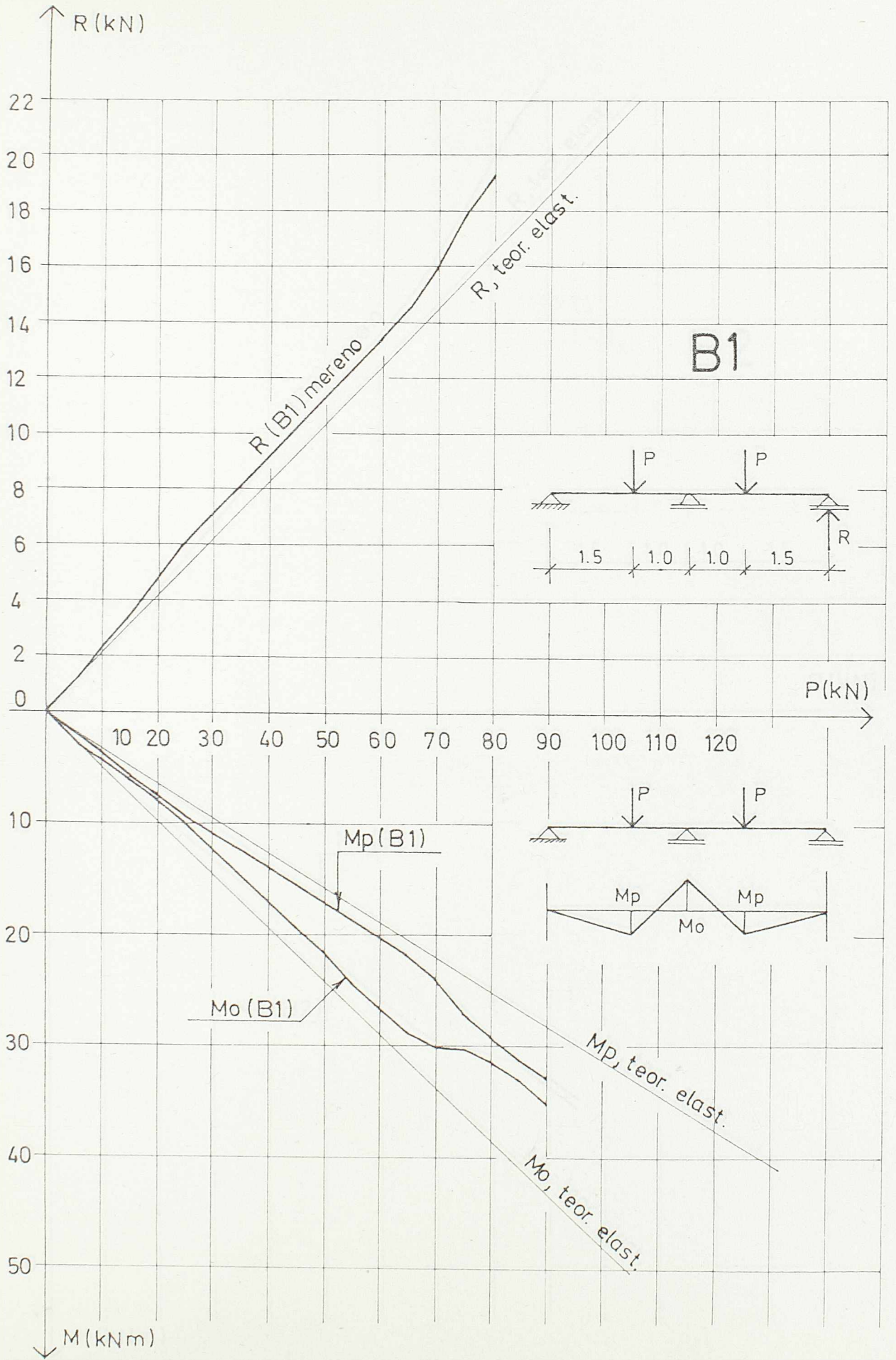
Analizom rezultata postaje evidentno da do preraspodele uticaja dolazi odmah po pojavi prve prsline. Kod grede A, B, C prva prsline se javila u preseku iznad srednjeg oslonca, kao što je i očekivano, pri opterećenju od  $P = 10-20$  kN (predviđeno računsko opterećenje  $P = 15$  kN). Proces preraspodele odvijao se tako što je za prirast opterećenja brže rastao moment u polju u odnosu na elastično rešenje, a sporije moment iznad srednjeg oslonca, što je posledica smanjene krutosti oslonačkog preseka. Pojavom prsline i u polju, pri opterećenjima od  $15-25$  kN, redukovana je i krutost preseka u polju, pa se preraspodela uticaja za dalji prirast opterećenja odvijala u funkciji promene krutosti pojedinih delova nosača.

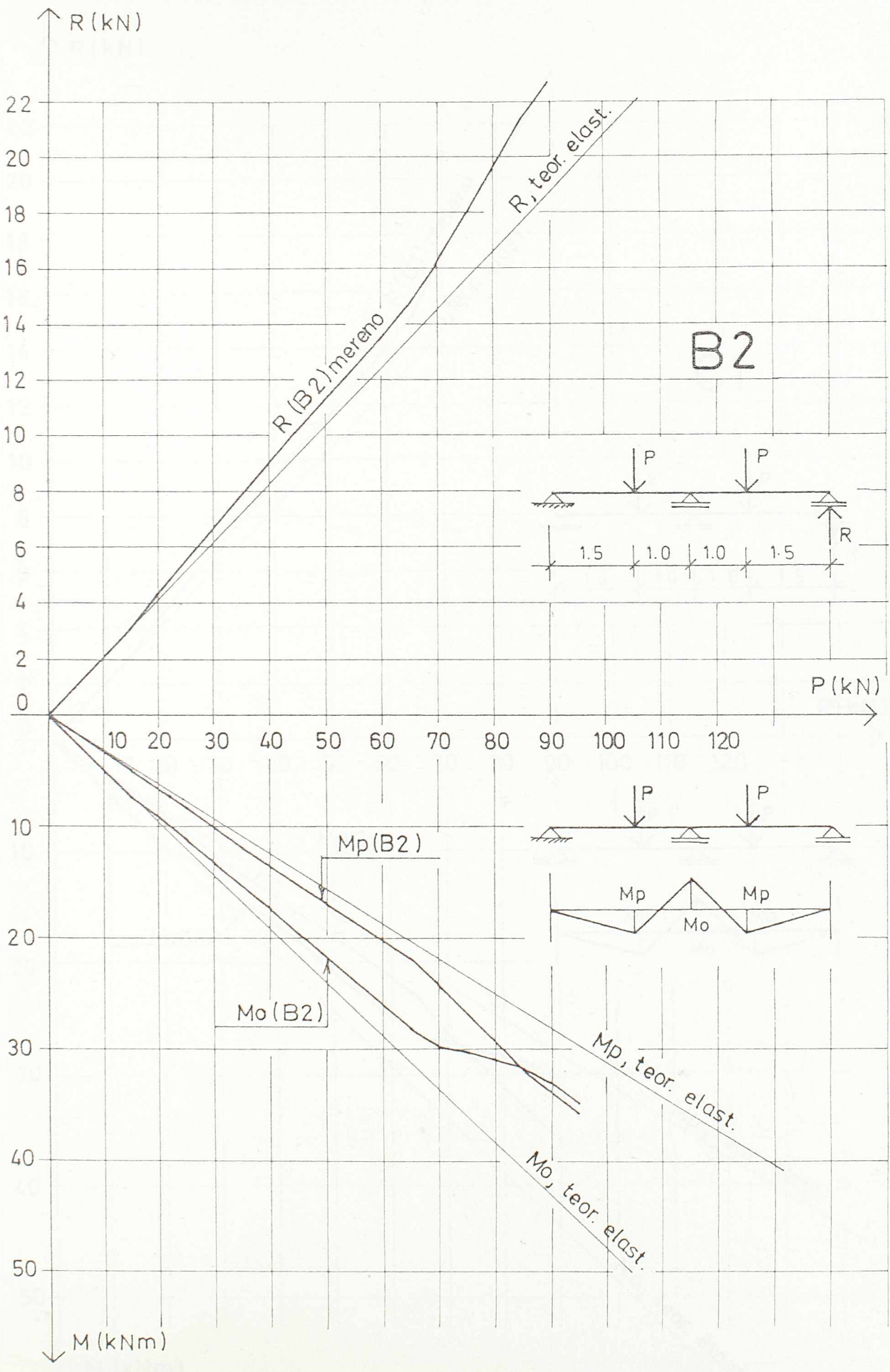
Kod grede tipa A, oslonačka zona je u isprskalom stanju imala veću krutost od isprskale zone u polju, zbog veće armature u preseku, pa je prirast oslonačkih momenata bio nešto brži od prirasta momenta u polju, dok je kod grede tipa C, gde je armatura u polju bila znatno veća od one iznad oslonca, slučaj bio obrnut.

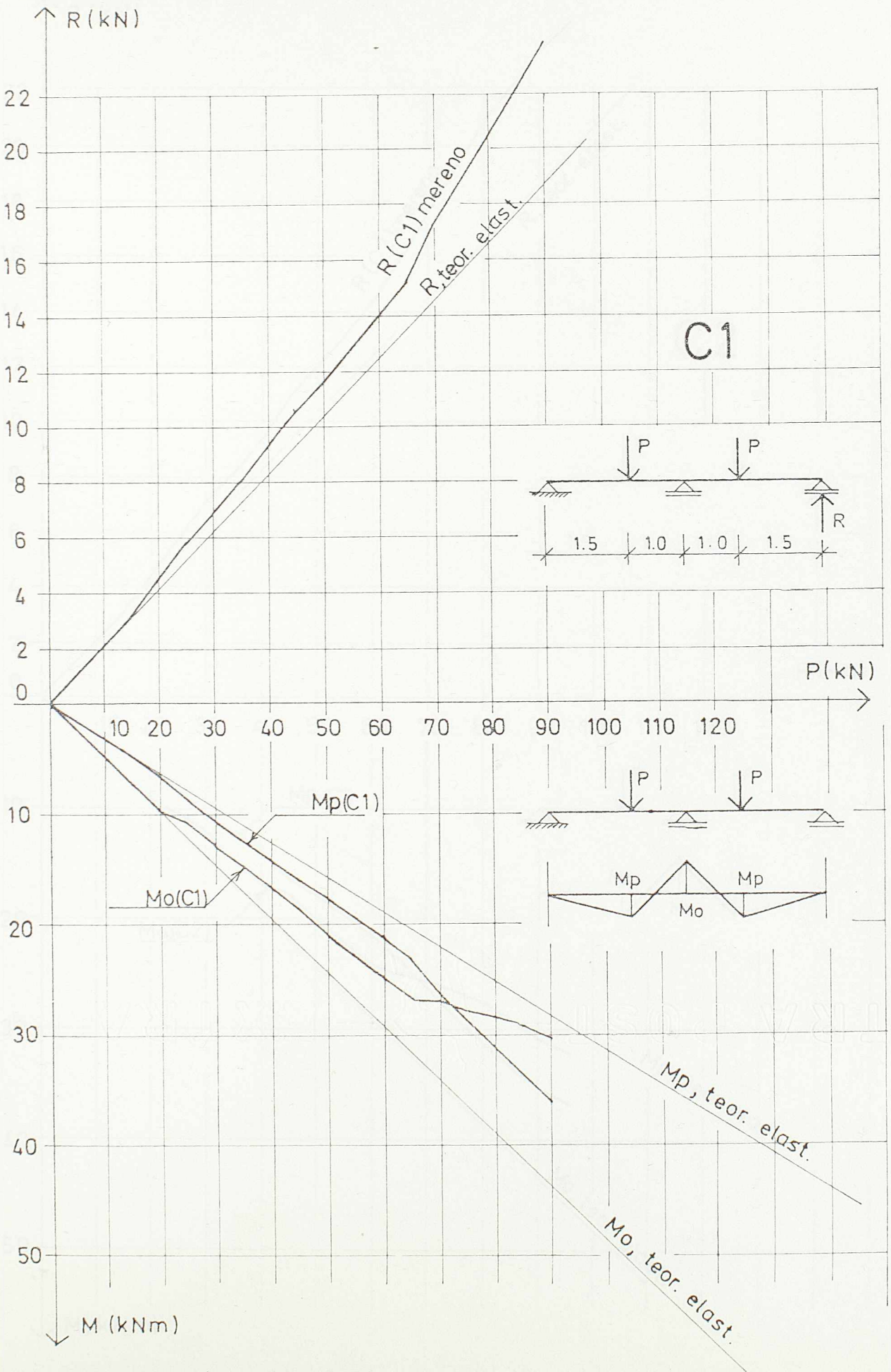
Pojava plastičnog zgloba dovođila je do značajne dopunske preraspodele uticaja u nosaču. S obzirom na relativno značajno izraženu zonu ojačanja čelika, u nosaču nisu ostvareni "pravi" plastični zglobovi, u kojima bi moment savijanja zadržao konstantnu vrednost pri daljem porastu opterećenja. Plastifikacija armature u preseku odražavala se na značajno povećanje merenih de-



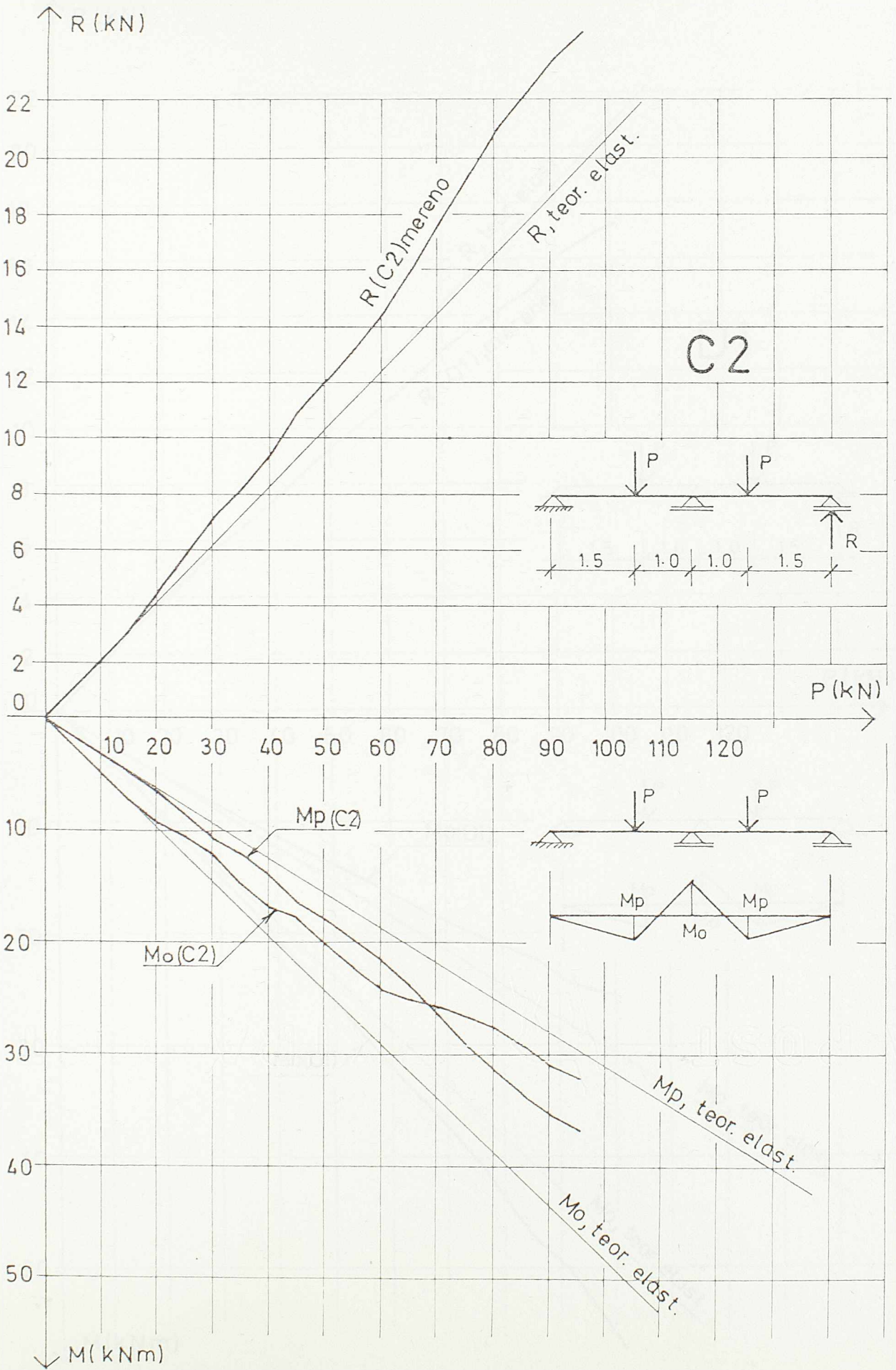


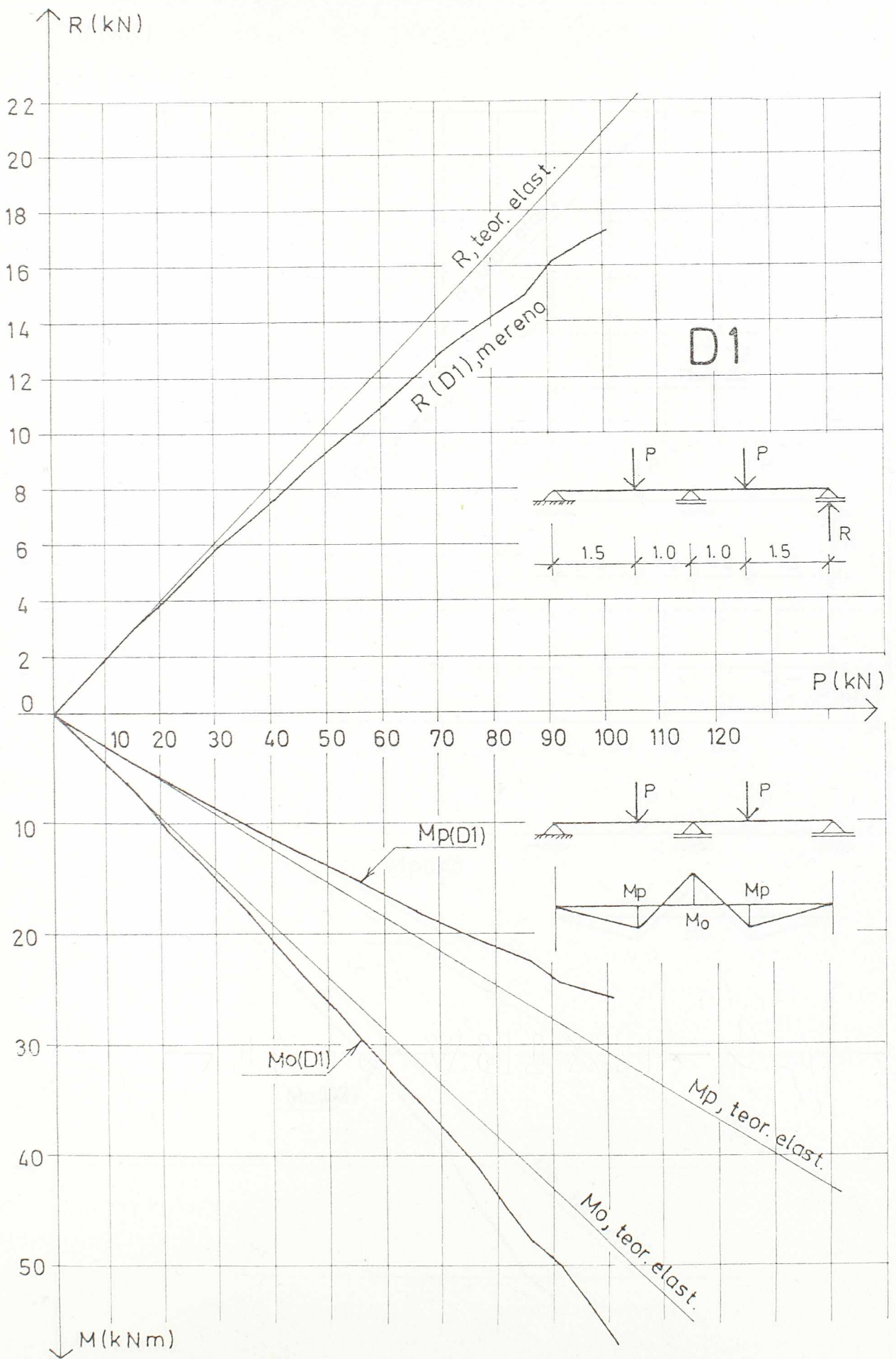


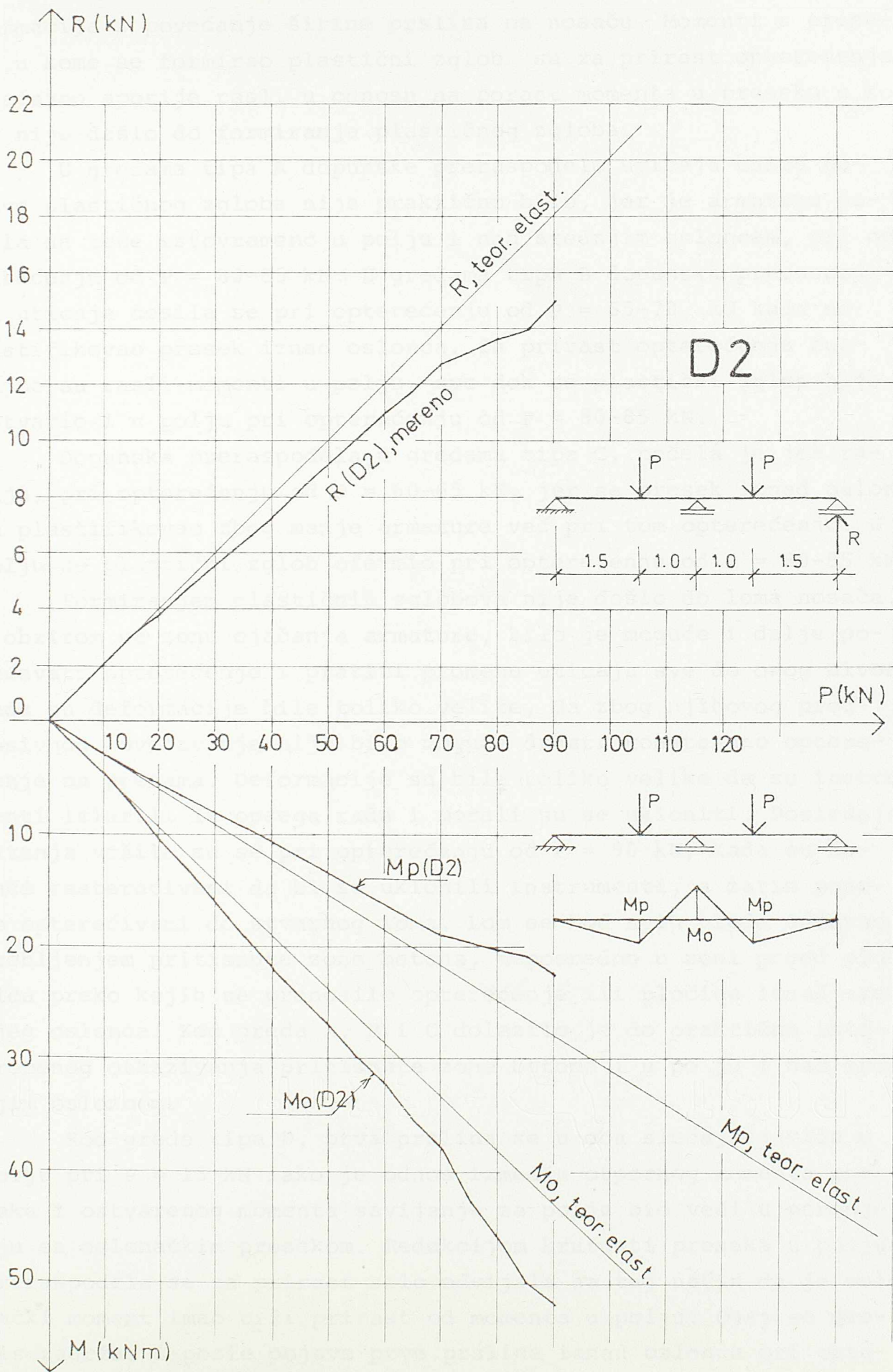












formacija i povećanje širine prslina na nosaču. Momenti u preseku u kome se formirao plastični zglob su za prirast opterećenja značajno sporije rasli u odnosu na porast momenta u preseku u kome nije došlo do formiranja plastičnog zgloba.

U gredama tipa A dopunske preraspodele uticaja usled pojave plastičnog zgloba nije praktično bilo, jer je armatura počela da teče istovremeno u polju i nad srednjim osloncem, pri opterećenju od  $P = 80-85$  kN. U gredama tipa B dopunska preraspodela uticaja desila se pri opterećenju od  $P = 65-70$  kN kada se plastifikovao presek iznad oslonca. Za prirast opterećenja značajno su rasli momenti u polju, sve dok se plastični zglob nije ostvario i u polju pri opterećenju od  $P = 80-85$  kN.

Dopunska preraspodela u gredama tipa C, počela je još ranije, pri opterećenju od  $P = 60-65$  kN, jer se presek iznad oslonca plastifikovao zbog manje armature već pri tom opterećenju. U polju se plastični zglob oformio pri opterećenju od  $P = 80-85$  kN.

Formiranjem plastičnih zglobova nije došlo do loma nosača. S obzirom na zonu ojačanja armature, bilo je moguće i dalje povećavati opterećenje i pratiti promenu uticaja sve do onog nivoa kada su deformacije bile toliko velike, da zbog njihovog progresivnog povećavanja nije bilo moguće držati konstantno opterećenje na presama. Deformacije su bile toliko velike da su instrumenti izlazili iz opsega rada i morali su se ukloniti. Poslednja čitanja vršila su se pri opterećenju od  $P = 90$  kN, kada su nosači rasterećivani da bi se uklonili instrumenti, a zatim ponovo opterećivani do stvarnog loma. Lom se kod svih gređa dešavao drobljenjem pritiskute zone betona, neposredno u zoni pored pločica preko kojih se prenosilo opterećenje ili pločice iznad srednjeg oslonca. Kod gređa A, B i C dolazilo je do praktično istovremenog otkazivanja pritiskute zone betona i u polju i nad srednjim osloncem.

Kod grede tipa D, prva prslina se u oba slučaja javila u polju pri  $P = 15$  kN iako je odnos između otpornog momenta preseka i ostvarenog momenta savijanja za polje bio veći u poredjenju sa oslonačkim presekom. Redukcijom krutosti preseka u polju preraspodela se za prirast sile odvijala na taj način da je oslonački moment imao brži prirast od momenta u polju. Ovaj se proces zadržao i posle pojave prve prsline iznad oslonca pri opte-

rećenju od  $P = 20$  kN, jer je krutost isprskallog oslonačkog preseka i dalje bila značajno veća od krutosti preseka u polju.

Prvi plastični zglob se kod grede D javio u polju pri opterećenju od  $P = 65-70$  kN, a iznad oslonca pri opterećenju od  $P = 80-85$  kN.

Ostvareno granično opterećenje, koje je formiralo mehanizam, je za sve grede bilo praktično isto. Njegova veličina bila je za 15-20% veća od računске, što se može objasniti ranije spomenutim efektom redukcije uticaja usled prenošenja koncentrisanog opterećenja preko površine odredjenih dimenzija.

Ostvareni momenti pri graničnom opterećenju bližili su se rešenjima teorije plastičnosti. Postojanje odredjene razlike može se objasniti promenom momenata u plastičnom zglobu usled zone ojačanja armature.

Opterećenja koja su prouzrokovala stvarni lom nosača (lom betona) prikazana su u tabeli 8.3.

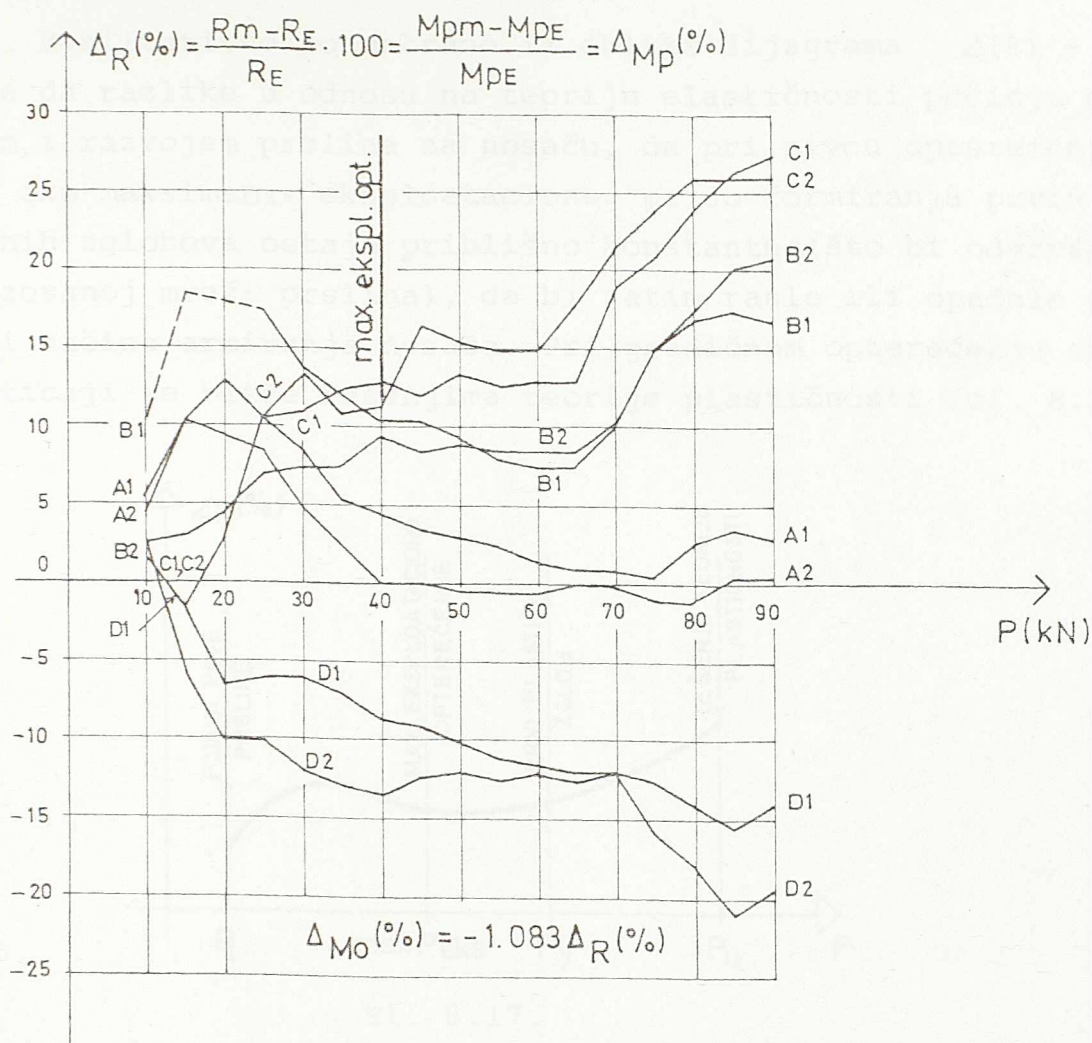
Tabela 8.3.

Greda	A1	A2	B1	B2	C1	C2	D1	D2
$P_u$ (kN)	110	118	112	116	112	110	107	109

Iz rezultata opita evidentan je uticaj načina armiranja nosača na preraspodelu statičkih uticaja. Na slici 8.16. je prikazano procentualno odstupanje merenih vrednosti reakcije krajnjeg oslonca (odnosno momenta u polju) od vrednosti dobijenih po teoriji elastičnosti, za sve ispitivane nosače.

Analizom dijagrama evidentno je sledeće:

1. Razlika merenih vrednosti od rezultata teorije elastičnosti u okviru eksploatacionih opterećenja kreće se u okvirima  $\pm 15\%$ , za sve ispitane uzorke. To praktično znači da će i u nosačima koji su armirani po teoriji elastičnosti (greda A) stvarni naponi u armaturi u pojedinim presecima varirati za istu vrednost. Kod nosača armiranih značajno različito u odnosu na teoriju elastičnosti imamo slučaj (greda C na primer) da značajno povećanoj armaturi u polju za 40% odgovara povećanje momenta savijanja samo za 15% i obrnuto: da značajno smanjenoj armaturi



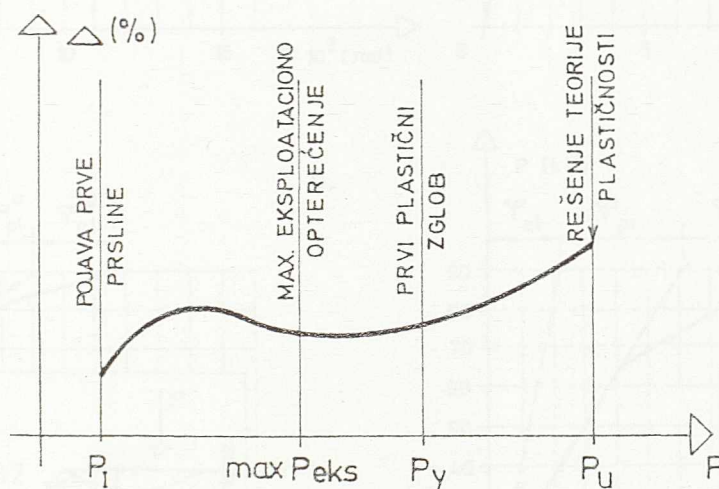
Sl. 8.16

iznad oslonca (40%) odgovara smanjenje momenta samo za 15%.

Dakle, u fazi eksploatacionih opterećenja, preraspodela uticaja ne prati direktno proporcionalno promenu količine armature u karakterističnim presecima.

2. Kako se opterećenje bliži graničnom tako se razlika u rezultatima u odnosu na teoriju elastičnosti ili smanjuje ili povećava u funkciji načina armiranja grede. Kod grede tipa A, razlika teži nuli, za gredu tipa B i D je oko  $\pm 20\%$ . Ukratko, merene vrednosti teže rešenjima teorije plastičnosti tj. uticaji pri graničnom opterećenju su približno proporcionalni ugrađenoj armaturi. Jedino je kod grede tipa C došlo do odstupanja. Umesto očekivanih 40% razlike u odnosu na teoriju elastičnosti ostvareno je odstupanje oko 25-30% pri graničnom opterećenju. Ovo se može objasniti time što je armatura u preseku iznad oslonca značajno zašla u zonu ojačanja u trenutku formiranja mehanizma loma.

3. Kvalitativno posmatrano iz oblika dijagrama  $\Delta(\%) - P$  jasno je da razlike u odnosu na teoriju elastičnosti počinju stvaranjem i razvojem prslina na nosaču, da pri nivou opterećenja koje je oko maksimalnog eksploatacionog pa do formiranja prvih plastičnih zglobova ostaju približno konstantne (što bi odgovaralo stabilizovanoj mreži prslina), da bi zatim rasle ili opadale u funkciji načina armiranja nosača. Pri graničnom opterećenju statički uticaji se bliže rešenjima teorije plastičnosti (sl. 8.17).



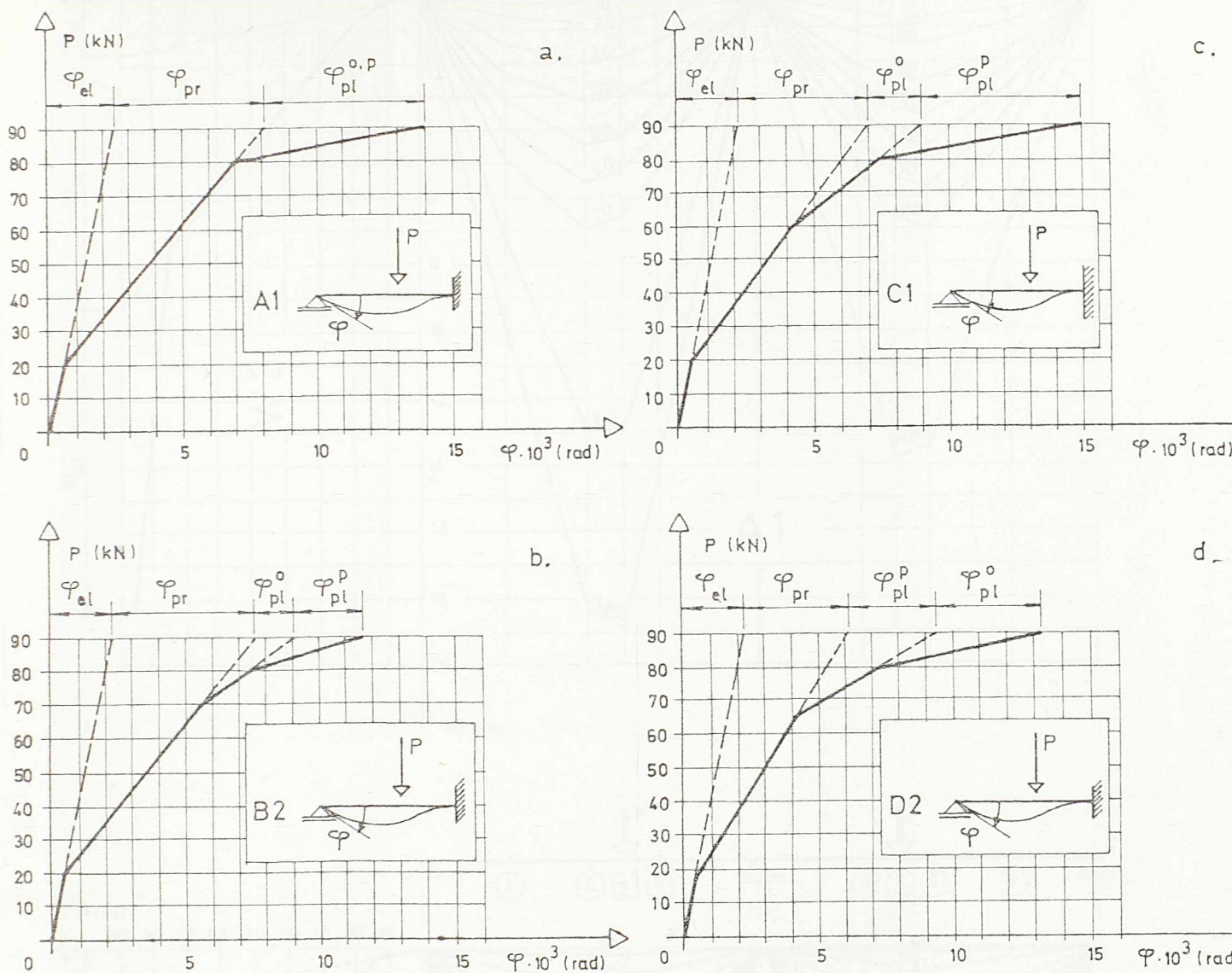
sl. 8.17.

### 8.6.2. Analiza rezultata merenja nagiba i ugiba nosača

Tokom eksperimenta merena je promena ugla nagiba (obrtnanje) preseka iznad krajnjih oslonaca kontinualne grede. Vrednosti dobijene merenjima prikazane su u tabeli 2 u prilogu.

Promene ugla nagiba u funkciji opterećenja prikazane su za pojedine grede na slici 8.18a-d.

Za opterećenje manje od onoga koje izaziva pojavu prsline vrednosti ugla obrtnanja preseka su se dobro slagale sa rešenjem teorije elastičnosti. Pojavom i razvojem prslina na nosaču uglovi obrtnanja su značajnije rasli, zadržavajući približno linearan odnos sa opterećenjem. Sve do pojave prvog plastičnog zgloba merene vrednosti su formirale praktično bilinearnu vezu nagib-opterećenje. Pojavom prvog plastičnog zgloba nagib je naglo rastao, da bi još jedan izraziti dopunski prirast imao pojavom drugog plastičnog zgloba. Na dijagramima se jasno može uočiti doprinos prslina i pojave plastičnih zglobova na povećanje ugla nagiba u odnosu na elastično rešenje.



Sl. 8.18

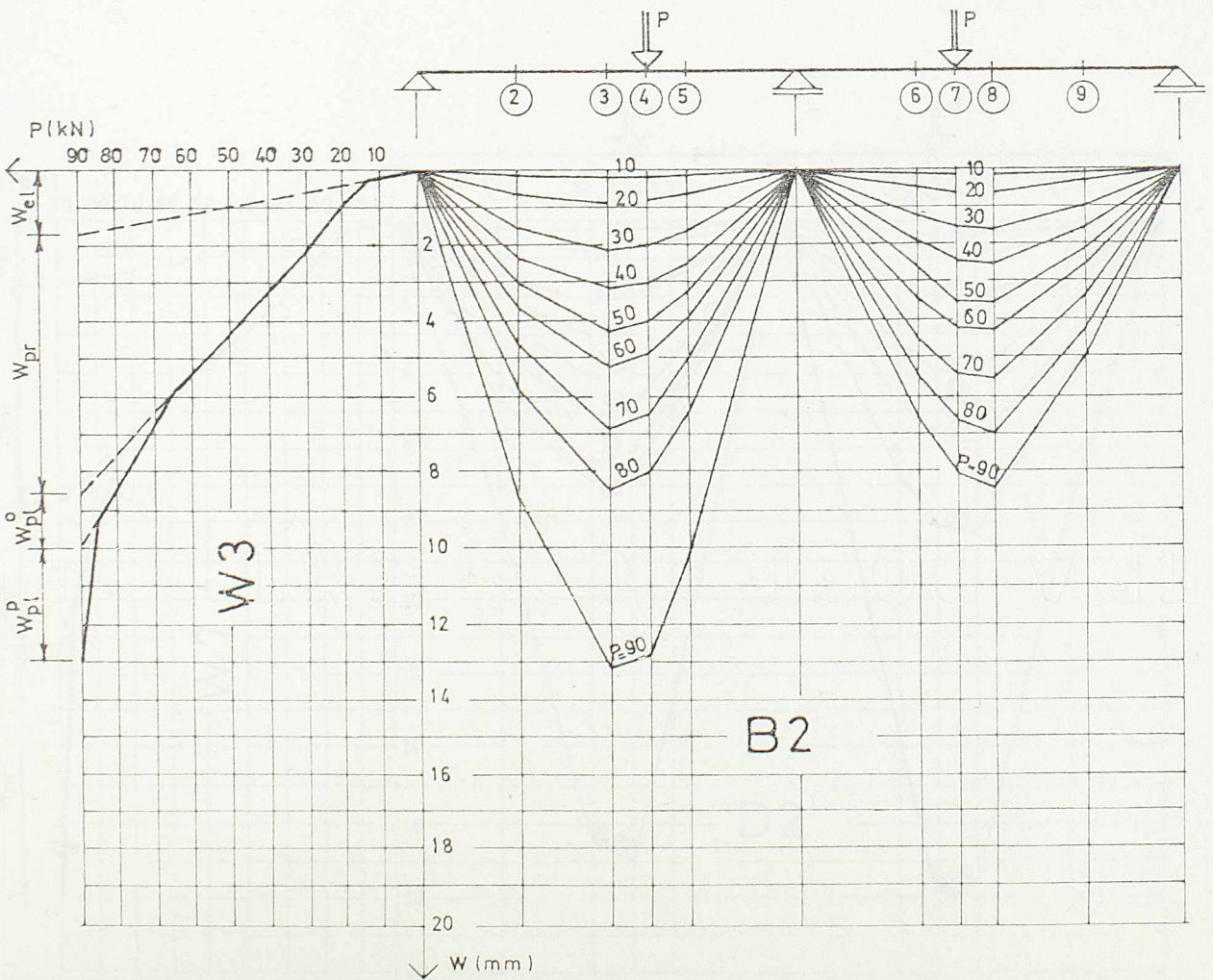
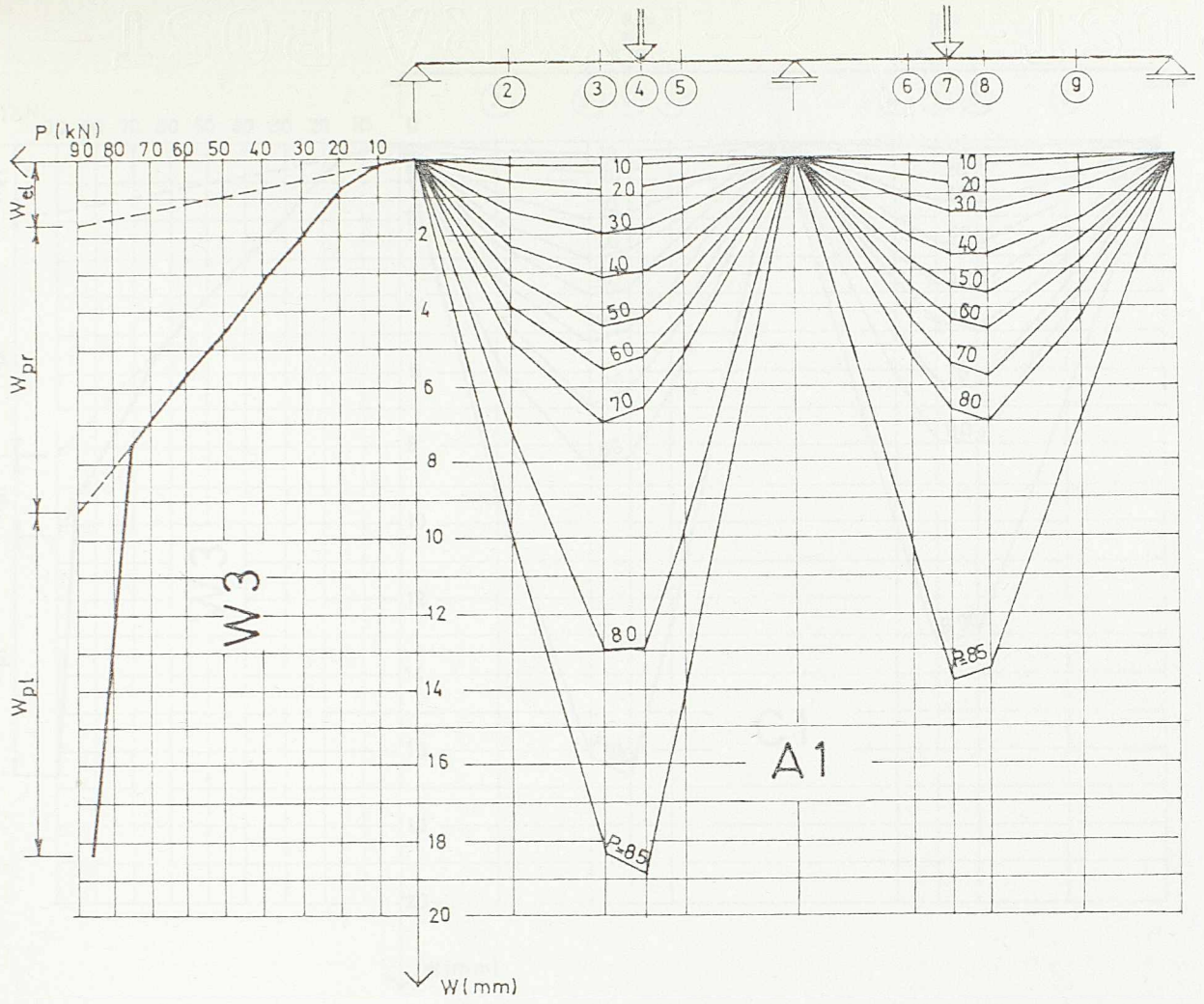
Ostvareni nagibi pri maksimalnom eksploatacionom opterećenju bili su 2,5 do 3,5 puta veći od sračunatih po teoriji elastičnosti zbog smanjenja krutosti nosača. Nagibi pri graničnom opterećenju su bili 5,5 do 8 puta veći od elastičnih.

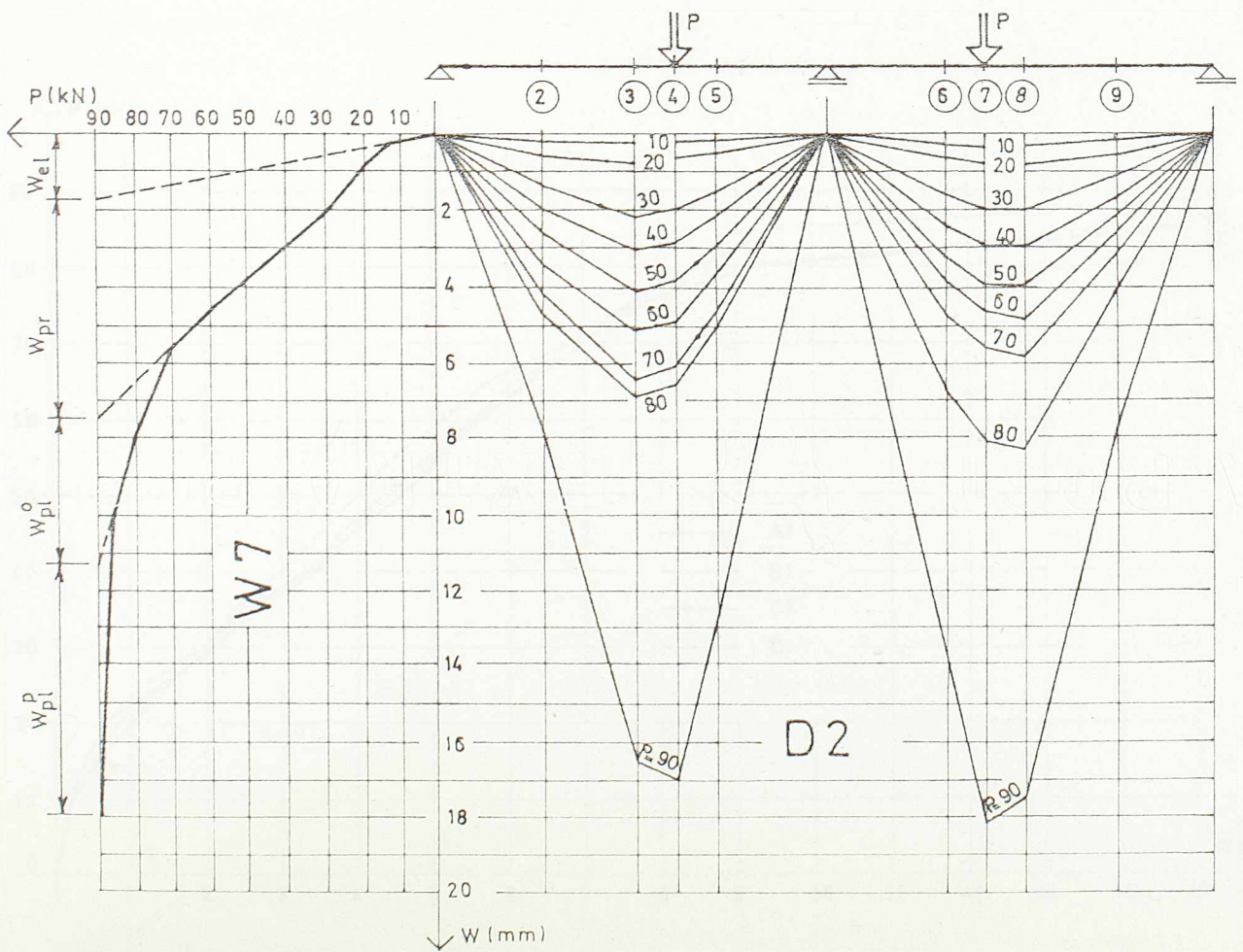
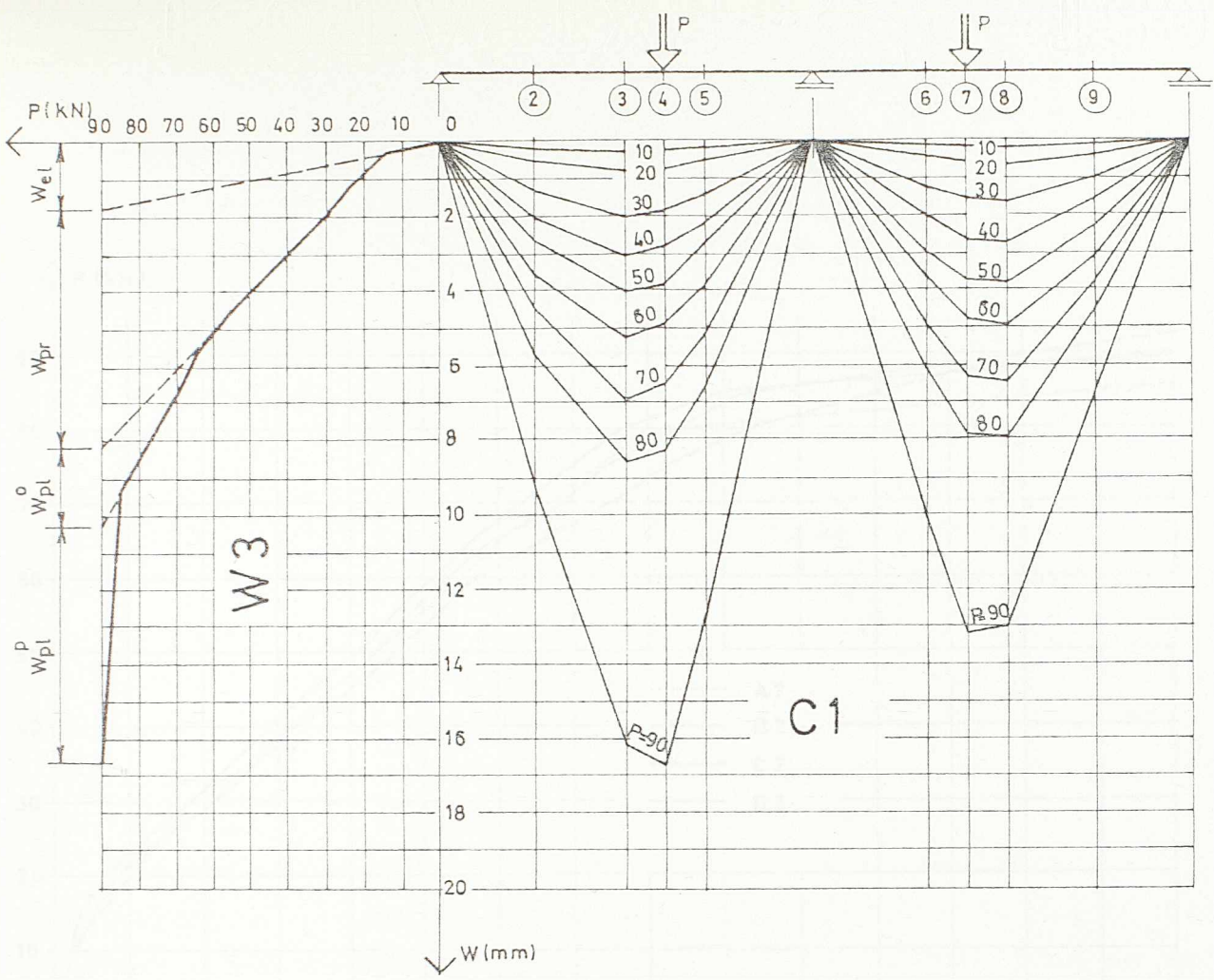
Merenje ugiba vršeno je u karakterističnim presecima nosača, tako da se za svaki nivo opterećenja mogao odrediti oblik elastične linije. Vrednosti izmerenih ugiba u funkciji opterećenje prikazani su u tabeli 3 u prilogu.

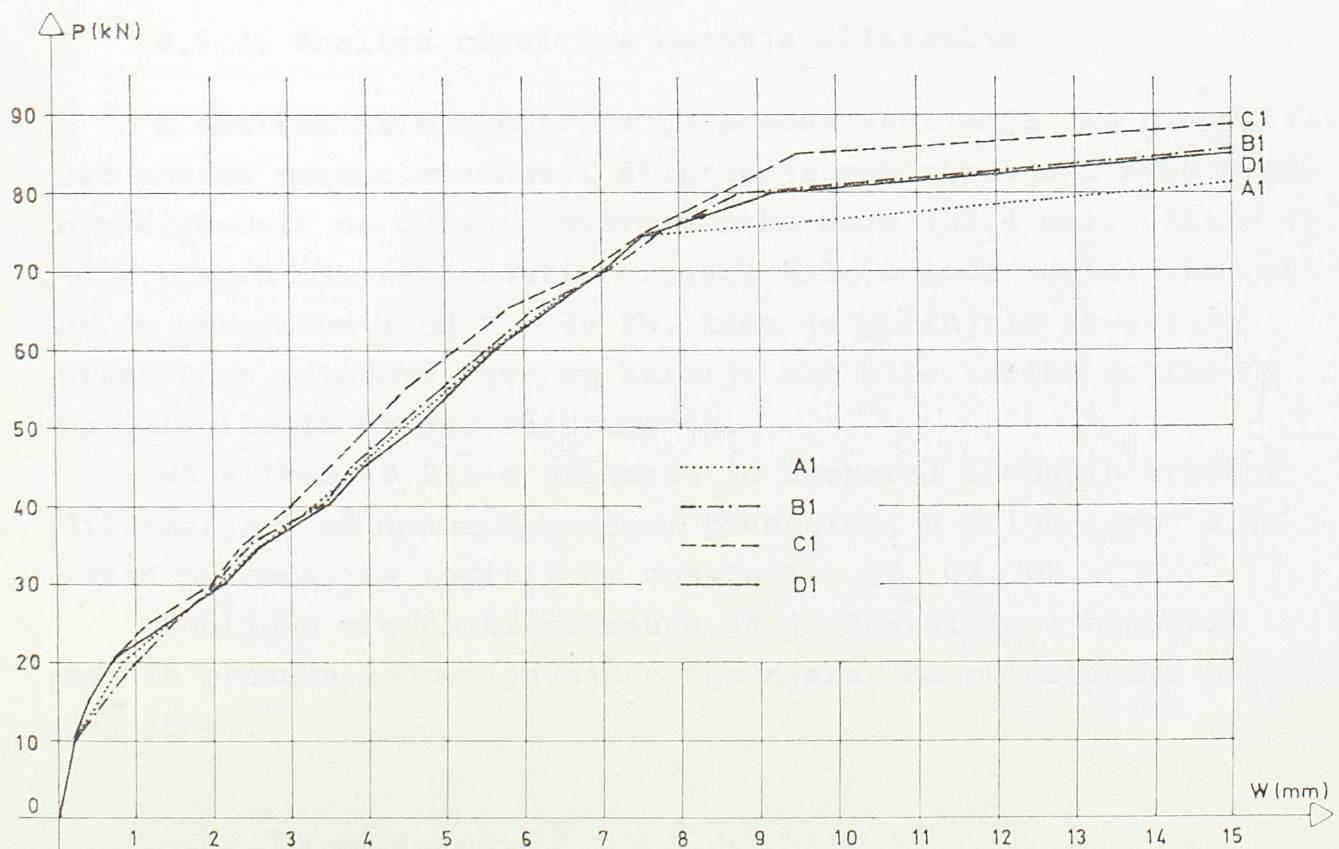
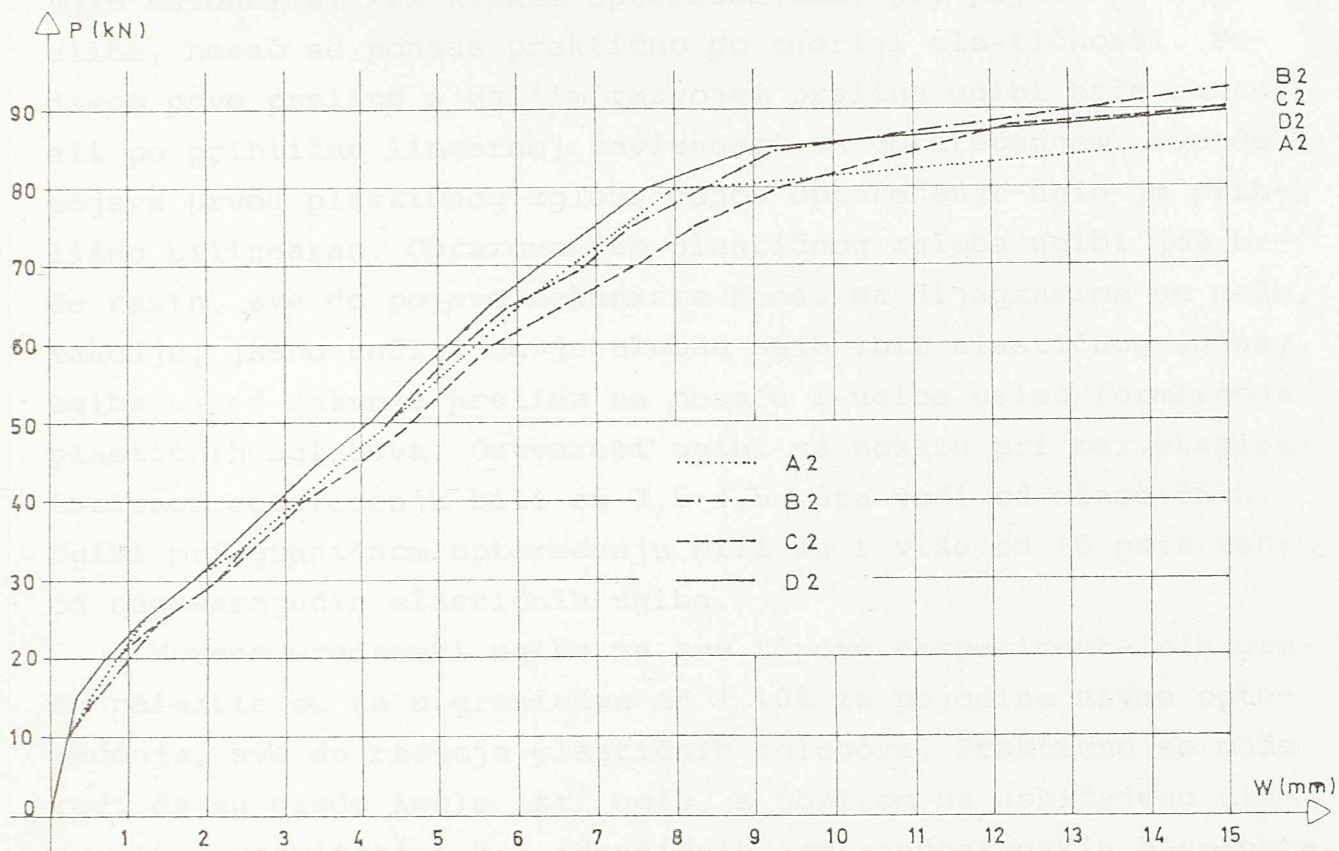
Na slici 8.19a-d prikazani su dijagrami opterećenje-ugib za preseke u sredini raspona, kao i elastične linije nosača za nivoje pojedinih opterećenja.

Iz analize dijagrama se mogu izvesti slični zaključci o po-









našanju nosača pod opterećenjem kao kod promene nagiba nad krajnjim osloncima. Pri niskim opterećenjima, pre pojave prve prsline, nosač se ponaša praktično po teoriji elastičnosti. Pojavom prve prsline i daljim razvojem prsline ugibi brže rastu, ali po približno linearnoj zavisnosti sa opterećenjem. Sve do pojave prvog plastičnog zgloba odnos opterećenje-ugib je približno bilinearan. Obrazovanjem plastičnog zgloba ugibi još brže rastu, sve do pojave mehanizma loma. Na dijagramima se može, takodje, jasno uočiti da je ukupan ugib zbir elastičnog ugiba, ugiba usled razvoja prsline na nosaču i ugiba usled formiranja plastičnih zglobova. Ostvareni ugibi na nosaču pri max. eksploatacionom opterećenju bili su 3,5-4,5 puta veći od elastičnih. Ugibi pri graničnom opterećenju bili su i više od 10 puta veći od odgovarajućih elastičnih ugiba.

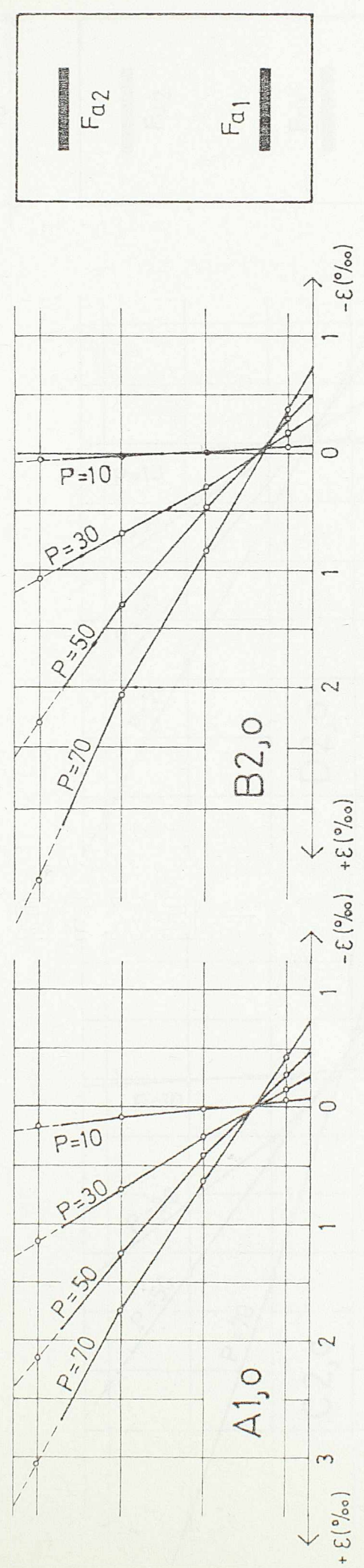
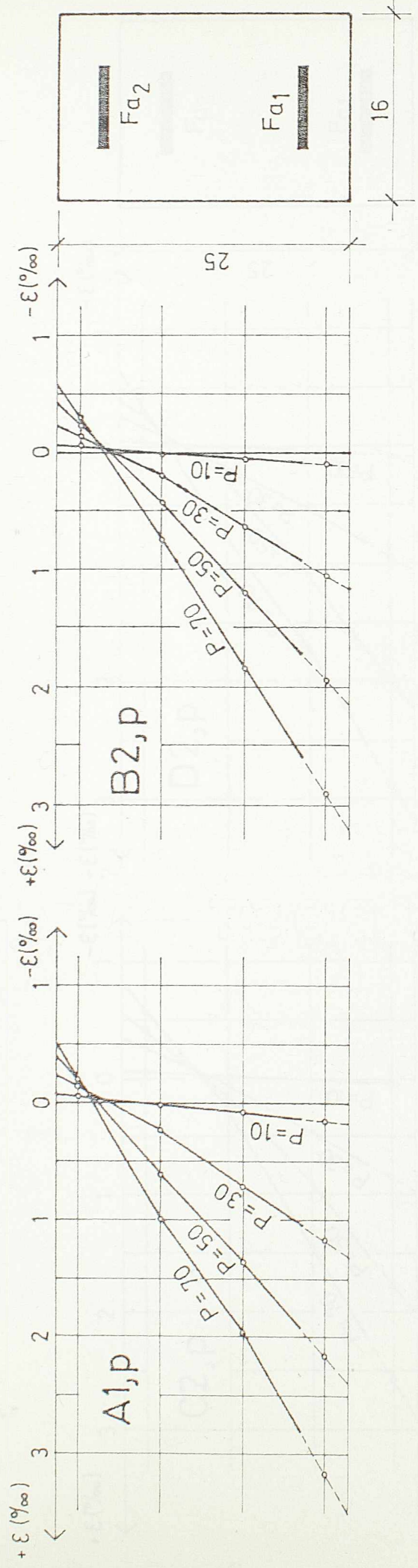
Merene vrednosti ugiba za sve tipove eksperimentalnih gređa nalazile su se u granicama od  $\pm 10\%$  za pojedine nivoe opterećenja, sve do razvoja plastičnih zglobova. Praktično se može reći da su gređe imale isti ugib, s obzirom na uobičajenu disperziju rezultata i kod identičnih armiranobetonskih elemenata. Merene vrednosti ugiba u sredini polja za različite tipove gređe upoređene su na dijagramima na slikama 8.20a i b.

### 8.6.3. Analiza rezultata merenja dilatacija

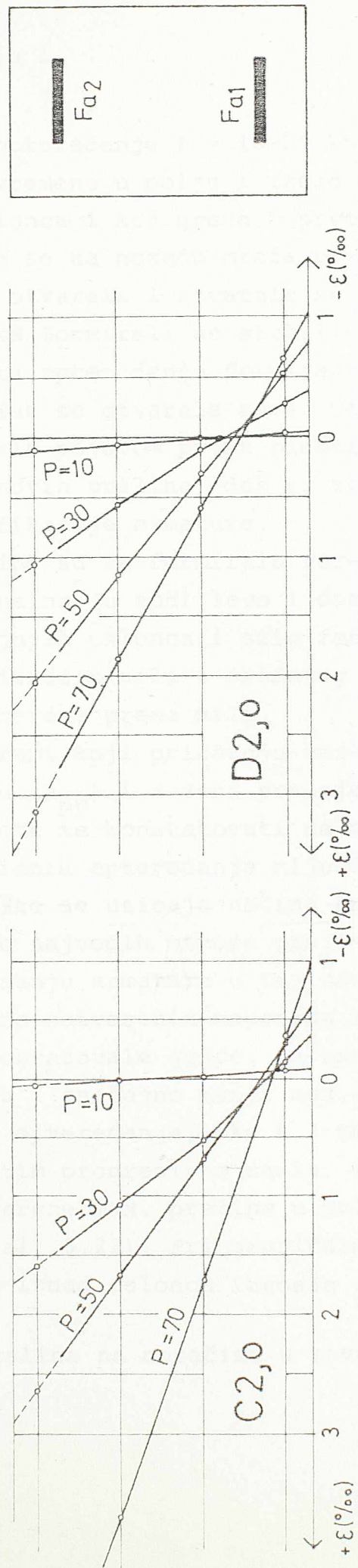
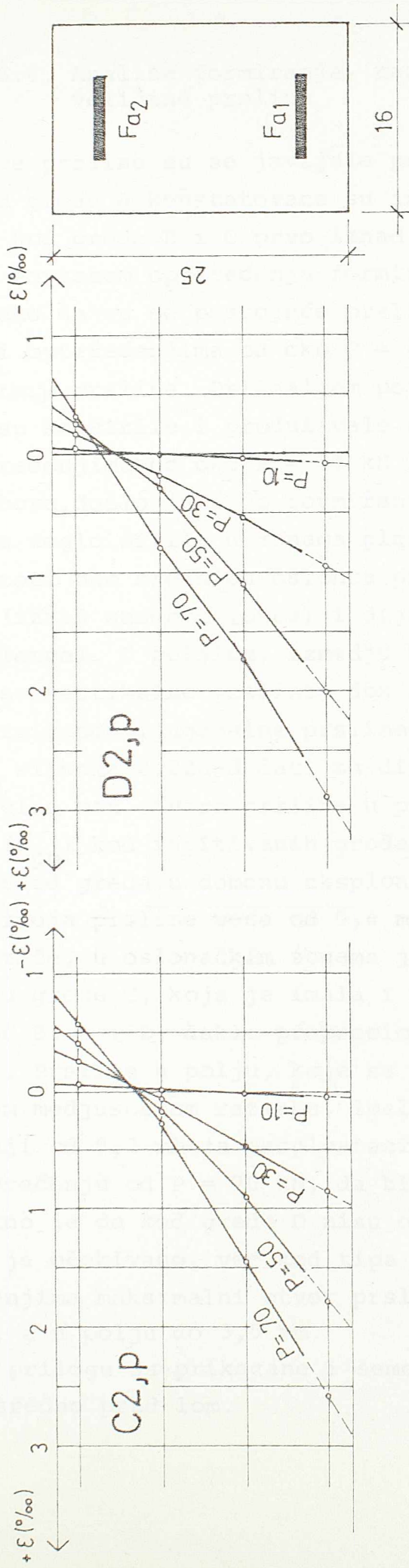
S obzirom na okolnost da je moment savijanja bio promenljiv duž nosača merene vrednosti dilatacija predstavljaju neke srednje vrednosti na dužini deformetarske baze (25,4 cm). Dilatacije u zonama max. napregnutih preseka bilo moguće meriti samo negde do opterećenja od  $P = 70$  kN, kada je počinjalo stvaranje plastičnih zglobova, jer su kasnije one bile toliko velike da su izlazile iz opsega instrumenta.

Na slikama 8.21a-d prikazan je raspored srednjih vrednosti dilatacija u maksimalno opterećenim presecima, u polju ispod sile i iznad oslonca, za ispitivane nosače A1, B2, C2, D2.

Dobijene vrednosti pokazuju da je Bernulijeva hipoteza ravnih preseka zadovoljavajuće ispunjena, do opterećenja bliskog graničnom.



Sl. 8.21, a, b



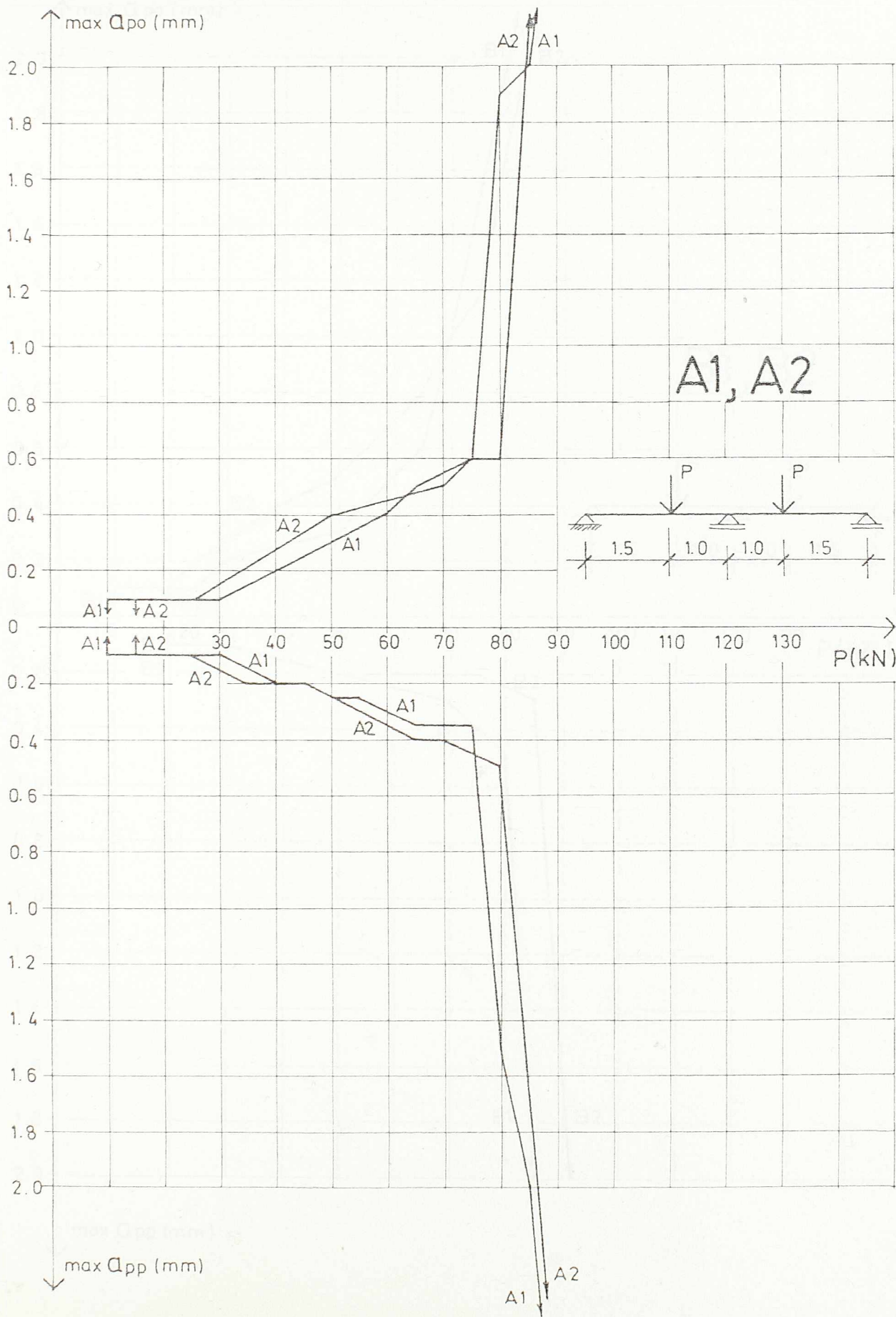
#### 8.6.4. Analiza formiranja, razvoja i veličine prslina

Prve prsline su se javljale pri opterećenju  $P = 10-20$  kN i to: kod grede A konstatovane su istovremeno u polju i iznad oslonca, kod greda B i C prvo iznad oslonca i kod grede D prvo u polju. Porastom opterećenja formirala se na nosaču mreža prslina, tako da su se postojeće prsline otvarale i stvarale se nove. Pri opterećenjima od oko  $P = 40$  kN formiralo se stabilizovano stanje prslina. Pri daljem porastu opterećenja formirane prsline su se širile i produžavale a nisu se otvarale nove. Tek pri opterećenjima od oko  $P = 70$  kN, dakle pojavom prvih plastičnih zglobova, došlo je i do formiranja novih prslina, dok su se postojeće naglo širile u zonama plastifikacije armature.

U zoni oko srednjeg oslonca prsline su se formirale vertikalno (iznad samog oslonca) i dijagonalno (u zoni levo i desno od oslonca). U poljima, između krajnjih oslonca i sile formirale su se vertikalne prsline, dok su između sile i srednjeg oslonca formirane dijagonalne prsline usmerene prema sili.

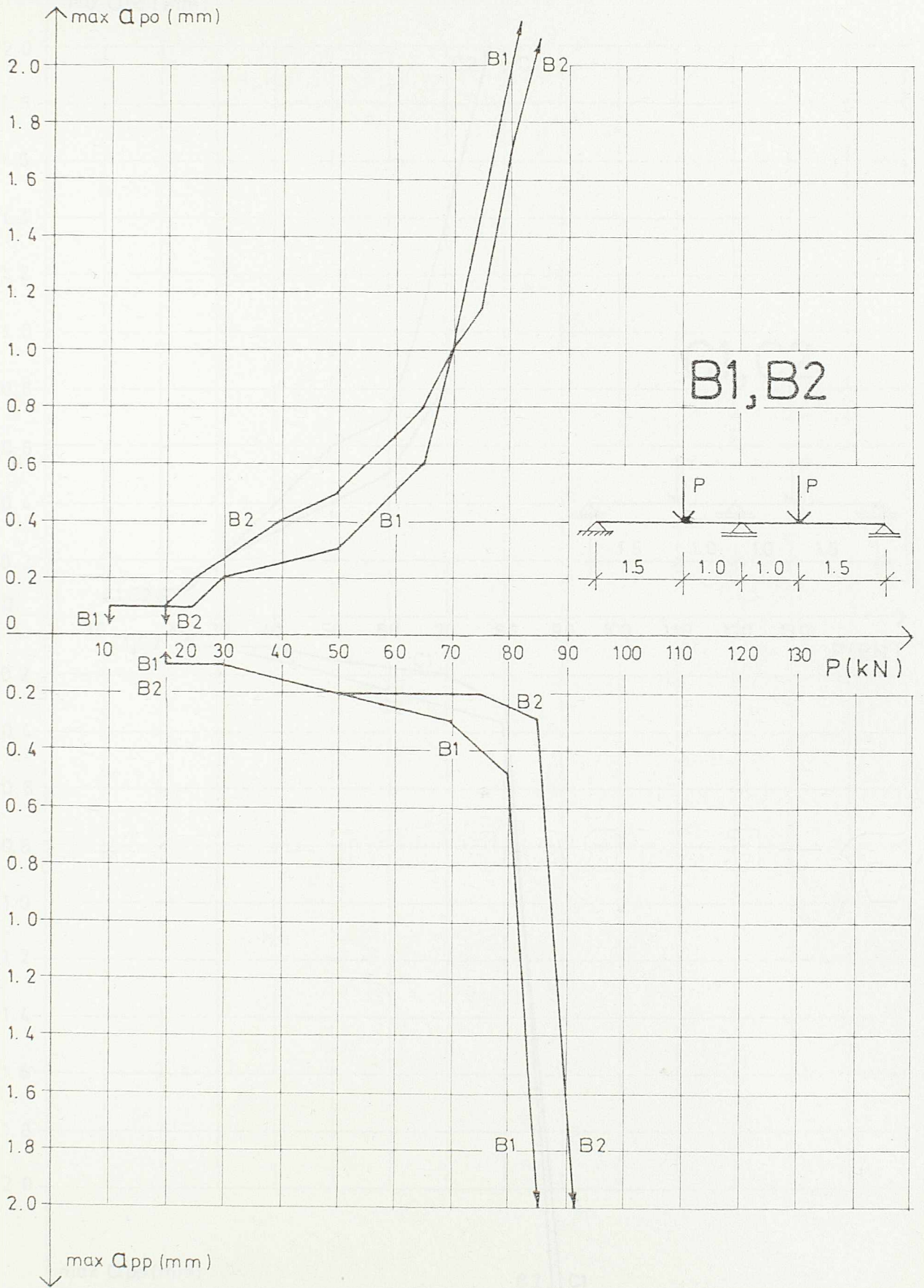
Na slikama 8.22a-d dati su dijagrami koji prikazuju razvoj veličine max.otvora prsline u polju ( $a_{pp}$ ) i u zoni srednjeg oslonca ( $a_{po}$ ) kod ispitivanih greda. Može se konstatovati da ni kod jedne od greda u domenu eksploatacionih opterećenja nije došlo do razvoja prsline veće od 0,4 mm. Što se uticaja načina armiranja tiče, u oslonačkim zonama je do najvećih otvora prslina došlo kod grede C, koja je imala i najmanju armaturu u toj zoni, zatim kod B, A i D; dakle proporcionalno ostvarenim naponima u armaturi. Prsline u polju, koje su se obrazovale gušće, na znatno manjem međusobnom razmaku, imale su i značajno manji max.otvor: manji od 0,2 mm za eksploataciona opterećenja, oko 0,4 mm pri opterećenju od  $P = 70$  kN, da bi zatim progresivno rasle. Interesantno je da kod grede D nisu ostvarene max. prsline u polju kao što je očekivano, već kod tipa A (sl. 8.23). Pri graničnim opterećenjima maksimalni otvor prslina iznad oslonca iznosio je do 4 mm, a u polju do 3,5 mm.

U prilogu su prikazane i šeme prslina na nosačima u trenutku neposredno pred lom.

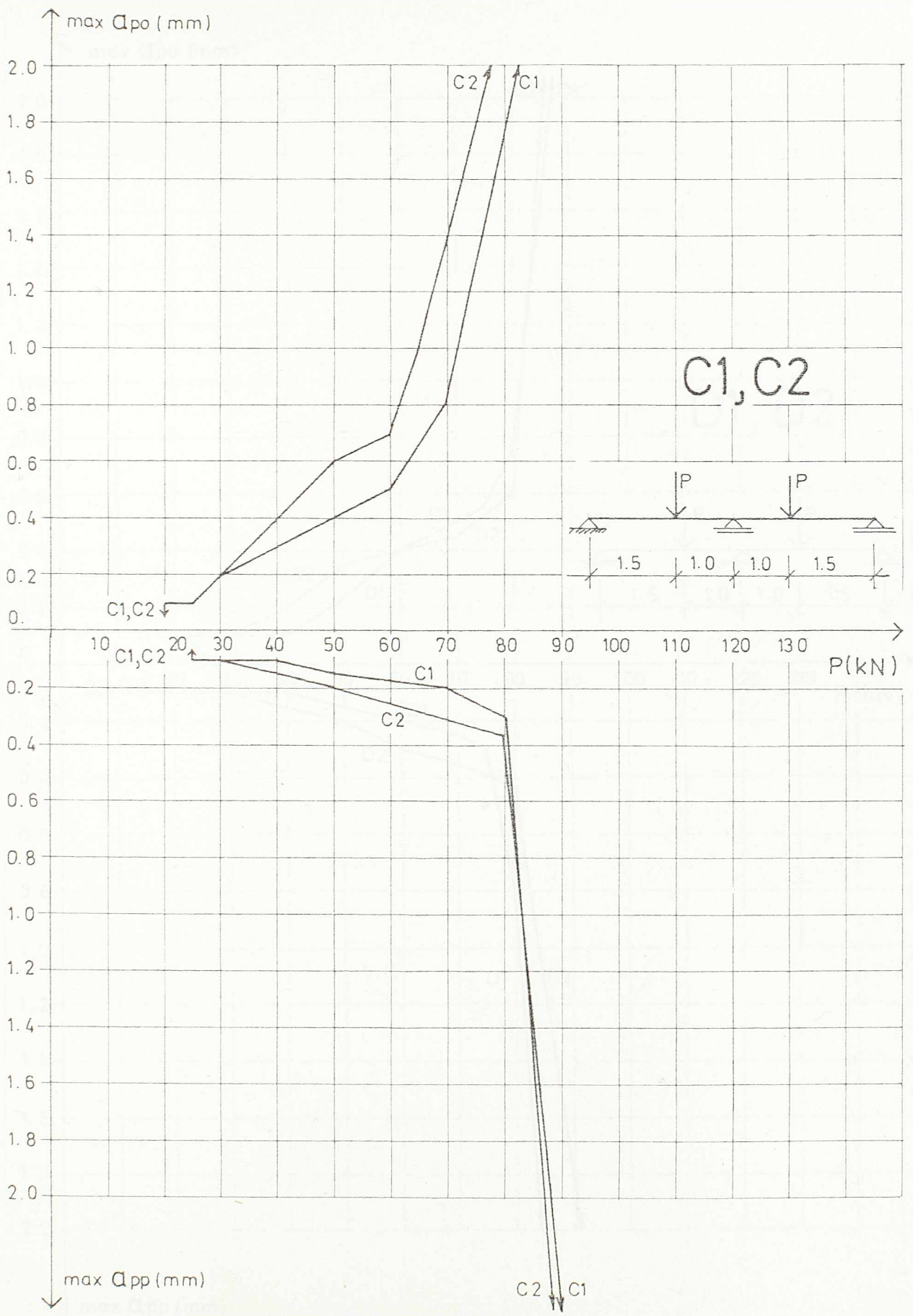


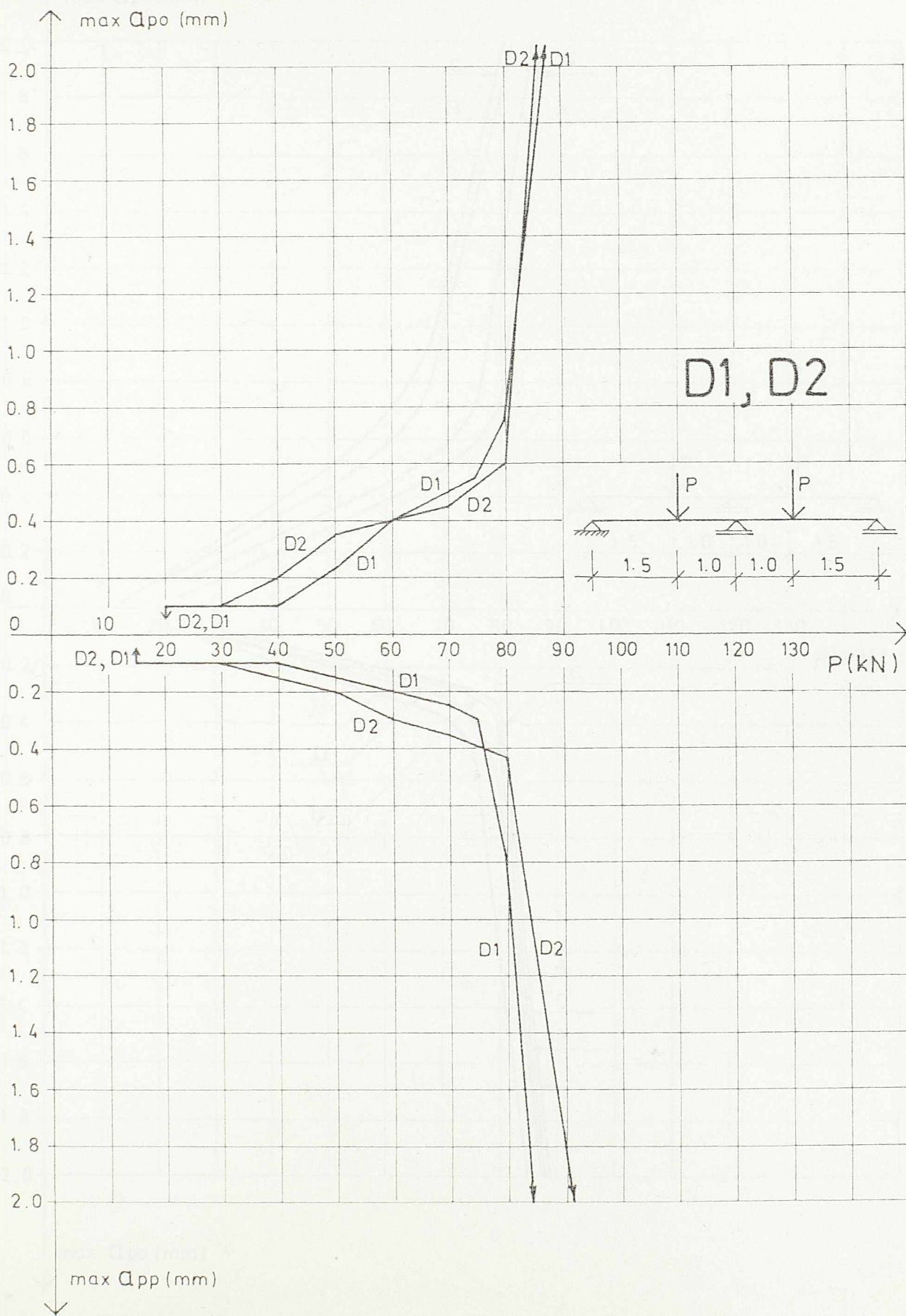
S1. 8.22, a

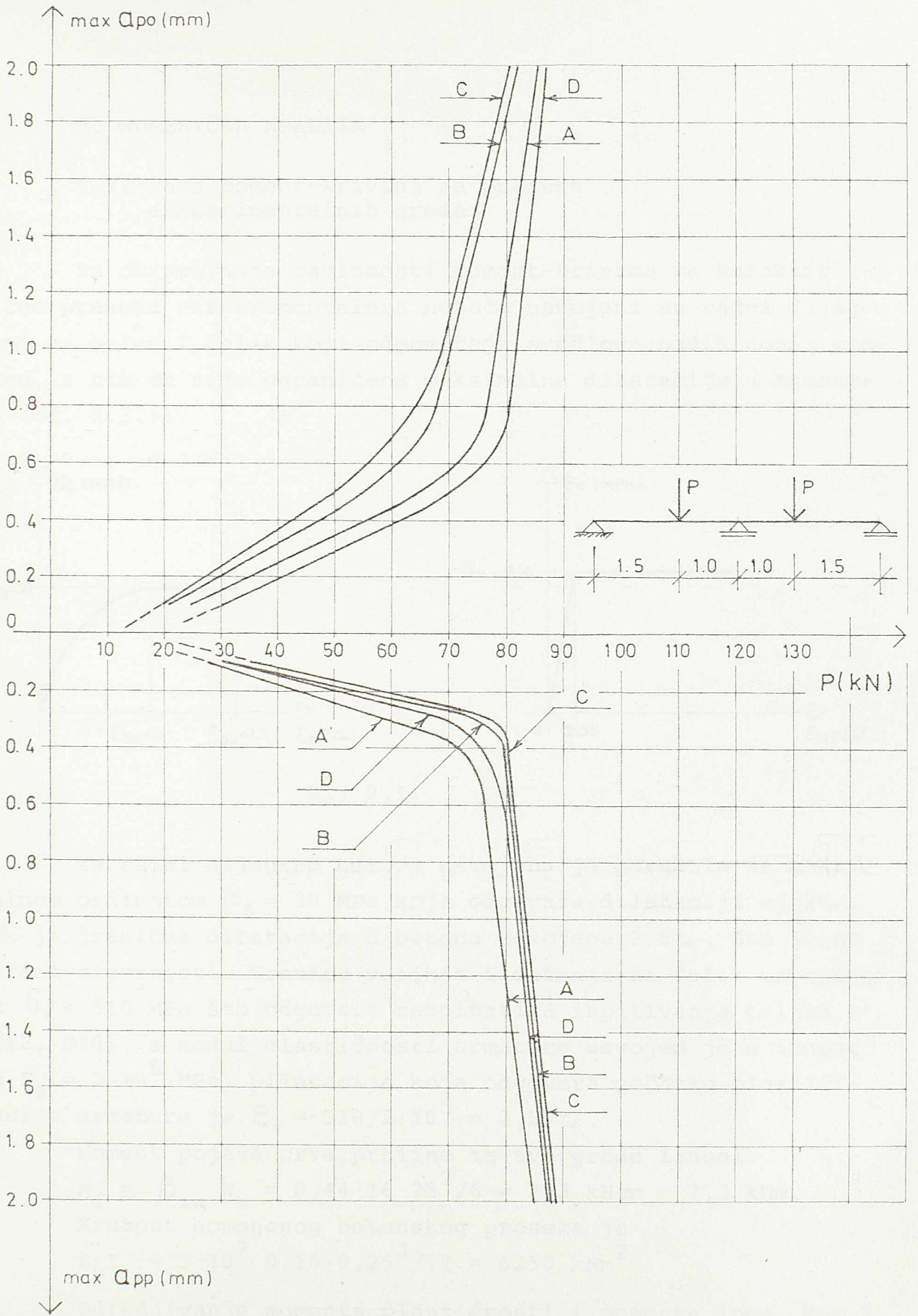




Sl. 3.22, b



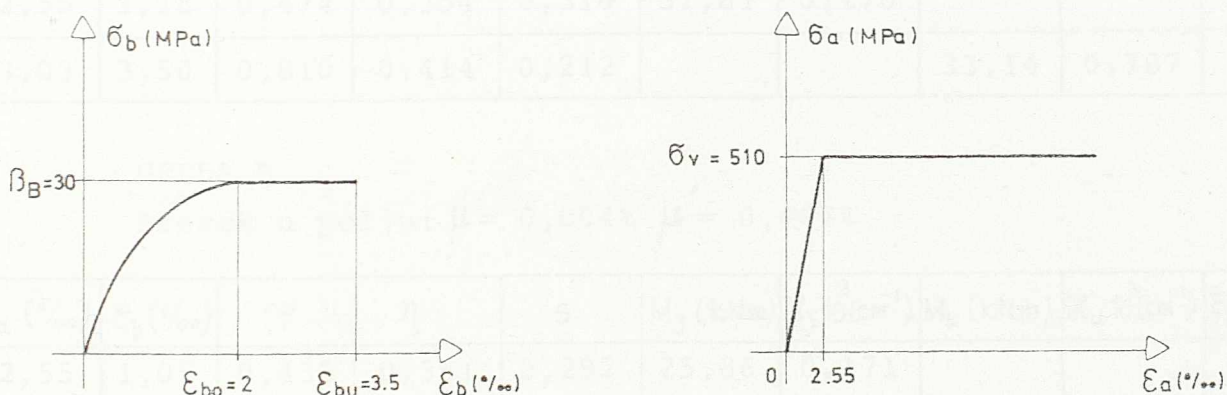




## 9. NUMERIČKA ANALIZA

## 9.1. Veza moment-krivina za preseke eksperimentalnih gređa

Za obrazovanje zavisnosti moment-krivina za karakteristične preseke eksperimentalnih nosača usvojeni su radni dijagrami za beton i čelik koji odgovaraju predlogu naših novih propisa, s tim da nije ograničena maksimalna dilatacija u armaturi (sl. 9.1.):



Sl. 9.1.

Za radni dijagram betona usvojena je parabola sa maksimalnom ordinatom  $\beta_B = 30$  MPa koja odgovara dilataciji od 2%, dok je granična dilatacija u betonu usvojena 3,5%, što je na strani sigurnosti. Granica velikih izduženja za čelik usvojena je  $\sigma_v = 510$  MPa što odgovara rezultatima ispitivanja čelika ( $\emptyset 12$ ,  $\emptyset 10$ ), a modul elastičnosti armature usvojen je u iznosu od  $E_a = 2 \cdot 10^5$  MPa. Dilatacija koja odgovara početku plastifikacije armature je  $\epsilon_o = 510 / 2 \cdot 10^5 = 2,55\%$ .

Moment pojave prve prsline za sve gređe iznosi:

$$M_I = \beta_{zs} W_b = 0,44 \cdot 16 \cdot 25^2 / 6 = 733 \text{ kNcm} = 7,3 \text{ kNm.}$$

Krutost homogenog betonskog preseka je

$$E_b I_b = 3 \cdot 10^7 \cdot 0,16 \cdot 0,25^3 / 12 = 6250 \text{ kNm}^2$$

Odredjivanje momenta plastičnosti i momenta loma, kao i odgovarajućih vrednosti krivina vrši se rešavanjem jednačina (3.35) i (3.36).

## GREDA A

Presek u polju:  $\mu = \mu' = 0,673\%$ 

$\varepsilon_a(\text{‰})$	$\varepsilon_b(\text{‰})$	$\psi$	$\eta$	s	$M_y$ (kNm)	$\mathcal{I}_y \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$M_u$ (kNm)	$\mathcal{I}_u \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$E_b J_{II}$ (kNm <sup>2</sup> )
2,55	0,92	0,390	0,348	0,265	21,83	0,165			1323
21,28	3,50	0,810	0,416	0,141			22,77	1,180	

Presek iznad oslonca:  $\mu = 1,009\%$   $\mu' = 0,673\%$ 

$\varepsilon_a(\text{‰})$	$\varepsilon_b(\text{‰})$	$\psi$	$\eta$	s	$M_y$ (kNm)	$\mathcal{I}_y \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$M_u$ (kNm)	$\mathcal{I}_u \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$E_b J_{II}$ (kNm <sup>2</sup> )
2,55	1,18	0,474	0,354	0,316	31,81	0,178			1787
13,03	3,50	0,810	0,414	0,212			33,14	0,787	

## GREDA B

Presek u polju:  $\mu = 0,304\%$   $\mu' = 0,467\%$ 

$\varepsilon_a(\text{‰})$	$\varepsilon_b(\text{‰})$	$\psi$	$\eta$	s	$M_y$ (kNm)	$\mathcal{I}_y \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$M_u$ (kNm)	$\mathcal{I}_u \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$E_b J_{II}$ (kNm <sup>2</sup> )
2,55	1,05	0,433	0,351	0,292	25,86	0,171			1512
17,19	3,50	0,810	0,416	0,169			26,94	0,985	

Presek iznad oslonca:  $\mu = \mu' = 0,304\%$ 

$\varepsilon_a(\text{‰})$	$\varepsilon_b(\text{‰})$	$\psi$	$\eta$	s	$M_y$ (kNm)	$\mathcal{I}_y \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$M_u$ (kNm)	$\mathcal{I}_u \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$E_b J_{II}$ (kNm <sup>2</sup> )
2,55	1,01	0,420	0,350	0,284	25,77	0,170			1516
17,19	3,50	0,810	0,416	0,169			26,94	0,985	

## GREDA C

Presek u polju:  $\mu = 0,935\%$   $\mu' = 0,467\%$ 

$\varepsilon_a(\text{‰})$	$\varepsilon_b(\text{‰})$	$\psi$	$\eta$	s	$M_y$ (kNm)	$\mathcal{I}_y \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$M_u$ (kNm)	$\mathcal{I}_u \cdot 10^3$ (cm <sup>4</sup> )	$E_b J_{II}$ (kNm <sup>2</sup> )
2,55	1,15	0,465	0,353	0,311	29,62	0,176			1683
14,34	3,50	0,810	0,416	0,196			30,87	0,850	

Presek iznad oslonca:  $\mu = 0,616\%$   $\mu' = 0,935\%$

$\epsilon_a(\text{‰})$	$\epsilon_b(\text{‰})$	$\psi$	$\eta$	s	$M_y(\text{kNm})$	$\alpha_y \cdot 10^3(\text{cm}^{-1})$	$M_u(\text{kNm})$	$\alpha_u \cdot 10^3(\text{cm}^{-1})$	$E_b J_{II}(\text{kNm}^2)$
2,55	0,85	0,365	0,347	0,250	19,79	0,162			1222
23,58	3,50	0,810	0,416	0,129			20,93	1,290	

GREDA D

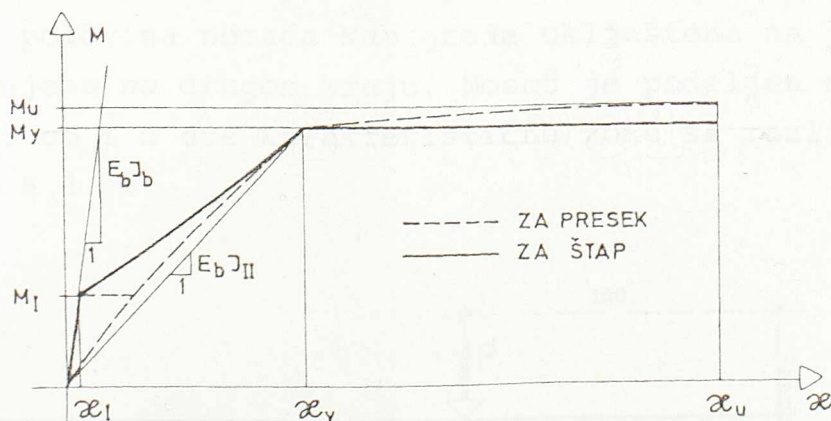
Presek u polju:  $\mu = 0,533\%$   $\mu' = 0,673\%$

$\epsilon_a(\text{‰})$	$\epsilon_b(\text{‰})$	$\psi$	$\eta$	s	$M_y(\text{kNm})$	$\alpha_y \cdot 10^3(\text{cm}^{-1})$	$M_u(\text{kNm})$	$\alpha_u \cdot 10^3(\text{cm}^{-1})$	$E_b J_{II}(\text{kNm}^2)$
2,55	0,80	0,347	0,346	0,239	17,34	0,160			1084
27,80	3,50	0,810	0,416	0,112			18,31	1,490	

Presek iznad oslonca:  $\mu = 1,244\%$   $\mu' = 0,533\%$

$\epsilon_a(\text{‰})$	$\epsilon_b(\text{‰})$	$\psi$	$\eta$	s	$M_y(\text{kNm})$	$\alpha_y \cdot 10^3(\text{cm}^{-1})$	$M_u(\text{kNm})$	$\alpha_u \cdot 10^3(\text{cm}^{-1})$	$E_b J_{II}(\text{kNm}^2)$
2,55	1,39	0,534	0,358	0,353	38,73	0,188			2060
9,90	3,50	0,810	0,416	0,261			39,89	0,638	

## 9.2. Veza moment-srednja krivina za eksperimentalne nosače



Sl. 9.2.

Za sve eksperimentalne nosače veza moment-srednja krivina konstruisana je iz sračunatih vrednosti momenta pojave prve prsline ( $M_I$ ), momenta plastičnosti ( $M_Y$ ) i odgovarajućih vrednosti krivina ( $\mathcal{H}_I, \mathcal{H}_Y, \mathcal{H}_u$ ), odnosno odgovarajućih krutosti homogenog preseka ( $E_b J_b$ ) i preseka sa prslinom ( $E_b J_{II}$ ) koji odgovara momentu plastičnosti. Pri tome je zadržana konstantna vrednost momenta plastičnosti ( $M_Y$ ) u plastičnom zglobu sve do dostizanja granične krivine ( $\mathcal{H}_u$ ).

Udeo zategnutog dela betona izmedju prsline na povećanje efektivne krutosti uzet je u obzir preko predloga Bransona:

$$E_b J_{ef} = E_b J_b \quad \text{za} \quad M \leq M_I \quad (9.1)$$

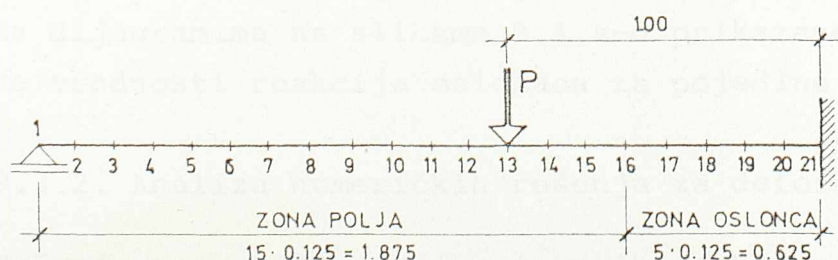
$$E_b J_{ef} = E_b J_b (M_I/M)^3 + E_b J_{II} (1 - (M_I/M)^3) \quad \text{za} \quad M_I \leq M < M_Y \quad (9.2)$$

Na slici 9.2. prikazana je kvalitativno veza moment-krivina za presek armiranobetonskog elementa (isprekidanom linijom) i usvojena veza moment-srednja krivina koja je upotrebljena za numeričku analizu (punom linijom).

### 9.3. Postupak i rezultati numeričke analize

Za sprovođenje numeričke analize napravljen je program koji je odgovarao metodi sukcesivnih linearnih aproksimacija. Program je koristio metodu deformacije uz automatizovanu promenu matrice krutosti delova nosača u iterativnom postupku.

S obzirom da je opterećenje nosača bilo simetrično, razmatrana je polovina nosača kao greda uklještena na jednom i slobodno oslonjena na drugom kraju. Nosač je podeljen na 20 delova dužine 12,5 cm i u dve karakteristične zone sa različitom armaturom (sl. 9.3.).



Sl. 9.3.



U prvoj iteraciji za krutost svih preseka usvajana je krutost homogenog betonskog preseka. Iz vrednosti momenata savijanja na sredini svakog štapa sračunate su vrednosti efektivnih krutosti koje su se koristile u narednoj iteraciji. Iterativni postupak za jedan nivo opterećenja se završavao kada bi vrednosti presečnih sila između dve susedne iteracije bile manje od 1%.

Kao ulazne podatke program je koristio geometriju nosača, veličine momenta pojave prve prsline i momenta plastičnosti, kao i odgovarajuće veličine krutosti homogenog i isprskalog preseka i izraze za efektivnu krutost; podatke o graničnim uslovima po pomeranjima, i nivou opterećenja.

Izlaz je formiran u vidu rešenja presečnih sila u svakom čvoru nosača, kao i vrednosti pomeranja i obrtanja svakog čvora.

Rezultati numeričke analize: veličine reakcija krajnjeg oslonca i karakterističnih vrednosti momenata u polju i iznad srednjeg oslonca dati su u prilogu u tabeli 1. U tabeli 2. su date vrednosti nagiba elastične linije nad slobodnim osloncem, a u tabeli 3. vrednosti ugiba u karakterističnim presecima dobijene numeričkom analizom.

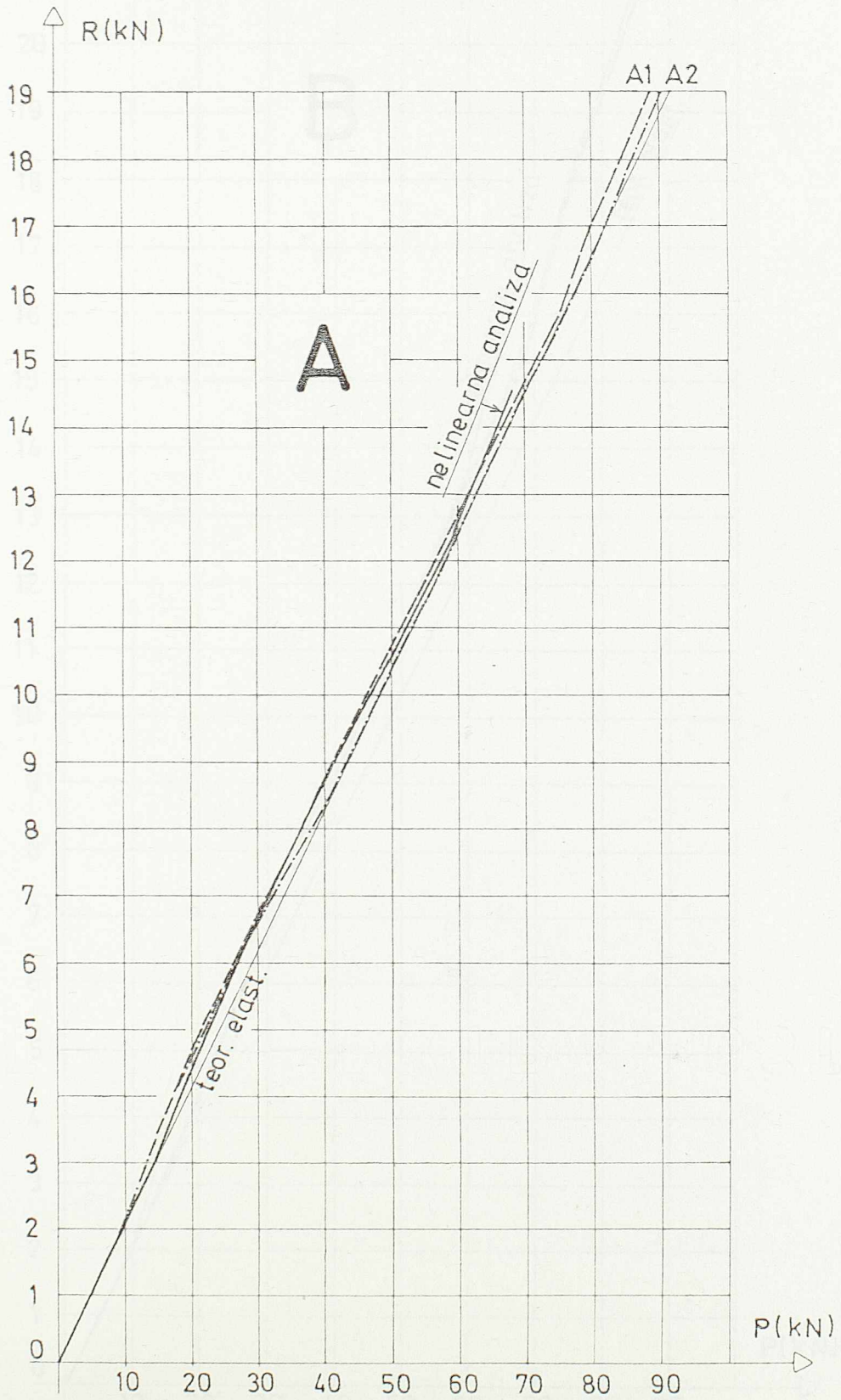
### 9.3.1. Analiza numeričkih rešenja za statičke veličine

Sračunate veličine reakcija oslonaca, odnosno momenata savijanja, dobro su se slagale sa merenim vrednostima. Za grede tipa A, B i C razlike između sračunatih i merenih vrednosti nalazile su se u uskim granicama od  $\pm 5\%$ , sve do nivoa opterećenja koje je izazivalo pojavu prvog plastičnog zgloba. Za više nivoe opterećenja dolazilo je do određenog odstupanja koje je logična posledica ne uzimanja u obzir zone ojačanja čelika. Jedino je kod grede tipa D došlo do većeg odstupanja numeričkih rešenja od merenih i to do 15%.

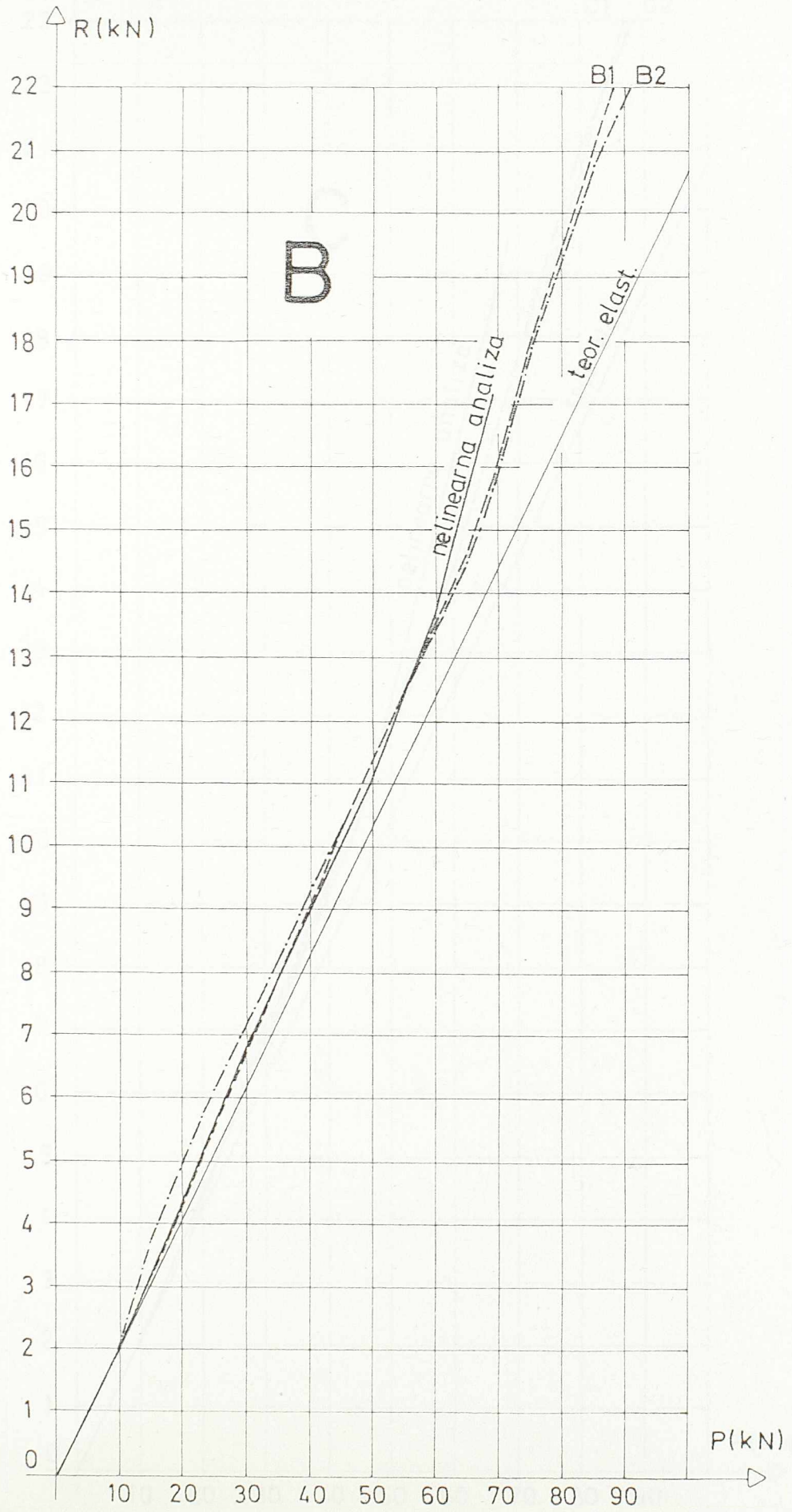
Na dijagramima na slikama 9.4.a-d prikazane su merene i sračunate vrednosti reakcija oslonaca za pojedine tipove greda.

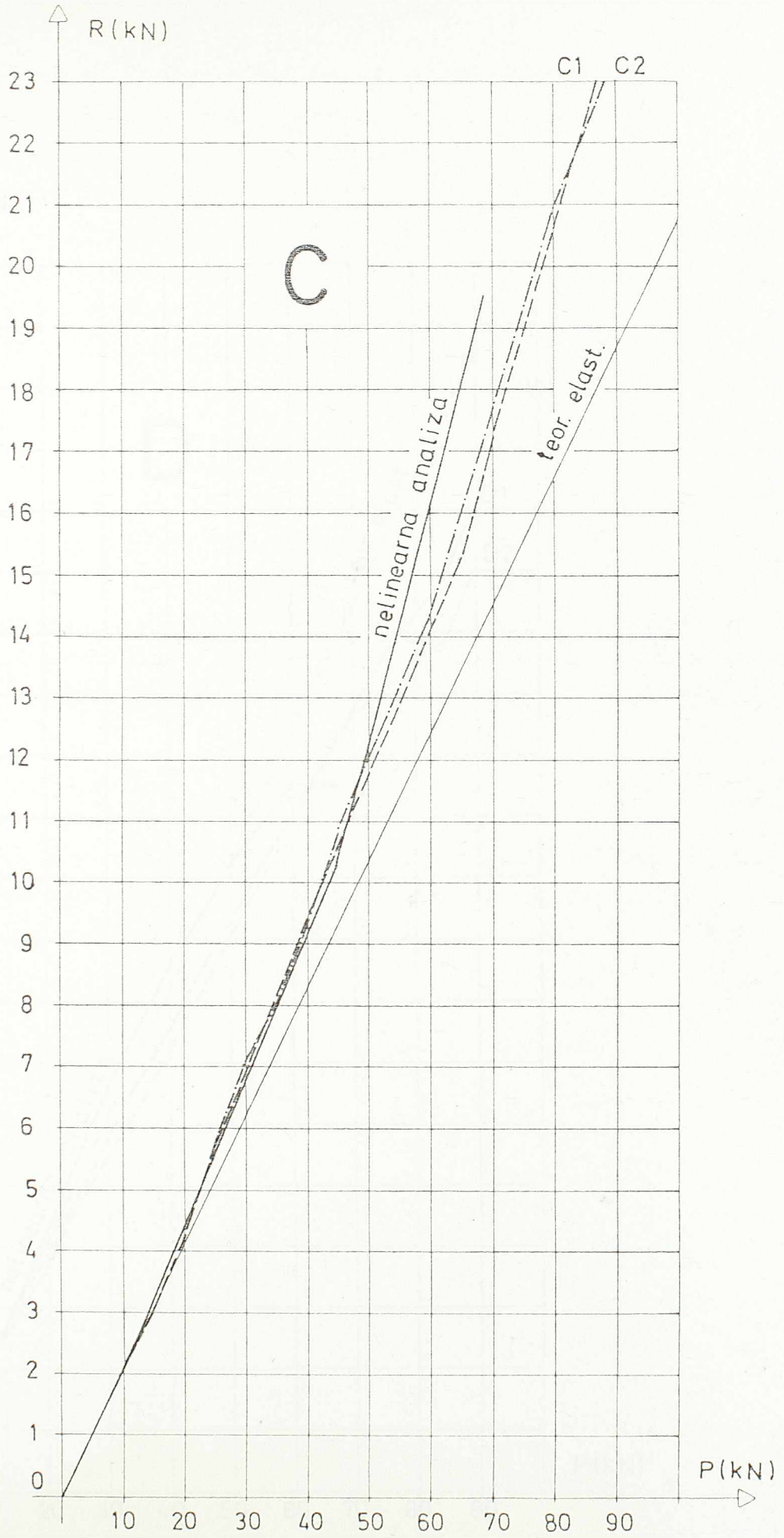
### 9.3.2. Analiza numeričkih rešenja za deformacijske veličine

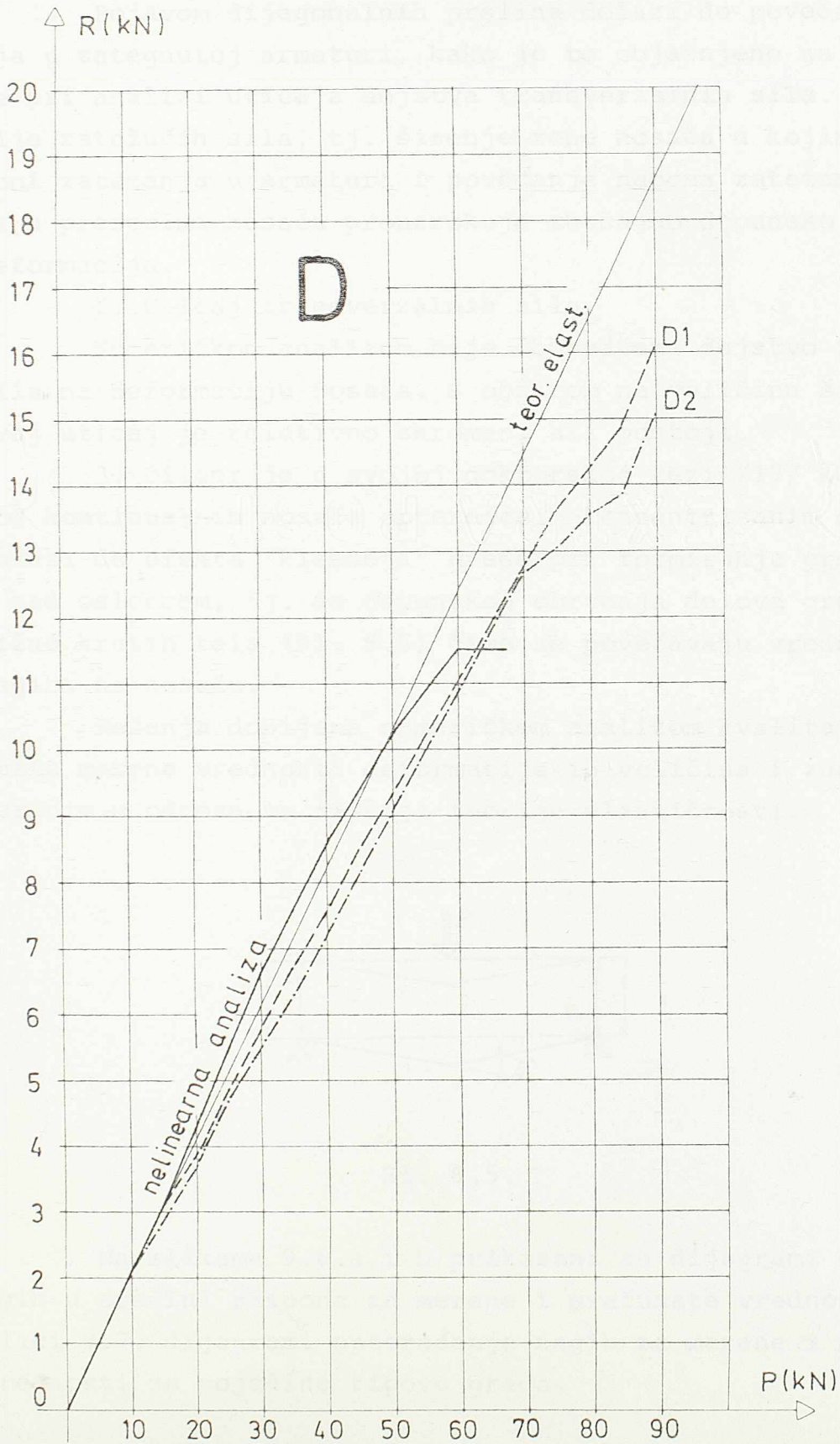
Rešenja za veličine ugiba i nagiba dobijena numerički bila su manja od merenih vrednosti za praktično sve nivoe opterećenja.



Sl. 9.4, a







S1. 9.4, d

Nekoliko je osnovnih uzroka tome, koji nisu mogli biti obuhvaćeni numeričkom analizom:

### 1. Efekat dijagonalnih prslina

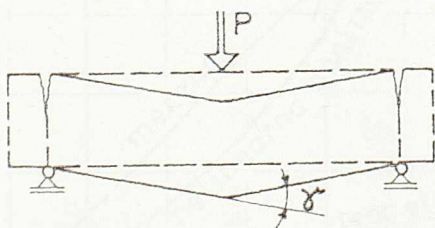
Pojavom dijagonalnih prslina dolazi do povećanja napreznja u zategnutoj armaturi, kako je to objašnjeno na modelu rešetke pri analizi uticaja dejstva transverzalnih sila. Pomeranje linije zatežućih sila, tj. širenje zone nosača u kojima deluju naponi zatezanja u armaturi i povećanje napona zatezanja u armaturi u presecima nosača prouzrokuje značajno dopunsko povećanje deformacija.

### 2. Uticaj transverzalnih sila

Numeričkom analizom nije obuhvaćeno dejstvo transverzalnih sila na deformaciju nosača. S obzirom na veličinu širine rebra ovaj uticaj je relativno skroman, ali postoji.

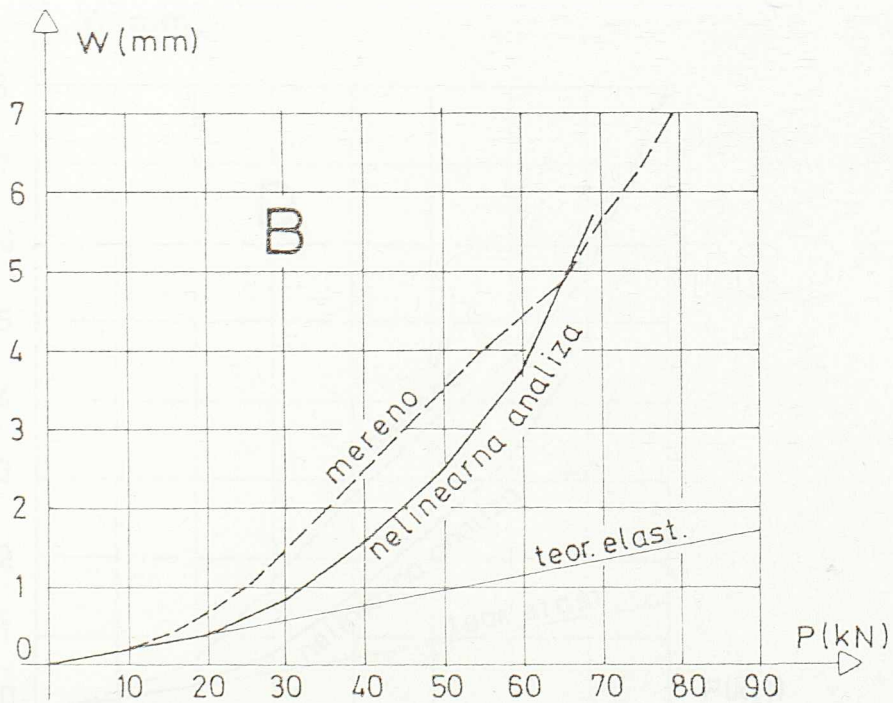
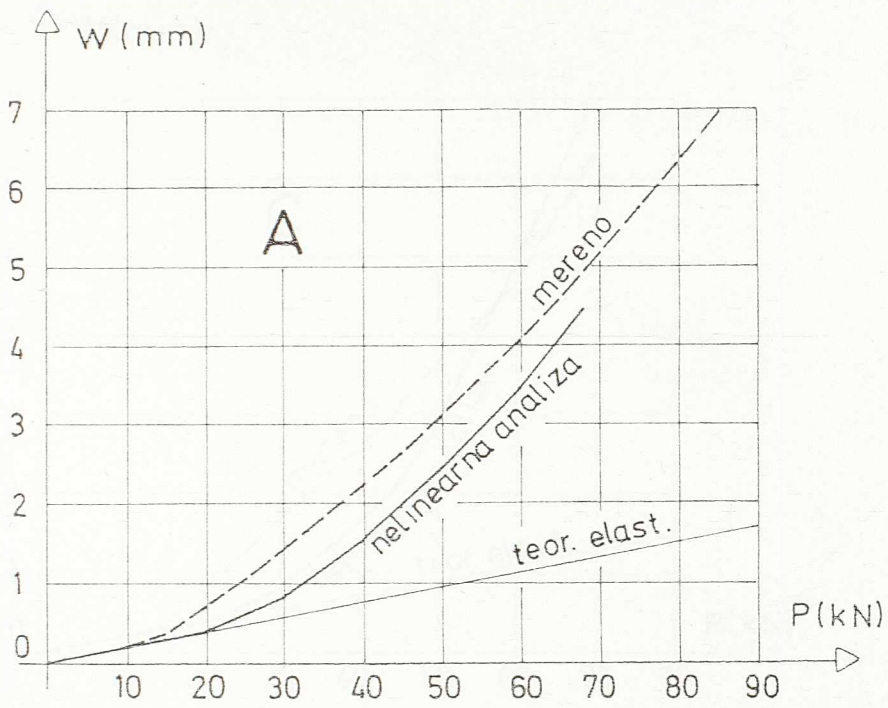
3. Dilger je u svojoj doktorskoj tezi /17/ konstatovao da kod kontinualnih nosača opterećenih koncentrisanim opterećenjem dolazi do efekta "klecanja" grede pri formiranju prslina u polju i nad osloncem, tj. do dopunskog obrtanja delova grede kao približno krutih tela (sl. 9.5) čime se povećavaju vrednosti ugiba i nagiba na nosaču.

Rešenja dobijena numeričkom analizom kvalitativno dobro prate merene vrednosti deformacijskih veličina i znatno su bliža merenim u odnosu na rešenja teorije elastičnosti.

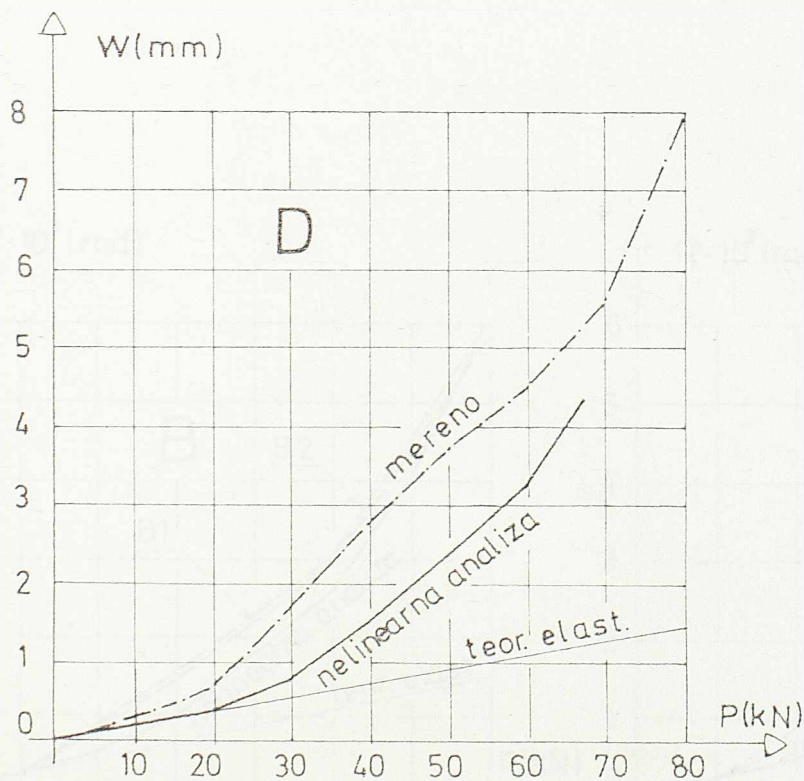
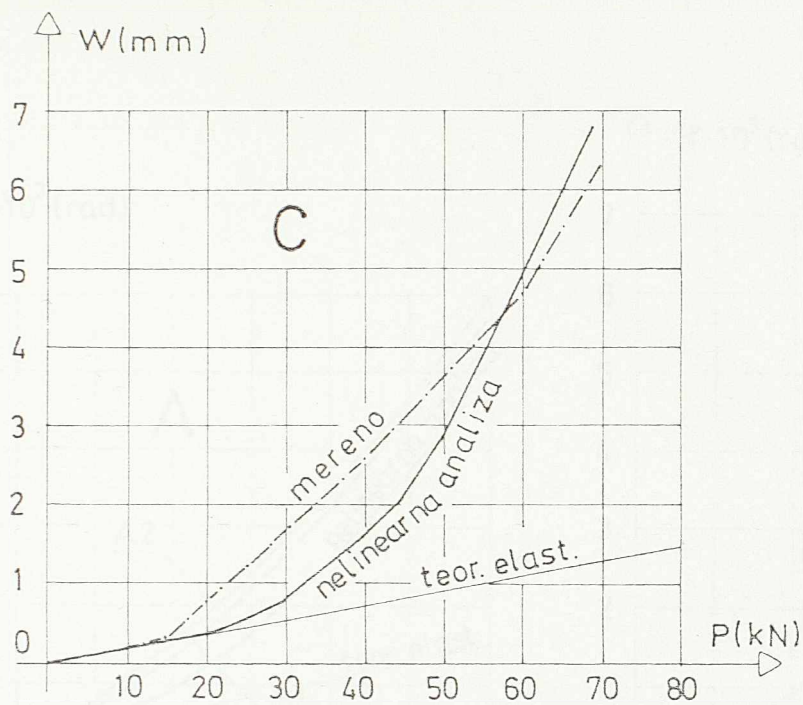


Sl. 9.5.

Na slikama 9.6.a i b prikazani su dijagrami opterećenje-ugib u sredini raspona za merene i sračunate vrednosti, a na slici 9.7. dijagrami opterećenje-nagib za merene i sračunate vrednosti za pojedine tipove grede.

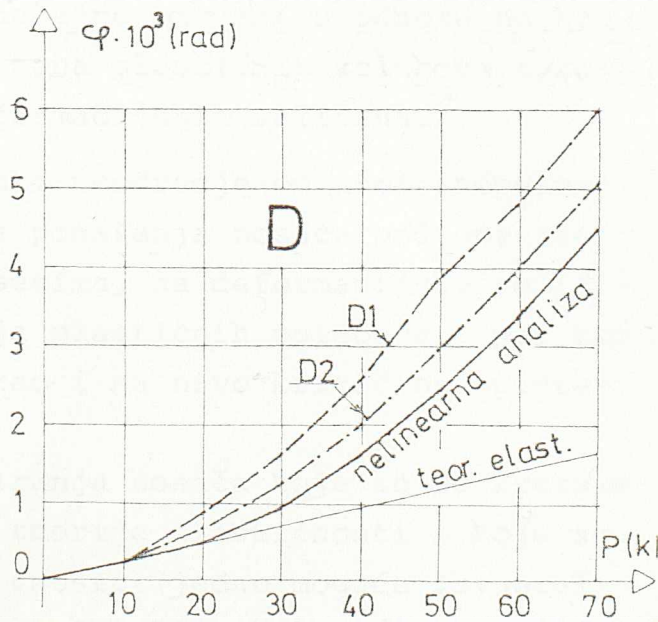
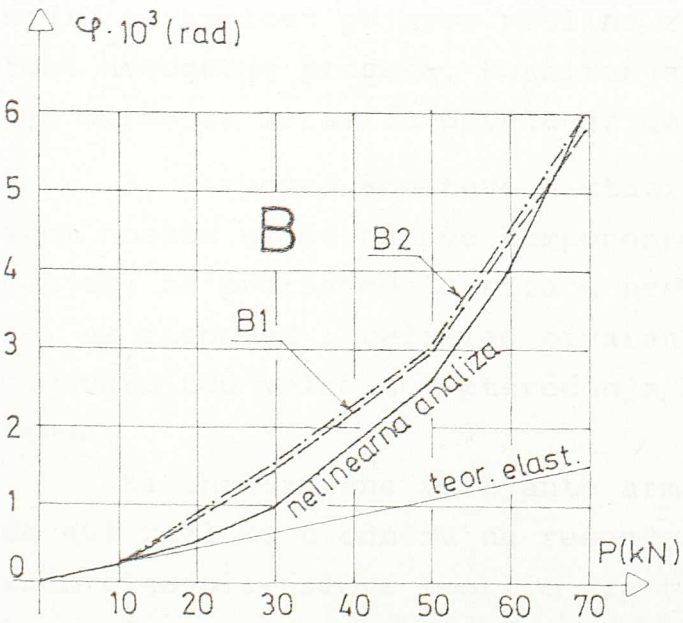
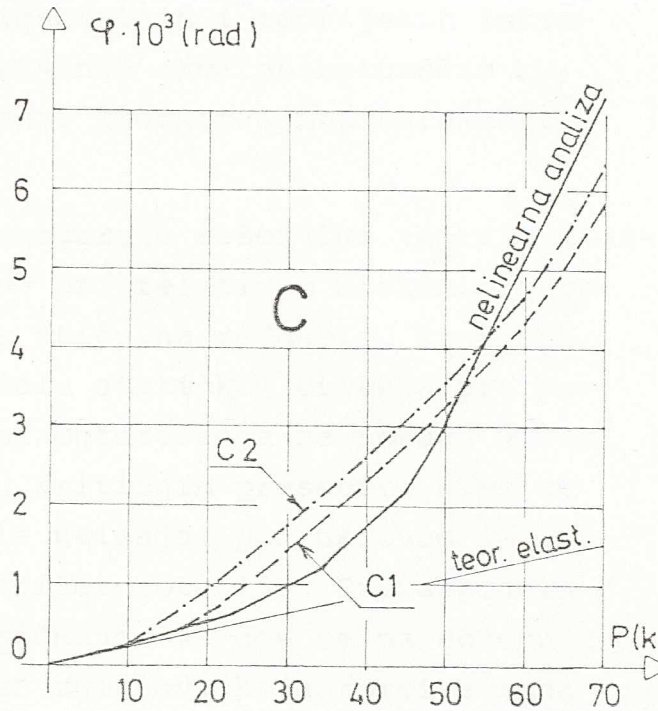
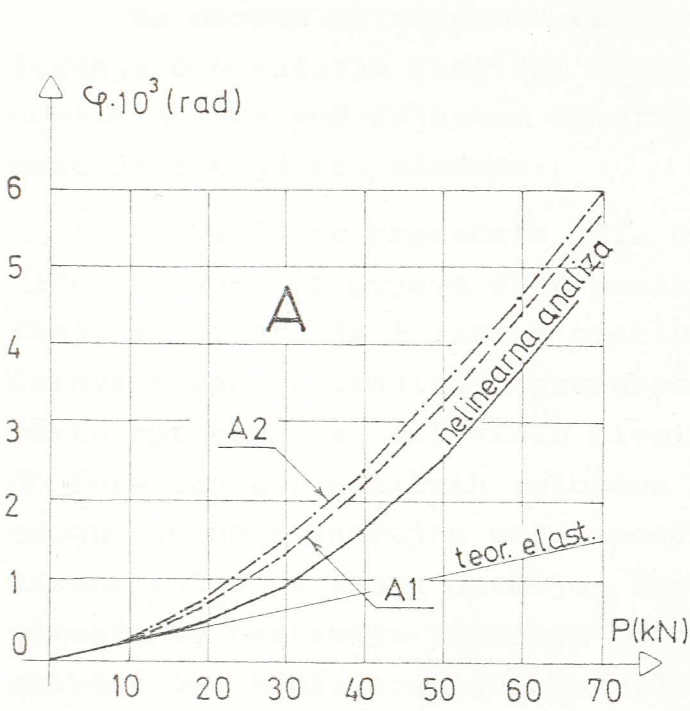


Sl. 9.6, a



Sl. 9.6, b





Sl. 9.7

## 10. ZAKLJUČCI

Na osnovu sprovedenih eksperimentalnih i teorijskih istraživanja o ponašanju statički neodredjenih armiranobetonskih linijskih nosača pod dejstvom opterećenja kratkotrajnog karaktera može se zaključiti sledeće:

1. Veličine presečnih sila odgovaraju rešenjima teorije elastičnosti samo do pojave prve prsline pri relativno niskim opterećenjima. Stvaranje i razvoj prsline utiču na redukciju krutosti delova nosača i izazivaju preraspodelu statičkih uticaja pri porastu opterećenja. Pri višim nivoima opterećenja na nosaču dolazi do formiranja plastičnih zglobova u kritičnim presecima čime se omogućuju nove značajne preraspodele uticaja, pod uslovom da formirani zglobovi imaju dovoljan kapacitet rotacije. Preraspodela uticaja se nastavlja porastom opterećenja sve dok se na nosaču ne ostvari ona konfiguracija plastičnih zglobova koja formira mehanizam.

2. Deformacije nosača pod opterećenjem, po pojavi prsline, znatno premašuju vrednosti elastičnih deformacija. To je izraženo naročito kod elemenata armiranih manjim procentom armiranja, kod kojih je krutost pojavom prsline značajno umanjena u odnosu na krutost homogenog preseka. Formiranje zona plastičnih zglobova takođe utiče na izrazito povećanje deformacijskih veličina.

3. Raspored armature u statički neodredjenom armiranobetonskom nosaču utiče na sve komponente ponašanja nosača pod opterećenjem: na preraspodelu sila u presecima, na deformacijske veličine, na raspored i redosled otvaranja plastičnih zglobova i pri tom odgovarajuću veličinu opterećenja, kao i na nivo kritičnog opterećenja.

Za analizirane varijante armiranja nosača koje su se kretale do 40% razlike u odnosu na rešenje teorije elastičnosti i koje su zadovoljavale uslove teorije plastičnosti (jedno moguće ravnotežno stanje pri graničnom opterećenju i dovoljan kapacitet rotacije plastičnog zgloba u kritičnom preseku) eksperiment je potvrdio da je granično opterećenje koje dovodi do mehanizma loma praktično isto.

- Veličine sila u presecima u ispitivanim varijantama nosača za isti nivo opterećenja bile su međusobno različite. Nije postojala direktna proporcionalnost odnosa količine armature u kritičnim presecima i vrednosti presečnih sila, sem pri opterećenju bliskom graničnom, ali je indirektno raspored armature uticao na sile u preseku preko veličine krutosti pojedinih delova nosača. Za nivo eksploatacionih opterećenja odstupanja merenih vrednosti presečnih sila od rešenja teorije elastičnosti bila su u granicama  $\pm 15\%$ , pa se može smatrati da u slučajevima jednostavnijih sistema teorija elastičnosti daje za tehničku praksu zadovoljavajuće rezultate u pogledu presečnih sila.

- Veličine merenih deformacija ispitivanih varijanti nalazile su se u relativno uskim okvirima od  $\pm 10\%$  u fazi eksploatacionog opterećenja, pa se može zaključiti da raspored armature nije imao bitnog uticaja na ostvarene deformacijske veličine. Eksperiment je potvrdio da po pojavi prslina deformacije značajno brže prirastaju, da bi prirast bio još više ubrzan formiranjem plastičnog zgloba. U praktičnim proračunima obavezno treba uzeti u obzir da se realno ostvaruju deformacije značajno veće od elastičnih i može se preporučiti približan proračun na bazi krutosti isprskalih preseka, čime se ostaje na strani sigurnosti u domenu eksploatacionih opterećenja.

- Razlika u načinu armiranja nosača imala je bitan uticaj na ostvarenu veličinu prslina. Kod nosača čija se armatura najviše razlikovala od rešenja teorije elastičnosti (greda C) ostvarena su i najveća naprezanja u zategnutoj armaturi iznad srednjeg oslonca, s obzirom na činjenicu da promena momenta savijanja nije proporcionalno pratila promenu armature. Ostvarene prsline, međjutim, pri maksimalnom eksploatacionom opterećenju nisu prelazile veličinu od 0,4 mm. Dakle i kod nosača armiranog 40% različito u odnosu na teoriju elastičnosti bili su zadovoljeni parametri funkcionalnosti.

4. Nelinearna veza moment-srednja krivina, koja definiše krutost dela nosača u funkciji geometrijskih karakteristika preseka, mehaničkih osobina betona i čelika i nivoa opterećenja,

pokazala se kao vrlo dobra osnova za aproksimaciju realnog ponašanja armiranobetonskih nosača.

Sprovedena numerička analiza pokazala je dobro slaganje vrednosti presečnih sila sračunatih sa analiziranom vezom moment-srednja krivina sa merenim eksperimentalnim vrednostima. Kao dalji zadatak ostaje usavršavanje metodologije numeričke analize kojom bi se eventualno mogli obuhvatiti i uticaji zone ojačanja čelika.

Rešenja deformacijskih veličina koje daje izloženi numerički postupak su znatno bliža realnim od rešenja teorije elastičnosti, ali ipak manja od merenih vrednosti, jer nisu obuhvatila uticaje dijagonalnih prslina i transverzalnih sila na deformacije.

5. Ograničenje koje je predvideo Nacrt pravilnika o tehničkim normativima za beton i armirani beton ne vodi računa o nizu parametara koji utiču na mogućnost preraspodele statičkih uticaja kod statički neodredjenih nosača, odnosno na veličinu kapaciteta rotacije plastičnog zgloba, već kao parametar usvaja samo procenat armiranja kritičnog preseka zategnutom i pritisnutom armaturom. Ograničenje je nepotpuno jer takodje ne uzima u obzir mogućnost da kod određivanja granične krivine pri lomu neutralna linija u preseku bude u takvom položaju da naponi u pritisnutoj armaturi ne dostižu granicu gnječenja.

Ograničenje je konzervativno, znatno na strani sigurnosti, što je sigurno opravdano kod komplikovanijih tipova konstrukcija, s obzirom da još uvek nisu objašnjeni niti eksperimentalno dokazani svi faktori koji uslovljavaju mogućnost obrtanja plastičnog zgloba. Posledica tako oštrog uslova je da nisu otvorene mogućnosti za neko optimalnije i ekonomičnije projektovanje i konstruisanje nosača.

Za jednostavnije linijske sisteme može se uspešno primeniti uslov duktiliteta kritičnog preseka dat u radu, koji je takodje na strani sigurnosti, ali koji preciznije određuje moguće granice preraspodele uticaja i omogućuje širu varijaciju izbora armature u nosaču. Izvršen eksperiment pokazao je da se u nosačima koji zadovoljavaju ovaj širi kriterijum, armiranim 20% i 40% različito u odnosu na rešenje teorije elastičnosti, izvršila potpuna preraspodela uticaja iako nosači nisu zadovoljavali kriterijum iz Nacrta pravilnika.

6. Problematika statički neodredjenih armiranobetonskih konstrukcija predstavlja izrazito široku oblast koja zahteva istraživanja na rešavanju niza pitanja u vezi ponašanja statički neodredjenih nosača kako u stanju eksploatacije tako i u stanju loma. Nije bilo predviđeno da rad obuhvati još neka aktuelna pitanja iz ove oblasti kao što su:

- uticaj dijagonalnih prslina i transverzalnih sila na deformaciju nosača,
- uticaj normalnih sila u vitkim ramovskim sistemima,
- uticaj dugotrajnog opterećenja, ponovljenog opterećenja i istorije opterećenja,
- uticaj prinudnih deformacija,
- pitanja optimizacije i ekonomije u projektovanju.

Rešavanje ovih problema treba da bude zadatak budućeg rada na istraživanju.

POINT	Group A - meters		Group B - meters		Group C - meters		Group D - meters		Group E - meters		Group F - meters	
	R	N <sub>0</sub>	R	N <sub>0</sub>	R	N <sub>0</sub>	R	N <sub>0</sub>	R	N <sub>0</sub>	R	N <sub>0</sub>
10	5.19	3.28	4.17	3.20	4.58	3.58	3.05	3.77	4.80	3.12	3.12	4.50
15	5.45	3.16	3.95	3.10	3.98	3.98	3.78	4.80	3.20	4.65	4.65	7.20
20	4.77	7.05	4.55	5.14	3.60	4.65	4.65	4.58	4.60	4.30	6.45	4.20
25	5.75	5.62	5.65	5.65	4.55	4.55	4.55	4.55	4.55	4.55	4.55	4.55
30	6.72	11.10	6.58	9.82	4.62	4.62	4.62	4.62	4.62	4.62	4.62	4.62
35	7.67	11.50	7.45	11.15	4.65	4.65	4.65	4.65	4.65	4.65	4.65	4.65
40	8.70	10.65	8.50	10.51	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75
45	9.74	14.58	9.54	14.40	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85	4.85
50	10.71	18.01	10.51	18.01	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95	4.95
55	11.71	17.56	11.51	17.56	5.05	5.05	5.05	5.05	5.05	5.05	5.05	5.05
60	12.71	19.00	12.51	19.00	5.15	5.15	5.15	5.15	5.15	5.15	5.15	5.15
65	13.74	20.44	13.54	20.44	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25	5.25
70	14.77	22.00	14.57	22.00	5.35	5.35	5.35	5.35	5.35	5.35	5.35	5.35
75	15.79	23.49	15.59	23.49	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45	5.45
80	16.81	25.00	16.61	25.00	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55
85	17.83	26.50	17.63	26.50	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65	5.65
90	18.85	28.00	18.65	28.00	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75	5.75

11. PRILOG

TABELA 1 - vrednosti merenih i sračunatih statičkih veličina

P(kN)	Greda A1-mereno			Greda A2 - mereno			Teorija elastičnosti			Nelinearna analiza		
	R	M <sub>p</sub>	M <sub>o</sub>	R	M <sub>p</sub>	M <sub>o</sub>	R	M <sub>p</sub>	M <sub>o</sub>	R	M <sub>p</sub>	M <sub>o</sub>
10	2,19	3,28	4,52	2,17	3,26	4,58	2,08	3,12	4,80	2,08	3,12	4,80
15	3,45	5,18	6,38	3,45	5,18	6,38	3,12	4,68	7,20	3,12	4,68	7,20
20	4,70	7,05	8,25	4,56	6,84	8,60	4,16	6,24	9,60	4,30	6,45	9,24
25	5,75	8,62	10,62	5,65	8,48	10,88	5,20	7,80	12,00			
30	6,77	10,15	13,08	6,55	9,82	13,62	6,24	9,36	14,40	6,66	10,00	13,34
35	7,67	11,50	15,82	7,45	11,18	16,38	7,28	10,92	16,80			
40	8,70	13,05	18,25	8,34	12,51	19,15	8,32	12,48	19,20	8,68	13,02	18,30
45	9,70	14,55	20,75	9,34	14,01	21,65	9,36	14,04	21,60			
50	10,71	16,06	23,22	10,34	15,51	24,15	10,40	15,60	24,00	10,55	15,83	23,62
55	11,71	17,56	25,72	11,36	17,04	26,60	11,44	17,16	26,40			
60	12,67	19,00	28,32	12,39	18,58	29,02	12,48	18,72	28,80	12,43	18,65	28,91
65	13,64	20,46	30,90	13,48	20,22	31,30	13,52	20,28	31,20			
70	14,67	22,00	33,32	14,56	21,84	33,60	14,56	21,84	33,60	14,56	21,83	31,81
75	15,66	23,49	35,85	15,45	23,18	36,38	15,60	23,40	36,00			
80	17,04	25,56	37,40	16,48	24,72	38,80	16,64	24,96	38,40			
85	18,26	27,39	39,45	17,76	26,64	40,60	17,68	26,52	40,80			
90	19,25	28,58	41,88	18,86	28,29	42,85	18,72	28,08	43,20			

P<sub>y</sub> = 68, 2 kN





TABELA 1 - NASTAVAK

P(kN)	Greda C1 - mereno		Greda C2 - mereno		Teorija elastičnosti		Nelinearna analiza		
	R	$M_p$	$M_o$	R	$M_p$	$M_o$	R	$M_p$	$M_o$
10	2,11	3,16	4,72	2,11	3,16	4,72	2,08	3,12	4,80
15	3,07	4,60	7,32	3,07	4,60	7,32	3,12	4,68	7,20
20	4,29	6,44	9,28	4,29	6,44	9,28	4,16	6,24	9,19
25	5,75	8,62	10,62	5,75	8,62	10,62	5,20	7,80	12,00
30	6,94	10,41	12,65	7,08	10,62	12,30	6,24	9,36	14,40
35	8,18	12,27	14,55	8,09	12,14	14,78	7,28	10,92	16,80
40	9,42	14,13	16,45	9,27	13,90	16,82	8,32	12,48	19,20
45	10,50	15,75	18,75	10,90	16,35	17,75	9,36	14,04	21,60
50	11,80	17,70	20,50	12,00	18,00	20,00	10,40	15,60	24,00
55	12,90	19,35	22,75	13,13	19,70	22,18	11,44	17,16	26,40
60	14,10	21,15	24,75	14,36	21,54	24,10	12,48	18,72	28,80
65	15,30	22,95	26,75	15,95	23,92	25,12	13,52	20,28	31,20
70	17,30	25,95	27,50	17,70	26,55	25,77	14,56	21,84	33,60
75	18,90	28,35	27,75	19,34	29,01	26,65	15,60	23,40	36,00
80	20,60	30,90	28,50	20,94	31,41	27,65	16,64	24,96	38,40
85	22,40	33,60	29,00	22,30	33,45	29,25	17,68	26,52	40,80
90	23,90	35,85	30,25	23,55	35,32	31,12	18,72	28,08	43,20

 $P_y = 69,2 \text{ kN}$

TABELA 1 - nastavak

P (kN)	Greda D1 - mereno			Greda D2 - mereno			Teorije elastičnosti			Nelinearna analiza		
	R	M <sub>p</sub>	M <sub>o</sub>	R	M <sub>p</sub>	M <sub>o</sub>	R	M <sub>p</sub>	M <sub>o</sub>	R	M <sub>p</sub>	M <sub>o</sub>
10	2,11	3,16	4,73	2,13	3,20	4,68	2,08	3,12	4,80	2,08	3,12	4,80
15	3,07	4,60	7,32	2,93	4,40	7,68	3,12	4,68	7,20	3,12	4,68	7,20
20	3,88	5,82	10,30	3,75	5,62	10,62	4,16	6,24	9,60	4,29	6,44	9,26
25	4,90	7,35	12,75	4,70	7,05	13,25	5,20	7,80	12,00			
30	5,86	8,79	15,35	5,51	8,26	16,22	6,24	9,36	14,40	6,65	9,98	13,37
35	6,77	10,16	18,08	6,35	9,52	19,12	7,28	10,92	16,80			
40	7,60	11,40	21,00	7,20	10,80	22,00	8,32	12,48	19,20	8,57	12,85	18,58
45	8,49	12,74	23,78	8,19	12,28	24,52	9,36	14,04	21,60			
50	9,39	14,08	26,52	9,15	13,72	27,12	10,40	15,60	24,00	10,28	15,43	24,29
55	10,16	15,24	29,60	10,00	15,00	30,00	11,44	17,16	26,40			
60	11,03	16,54	32,42	11,00	16,50	32,50	12,48	18,72	28,80	11,56	17,34	31,10
65	11,92	17,88	35,20	11,80	17,70	35,50	13,12	20,28	31,20			
70	12,97	19,18	38,02	12,72	19,08	38,20	14,56	21,84	33,60	11,56	17,34	38,73
75	13,63	20,44	40,92	13,09	19,64	42,28	15,60	23,40	36,00			
80	14,31	21,46	44,22	13,62	20,43	45,95	16,64	24,96	38,40			
85	14,92	22,38	47,70	13,93	20,90	50,18	17,68	26,52	40,80			
90	16,10	24,15	49,75	15,07	22,60	52,32	18,72	28,08	43,20			

P<sub>y</sub> = 67,6 kN

Tabela 2 - vrednosti merenih i sračunatih uglova uglova nagiba nad slobodnim osloncem  
 $\varphi \cdot 10^3$  (rad)

P (kN)	A1		mer		A2		A		mer		B1		mer		B2		B	
	K1	K2	K1	K2	K1	K2	T.E.	N.A.	K1	K2	K1	K2	T.E.	N.A.	K1	K2	T.E.	N.A.
10	0,25	0,24	0,25	0,22	0,24	0,22	0,24	0,24	0,36	0,22	0,28	0,26	0,24	0,24	0,28	0,26	0,24	0,24
20					0,48		0,50						0,48				0,48	0,50
30	1,72	1,56	1,60	1,32	0,72	1,32	0,94	0,94	1,71	1,41	1,70	1,53	0,72	0,95	1,70	1,53	0,72	0,95
40					0,96		1,65						0,96				0,96	
50	3,73	3,57	3,22	3,38	1,20	3,38	2,53	2,53	3,94	3,46	3,74	3,51	1,20	2,62	3,74	3,51	1,20	2,62
60					1,44		3,34						1,44				1,44	3,99
70	5,96	5,91	5,46	5,62	1,68	5,62	4,74	4,74	6,67	5,91	6,01	5,78	1,68	6,11	6,01	5,78	1,68	6,11
80					1,92								1,92				1,92	
90	15,75	13,77	11,62	11,28	2,16	11,28			-	-	9,00	11,67	2,16		9,00	11,67	2,16	

T.E.-Teorija elastičnosti

N.A.- Nelinearna analiza

K1, K2-Klinometri

Tabela 2 - nastavak

 $\varphi \cdot 10^3$  (rad)

P (kN)	mer.		C1	mer		C2	C	C	mer		D1	mer		D2	D	D
	K1	K2		K1	K2				K1	K2		K1	K2			
10	-	0,19	0,23	0,25	0,24	T.E.	N.A.	0,23	0,24	0,23	0,24	0,30	0,23	0,24	0,24	0,24
20	-	0,55			0,48		0,51								0,48	0,50
30	-	1,41	1,68	2,04	0,72			1,77	1,67	1,83	1,26			0,72	0,93	
40	-	2,28			0,96									0,96	1,62	
50	-	3,19	3,66	3,92	1,20	3,06		4,04	3,89	3,71	2,97			1,20	2,47	
60	-	4,28			1,44									1,44	3,41	
70	-	5,83	6,47	6,34	1,68	5,21		6,36	6,07	7,16	5,10			1,68	4,26	
80	-	7,35			1,92									1,92		
90	-	15,09	8,77	17,14	2,16	7,27		11,94	9,47	15,22	13,15			2,16		

T.E. - Teorija elastičnosti

N.A. - Nelinearna analiza

K1, K2 - Klinometri

TABELA 3 -- Merene i sračunate vrednosti ugiba (W) - mm

P (kN)	Greda Al - mereno									T.E	N.A
	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>	W <sub>6</sub>	W <sub>7</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>9</sub>	W <sub>3=W<sub>8</sub></sub>		
10	0,15	0,20	0,18	0,10	0,12	0,16	0,20	0,15	0,19	0,19	0,19
15	0,34	0,50	0,40	0,30	0,25	0,35	0,40	0,25	0,29	0,29	0,29
20	0,65	0,85	0,80	0,55	0,50	0,75	0,70	0,40	0,38	0,38	0,40
25	0,95	1,35	1,25	1,00	0,80	1,10	1,10	0,60	0,48	0,48	0,48
30	1,35	2,00	1,85	1,40	1,20	1,60	1,60	0,90	0,57	0,57	0,82
35	1,94	2,70	2,60	2,00	1,60	2,05	2,15	1,25	0,67	0,67	0,67
40	2,24	3,25	3,06	2,40	2,10	2,65	2,60	1,65	0,77	0,77	1,56
45	2,63	3,85	3,55	2,80	2,50	3,10	3,30	1,95	0,86	0,86	0,86
50	3,13	4,40	4,25	3,30	2,85	3,55	3,75	2,20	0,96	0,96	2,44
55	3,43	5,00	4,70	3,65	3,10	3,90	4,10	2,45	1,05	1,05	1,05
60	3,80	5,65	5,25	4,10	3,50	4,40	4,60	2,85	1,15	1,15	3,48
65	4,25	6,25	5,85	4,65	3,90	4,90	5,20	3,15	1,25	1,25	1,25
70	4,80	7,00	6,65	5,20	4,35	5,55	5,80	3,50	1,34	1,34	4,46
75	-	7,50	7,15	5,60	4,65	5,95	6,30	3,75	1,44	1,44	1,44
80	-	13,00	12,95	10,00	5,30	6,80	7,10	4,25	1,54	1,54	1,54
85	-	18,35	18,85	14,30	10,50	13,80	13,40	7,15	1,64	1,64	1,64
90	-	31,65	32,05	24,10	13,20	17,50	16,80	8,65	1,73	1,73	1,73

TE - teorija elastičnosti

NA - nelinearna analiza

Indeks uz W vezan je za broj ugibomera prema dispoziciji mernih mesta

TABELA 3 - Nastavak

P (kn)	Greda A2 - mereno								T.E.		N.A.
	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>	W <sub>6</sub>	W <sub>7</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>9</sub>	W <sub>3</sub> =W <sub>8</sub>	W <sub>3</sub> =W <sub>8</sub>	W <sub>3</sub> =W <sub>8</sub>
10	0,13	0,20	0,19	0,12	0,12	0,17	0,18	0,12	0,19	0,19	0,19
15	0,31	0,50	0,40	0,30	0,35	0,35	0,40	0,20	0,29	0,29	0,29
20	0,52	0,85	0,70	0,60	0,50	0,55	0,60	0,35	0,38	0,38	0,40
25	0,80	1,20	1,10	0,85	0,80	1,00	1,15	0,60	0,48	0,48	
30	1,20	1,85	1,75	1,35	1,05	1,30	1,50	0,90	0,57	0,57	0,82
35	1,80	2,55	2,40	1,95	1,50	1,75	1,85	1,05	0,67	0,67	
40	2,12	3,15	2,90	2,35	1,85	2,25	2,30	1,30	0,77	0,77	1,56
45	2,73	3,65	3,40	2,70	2,15	2,65	2,70	1,55	0,86	0,86	
50	3,04	4,35	4,05	3,20	2,50	3,05	3,20	1,85	0,96	0,96	2,44
55	3,39	4,90	4,55	3,50	2,80	3,45	3,55	2,05	1,05	1,05	
60	3,78	5,45	5,10	4,00	3,20	3,90	4,10	2,40	1,15	1,15	3,48
65	4,15	5,95	5,60	4,50	3,55	4,30	4,60	2,70	1,25	1,25	
70	4,70	6,85	6,40	5,00	4,05	5,05	5,25	3,10	1,34	1,34	4,46
75	5,04	7,25	6,85	5,30	4,60	5,60	5,80	3,40	1,44	1,44	
80	5,43	7,95	7,50	5,90	5,10	6,10	6,40	3,80	1,54	1,54	
85	8,50	14,05	14,15	8,80	5,40	6,60	6,90	4,00	1,64	1,64	
90	-	20,45	21,20	16,10	9,70	12,60	12,30	6,60	1,73	1,73	

TABELA 3 - nastavak

P (kN)	Greda B1 - mereno									T.E N <sub>3</sub> =W <sub>8</sub>	N.A W <sub>3</sub> =W <sub>8</sub>
	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>	W <sub>6</sub>	W <sub>7</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>9</sub>			
10	0,16	0,20	0,19	0,12	0,16	0,20	0,20	0,20	0,15	0,19	0,19
15	0,40	0,60	0,55	0,35	0,30	0,25	0,35	0,30	0,30	0,29	0,30
20	0,60	1,00	1,00	0,75	0,60	0,65	0,70	0,50	0,50	0,38	0,41
25	1,32	1,50	1,50	1,15	1,00	1,20	1,30	0,74	0,48		
30	1,70	2,05	2,20	1,65	1,35	1,60	1,75	1,10	0,57	0,83	
35	2,00	2,50	2,60	1,95	1,65	2,05	2,20	1,35	0,67		
40	2,45	3,40	3,25	2,45	2,10	2,40	2,70	1,65	0,77		
45	2,85	3,80	3,80	2,90	2,45	3,05	3,15	1,95	0,86		
50	3,25	4,45	4,40	3,35	2,85	3,65	3,85	2,35	0,96	2,50	
55	3,50	4,80	4,75	3,60	3,20	4,00	4,20	2,50	1,05		
60	4,05	5,60	5,50	4,15	3,70	4,60	4,90	3,05	1,15	3,77	
65	4,35	6,00	5,90	4,45	4,00	5,00	5,20	3,20	1,25		
70	5,05	7,10	6,90	5,30	4,95	6,10	6,40	3,95	1,34	5,73	
75	5,55	7,80	7,60	5,85	5,50	6,80	7,20	4,50	1,44		
80	6,20	8,80	8,60	6,65	7,00	8,70	8,95	5,35	1,54		
85	-	14,00	14,20	10,75	10,30	13,50	13,20	7,50	1,64		
90	-	30,10	28,60	22,55	13,50	17,90	17,20	9,20	1,73		

## TREBA 3 - Nastavak

P (kN)	Greda B2 - mereno								T.E	N.A
	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>	W <sub>6</sub>	W <sub>7</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>9</sub>		
10	0,12	0,15	0,14	0,10	0,12	0,15	0,17	0,12	W <sub>3</sub> =W <sub>8</sub> 0,19	0,19
15	0,35	0,60	0,60	0,35	0,30	0,35	0,40	0,25	0,29	0,30
20	0,60	1,00	0,80	0,60	0,50	0,65	0,70	0,40	0,38	0,41
25	1,00	1,45	1,30	1,10	0,75	1,00	1,00	0,60	0,48	
30	1,50	2,15	1,95	1,60	1,25	1,60	1,70	1,00	0,57	0,83
35	1,77	2,55	2,25	1,90	1,55	1,90	2,05	1,20	0,67	
40	2,25	3,20	3,00	2,40	1,85	2,35	2,50	1,50	0,77	
45	2,60	3,70	3,35	2,70	2,25	2,90	3,00	1,70	0,86	
50	3,00	4,30	4,00	3,20	2,55	3,40	3,50	2,10	0,96	2,50
55	3,30	4,75	4,30	3,50	2,85	3,75	3,95	2,35	1,05	
60	3,70	5,30	4,90	3,90	3,35	4,20	4,35	2,60	1,15	3,77
65	4,15	5,90	5,45	4,30	3,75	4,60	4,80	2,90	1,25	
70	4,70	6,80	6,40	5,10	4,45	5,45	5,65	3,40	1,34	5,73
75	5,30	7,40	7,10	5,65	4,95	5,95	6,25	3,80	1,44	
80	5,80	8,35	7,90	6,35	5,50	6,80	7,05	4,20	1,54	
85		9,25	8,85	7,00	6,05	7,55	7,70	4,70	1,64	
90	8,60	13,15	12,80	10,25	6,65	8,10	8,40	5,05	1,73	



TABELA 3 - Nastavak

P (kN)	Greda C1 - mereno									T.E	N.A
	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>	W <sub>6</sub>	W <sub>7</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>9</sub>	W <sub>3</sub> =W <sub>8</sub>		
10		0,15	0,20	0,17	0,12	0,14	0,20	0,20		0,19	0,19
15		0,40	0,35	0,30	0,30	0,40	0,35	0,35		0,29	0,28
20		0,80	0,70	0,40	0,40	0,60	0,65	0,65		0,38	0,41
25		1,20	1,25	0,90	0,80	1,15	1,15	1,15		0,48	0,57
30		2,00	1,85	1,35	1,25	1,65	1,75	1,75		0,67	
35		2,40	2,25	1,70	1,65	2,18	2,30	2,30		0,77	
40		3,00	2,80	2,15	1,95	2,70	2,80	2,80		0,86	2,09
45		3,50	3,25	2,50	2,45	3,15	3,35	3,35		0,96	2,91
50		4,00	3,80	2,85	2,90	3,75	3,90	3,90		1,05	
55		4,50	4,25	3,25	3,25	4,25	4,40	4,40		1,15	4,92
60		5,20	4,90	3,75	3,70	4,80	4,95	4,95		1,25	
65		5,75	5,50	4,25	4,10	5,30	5,50	5,50		1,34	6,81
70		6,85	6,50	5,10	4,95	6,25	6,45	6,45		1,44	
75		7,60	7,25	5,85	5,55	7,05	7,20	7,20		1,54	
80		8,60	8,20	6,50	6,25	7,85	8,05	8,05		1,64	
85		9,50	9,00	7,30	7,20	8,70	8,95	8,95		1,73	
90		16,20	16,70	12,80	10,30	13,20	12,95	12,95			

TABELA 3 - Nastavak

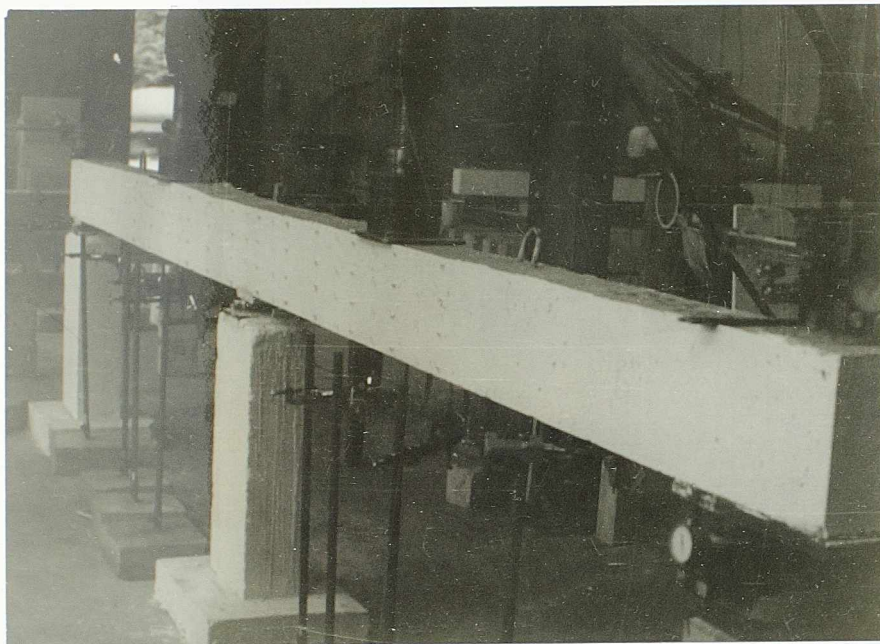
P (kN)	Greda C2 - mereno									T.E W <sub>3</sub> =W <sub>8</sub>	N.A W <sub>3</sub> =W <sub>8</sub>
	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>	W <sub>4</sub>	W <sub>5</sub>	W <sub>6</sub>	W <sub>7</sub>	W <sub>8</sub>	W <sub>9</sub>			
10	0,15	0,20	0,21	0,15	0,13	0,18	0,20	0,10	0,19	0,19	0,19
15	0,35	0,50	0,50	0,40	0,30	0,30	0,40	0,20	0,29	0,28	0,28
20	0,65	0,80	0,80	0,60	0,40	0,50	0,80	0,40	0,38	0,41	0,41
25	1,00	1,40	1,40	1,00	0,85	1,00	1,20	0,60	0,48	0,57	0,57
30	1,50	2,20	2,15	1,70	1,25	1,50	1,70	0,90	0,57		
35	1,80	2,70	2,60	2,10	1,50	1,80	2,10	1,20	0,67		
40	2,15	3,20	3,05	2,45	1,90	2,30	2,55	1,45	0,77		
45	2,70	4,00	3,90	3,10	2,50	3,00	3,20	1,90	0,86	2,09	2,09
50	3,12	4,60	4,40	3,50	2,90	3,50	3,80	2,20	0,96	2,91	2,91
55	3,40	5,10	4,85	3,85	3,20	3,85	4,15	2,50	1,05		
60	3,80	5,65	5,40	4,30	3,55	4,25	4,65	2,80	1,15	4,92	4,92
65	4,30	6,55	6,15	4,90	4,30	5,20	5,45	3,30	1,25		
70	5,00	7,50	7,20	5,70	5,05	6,00	6,30	3,80	1,34	6,81	6,81
75	5,45	8,20	7,90	6,25	5,50	6,55	6,85	4,20	1,44		
80	6,20	9,30	9,00	7,25	6,25	7,45	7,75	4,80	1,54		
85	7,15	12,20	12,35	9,65	6,60	7,85	8,70	5,00	1,64		
90	10,80	20,50	21,25	16,30	9,15	11,40	11,45	6,60	1,73		

TABELA 3 - Nstavak

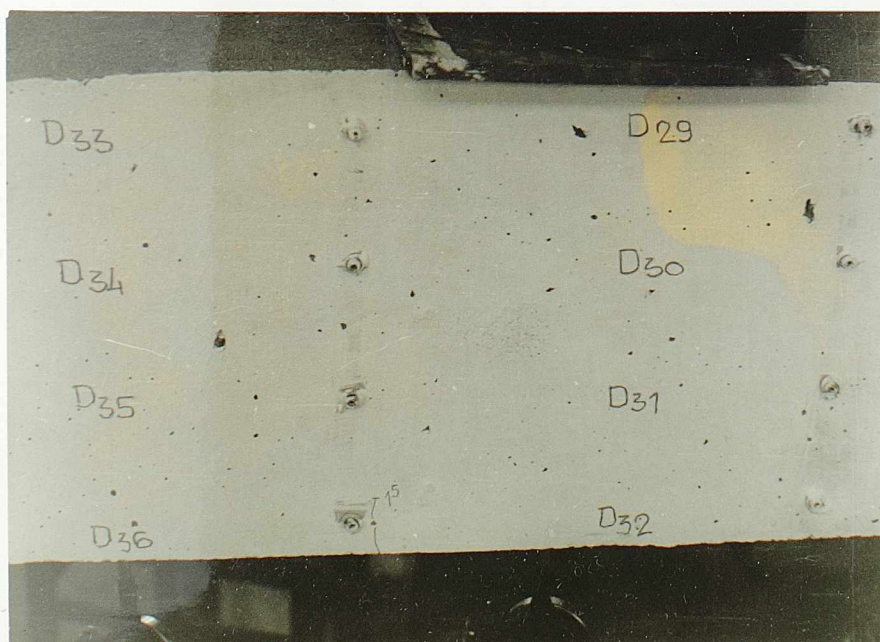
P (kN)	Greda D1 - mereno									T.E. $W_3=W_8$	N.A $W_3=W_8$
	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$W_5$	$W_6$	$W_7$	$W_8$	$W_9$			
10		0,12	0,18	0,17	0,13	0,19	0,19	0,19	0,15	0,19	0,19
15		0,45	0,45	0,40	0,40	0,40	0,40	0,45	0,25	0,29	0,29
20		0,75	0,75	0,60	0,60	0,70	0,70	0,70	0,40	0,38	0,40
25		1,45	1,35	1,30	1,00	1,10	1,15	1,15	0,65	0,48	
30		2,15	2,10	1,90	1,55	1,90	1,90	1,90	1,00	0,57	0,81
35		2,65	2,45	2,30	1,90	2,25	2,30	2,30	1,30	0,67	
40		3,50	3,35	2,85	2,30	2,80	2,95	2,95	1,65	0,77	1,53
45		3,95	3,95	3,30	2,90	3,20	3,25	3,25	2,00	0,86	
50		4,65	4,65	3,90	3,40	3,80	4,15	4,15	2,45	0,96	2,39
55		5,10	5,05	4,20	3,70	4,50	4,55	4,55	2,65	1,05	
60		5,70	5,60	4,70	4,10	5,00	5,15	5,15	3,00	1,15	3,30
65		6,35	6,25	5,30	4,50	5,50	5,70	5,70	3,45	1,25	
70		7,00	6,85	5,75	4,95	6,10	6,25	6,25	3,75	1,34	4,40
75		7,60	7,40	6,25	5,30	6,60	6,75	6,75	4,10	1,44	
80		9,15	8,95	7,50	5,60	6,90	7,10	7,10	4,30	1,54	
85		14,15	14,15	11,45	7,20	10,25	9,35	9,35	5,40	1,64	
90		24,05	24,55	19,70	9,90	12,70	12,75	12,75	7,00	1,73	

TABELA 3 - Nastavak

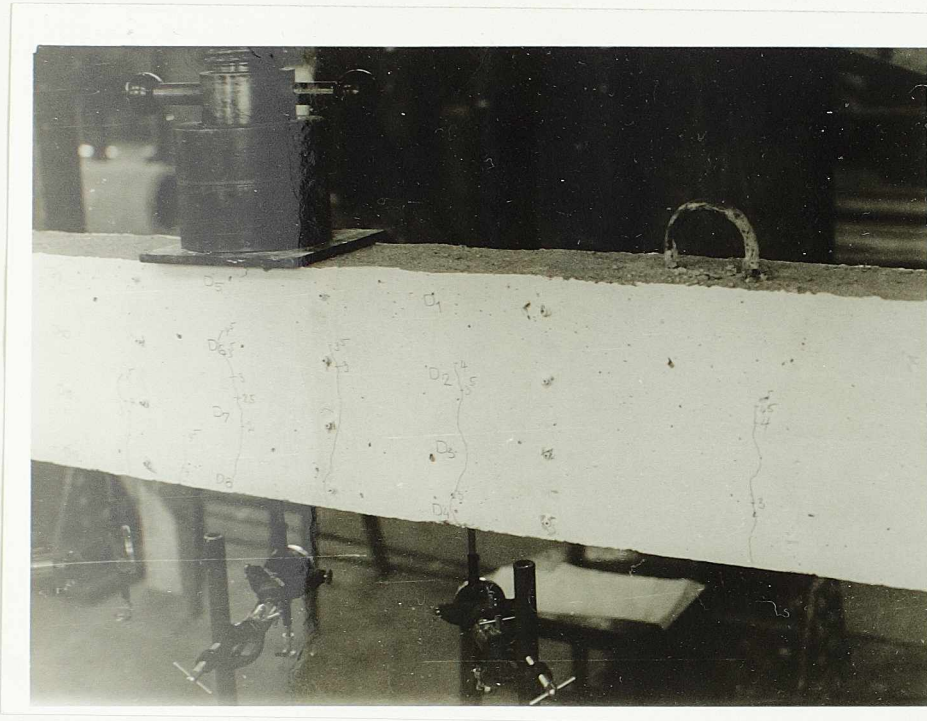
P (kN)	Greda D2 - Mereno										T.E. $W_3=W_8$	N.A. $W_3=W_8$
	$W_2$	$W_3$	$W_4$	$W_5$	$W_6$	$W_7$	$W_8$	$W_9$				
10	0,14	0,20	0,17	0,10	0,15	0,18	0,19	0,12	0,19	0,19	0,19	
15	0,28	0,35	0,30	0,25	0,35	0,35	0,25	0,20	0,29	0,29	0,29	
20	0,52	0,75	0,60	0,45	0,70	0,80	0,85	0,50	0,38	0,38	0,40	
25	0,87	1,45	1,30	0,90	1,20	1,40	1,45	0,75	0,48	0,48		
30	1,27	2,10	1,90	1,45	1,65	1,95	1,90	0,95	0,57	0,57	0,83	
35	1,53	2,40	2,30	1,70	1,95	2,35	2,30	1,15	0,67	0,67		
40	1,88	3,00	2,75	2,00	2,30	2,80	2,80	1,45	0,77	0,77	1,53	
45	2,33	3,45	3,20	2,40	2,70	3,20	3,30	1,70	0,86	0,86		
50	2,62	4,10	3,80	2,85	3,10	3,75	3,80	1,95	0,96	0,96	2,39	
55	2,92	4,55	4,25	3,10	3,40	4,10	4,25	2,15	1,05	1,05		
60	3,28	5,10	4,75	3,50	3,70	4,50	4,70	2,45	1,15	1,15	3,30	
65	3,65	5,60	5,20	4,00	4,00	5,05	5,10	2,70	1,25	1,25		
70	4,13	6,30	5,95	4,55	4,65	5,60	5,80	3,05	1,34	1,34	4,40	
75	4,29	6,50	6,15	4,70	5,50	6,70	7,00	3,55	1,44	1,44		
80	4,48	6,75	6,45	4,90	6,50	7,90	8,10	4,00	1,54	1,54		
85	5,52	9,05	9,00	6,80	8,20	10,20	10,50	4,95	1,64	1,64		
90	7,53	16,30	16,90	12,70	13,90	18,05	17,25	7,70	1,73	1,73		



Sl. 11.1.- Dispozicija ispitivanja nosača



Sl. 11.2.- Prva prslina u polju ( $P=15$  kN)



Sl. 11.3.- Prsline u polju ( $P = 45 \text{ kN}$ )



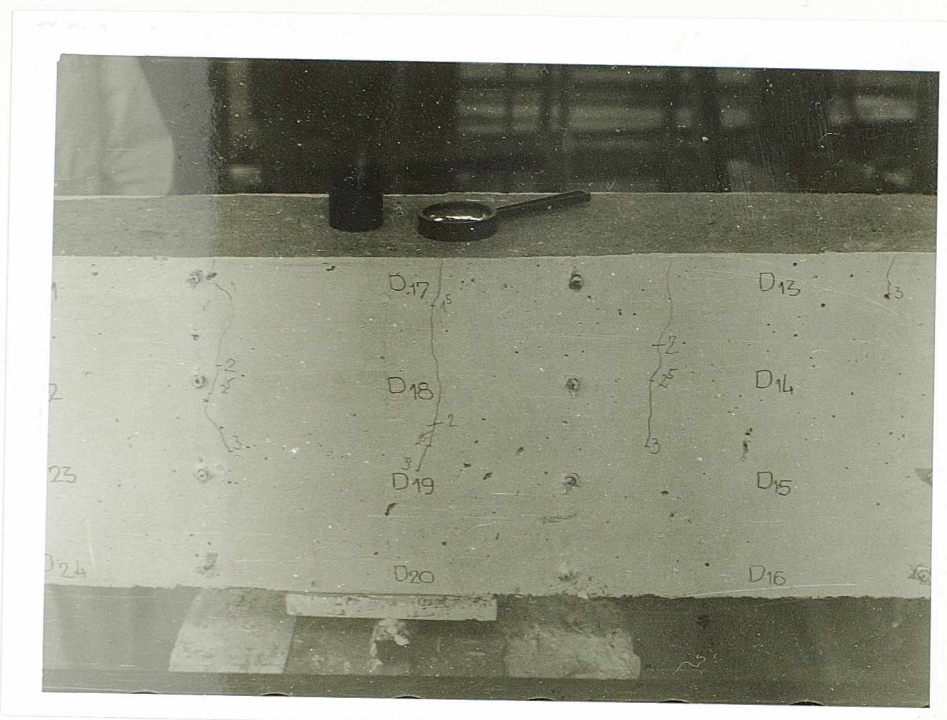
Sl. 11.4.- Prsline u polju ( $P = 80 \text{ kN}$ )



Sl. 11.5.- Prsline u polju ( $P = 90 \text{ kN}$ )



Sl. 11.6.- Lom betona u polju

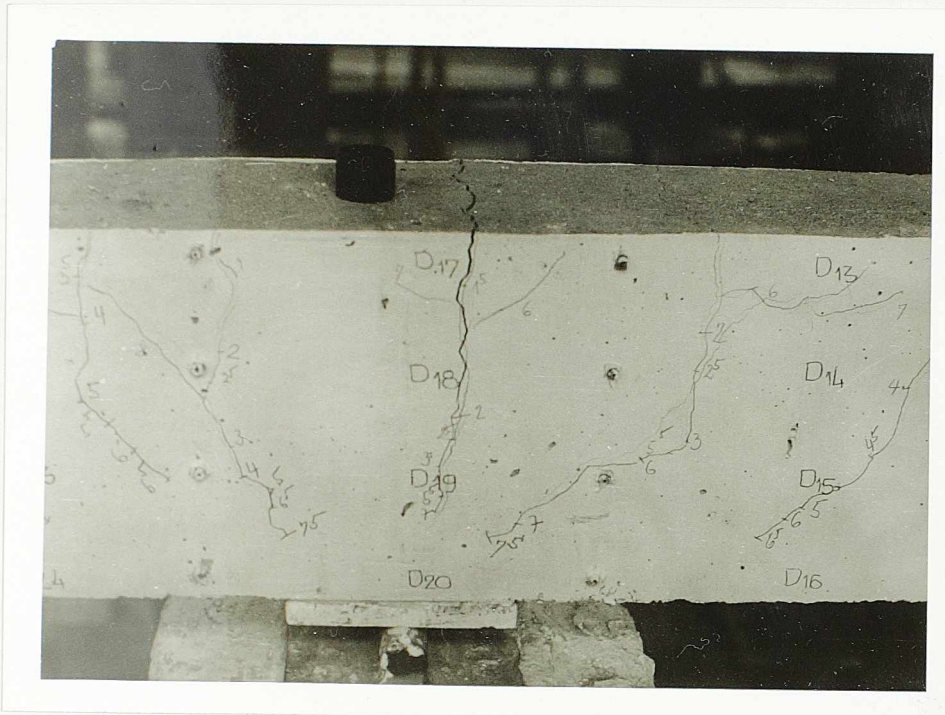


Sl. 11.7.- Prsline u zoni srednjeg oslonca  
( $P = 30 \text{ kN}$ )

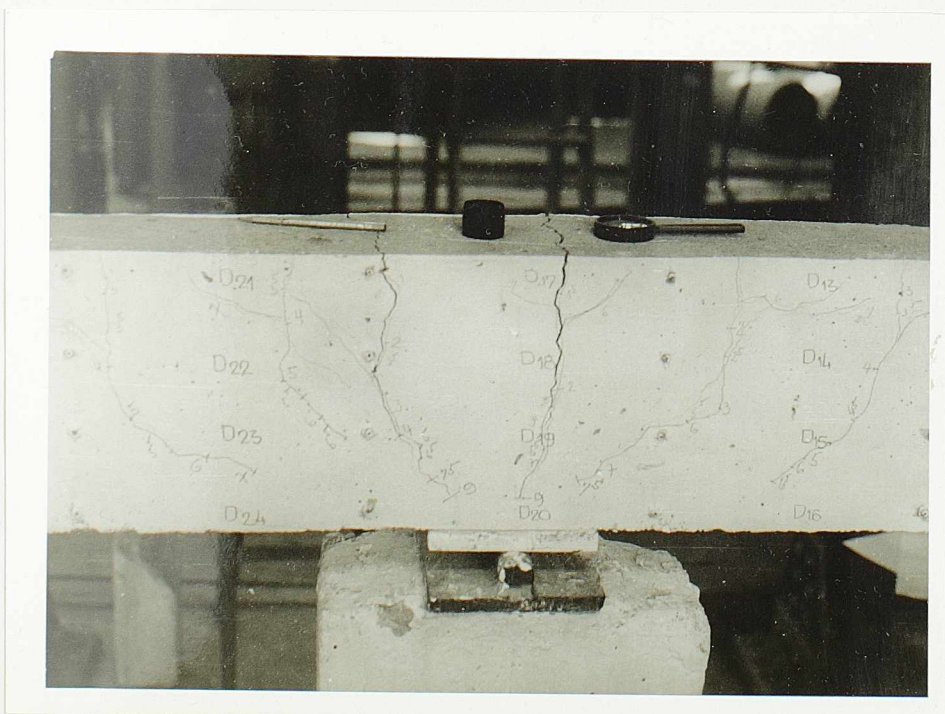


Sl. 11.8.- Prsline u zoni srednjeg oslonca  
( $P = 60 \text{ kN}$ )





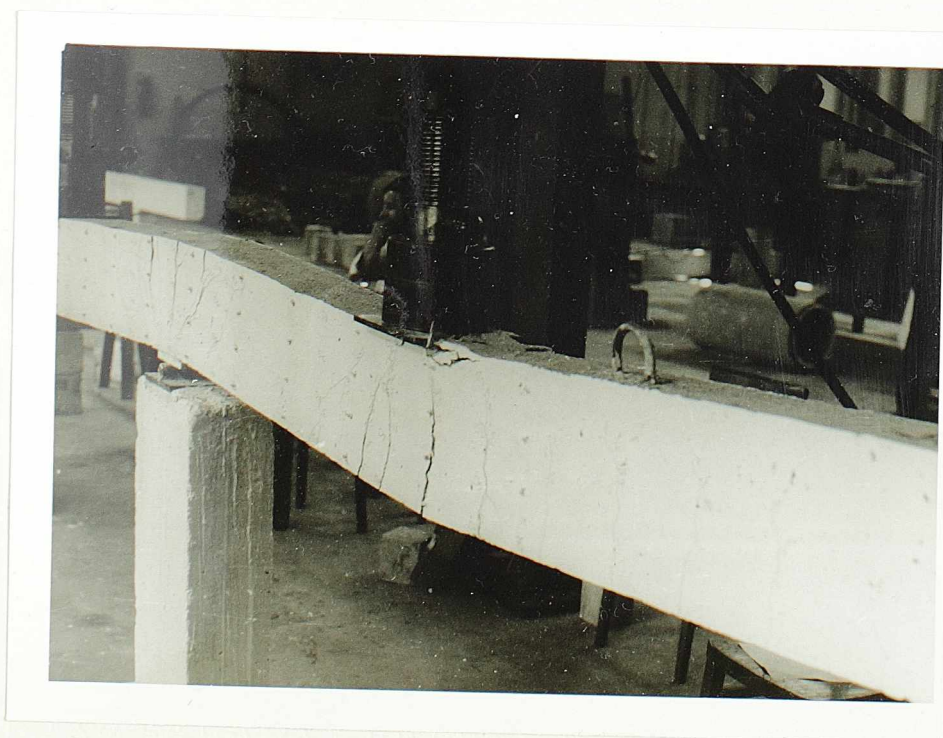
Sl. 11.9.- Prsline u zoni srednjeg oslonca  
( $P = 75 \text{ kN}$ )



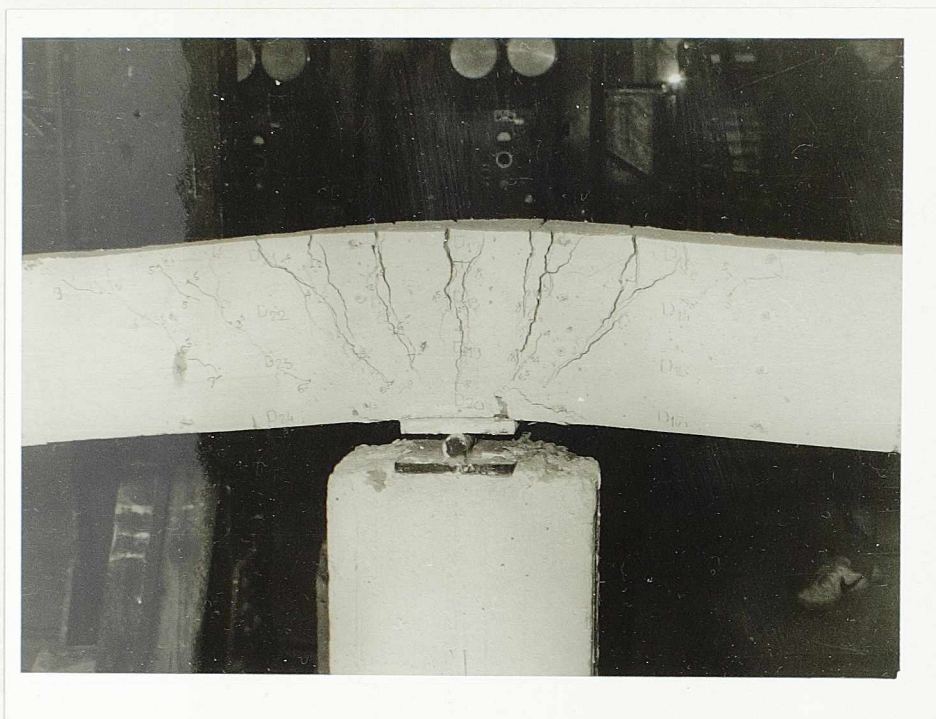
Sl. 11.10.- Prsline u zoni srednjeg oslonca  
( $P = 90 \text{ kN}$ )



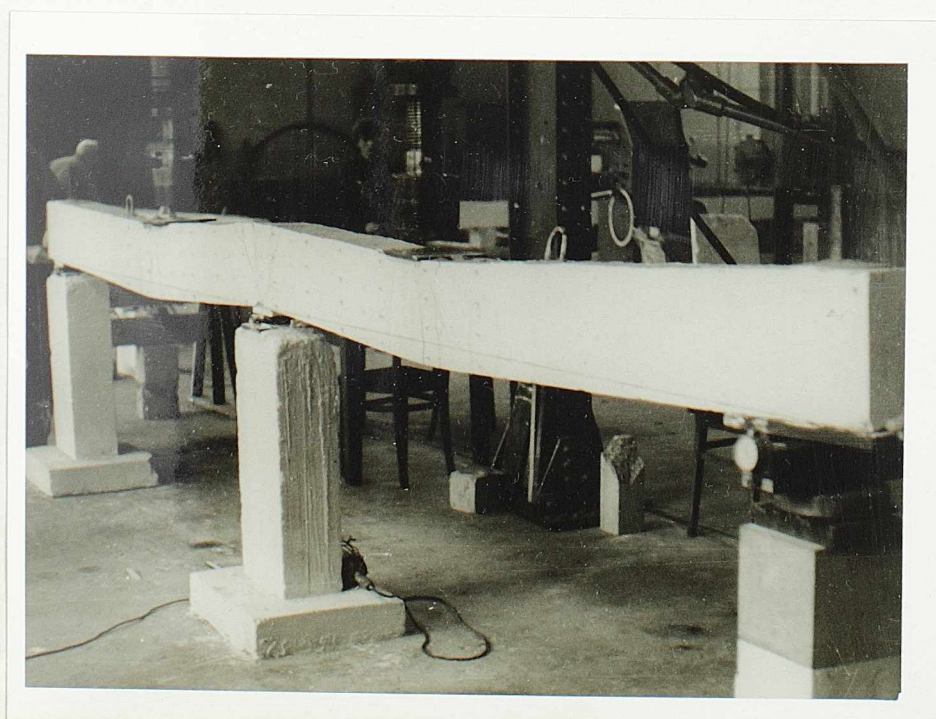
Sl. 11.11.- Lom betona u oslonačkoj zoni



Sl. 11.12.- Deformacije grede u trenutku loma



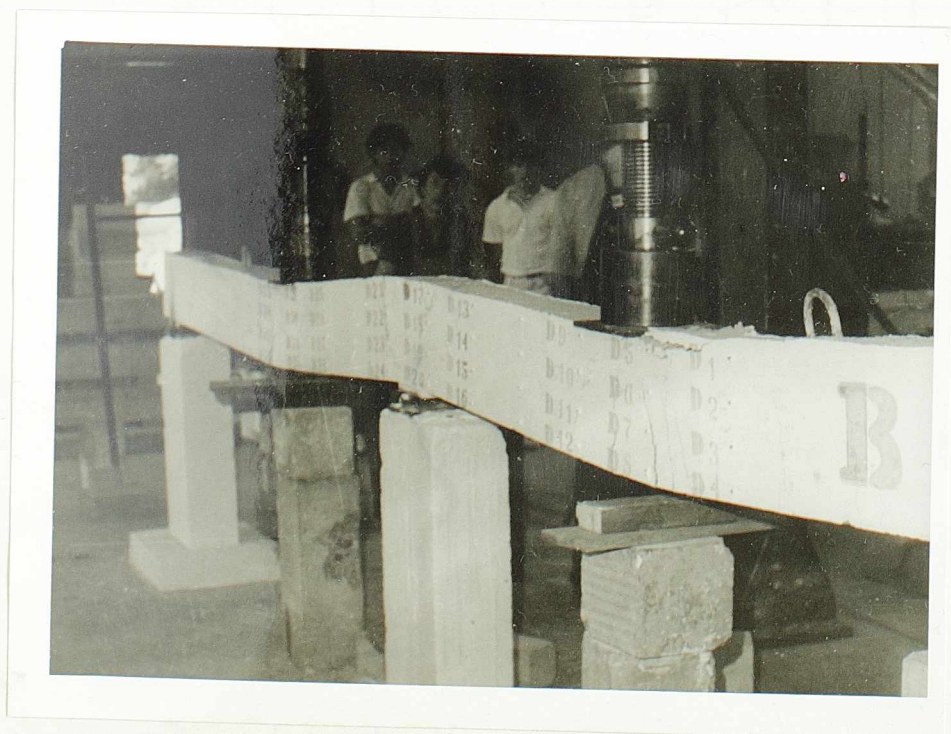
Sl. 11.13.- Plastični zglob u zoni srednjeg oslonca



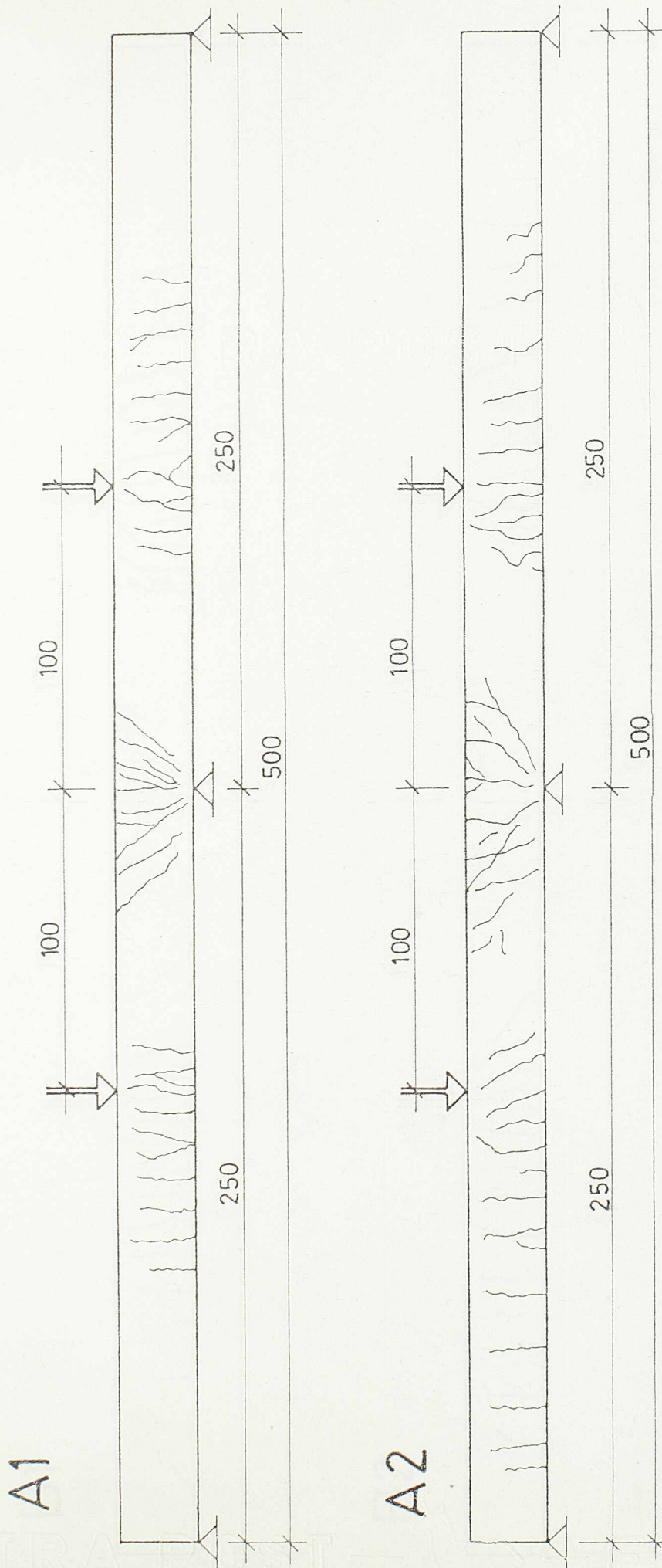
Sl. 11.14.- Plastične deformacije posle rasterećenja



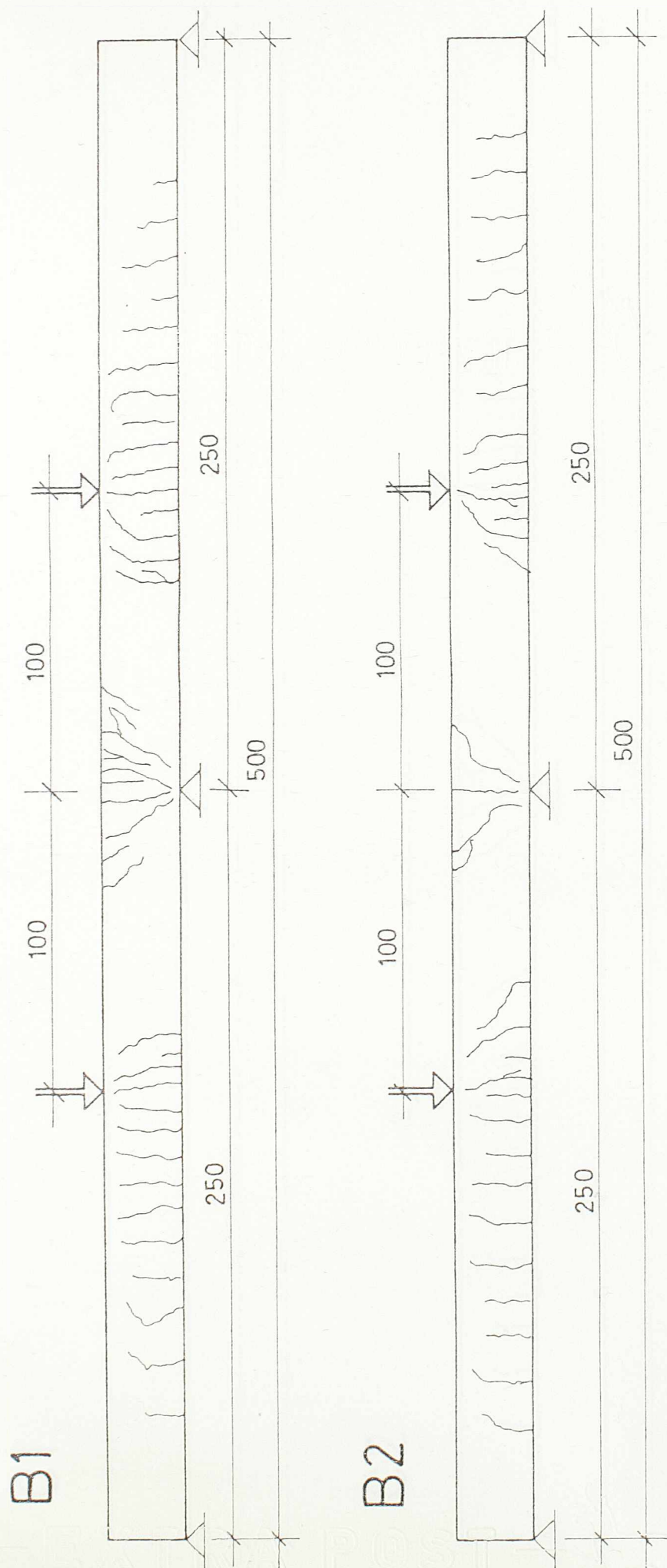
Sl. 11.15.- Lom betona (detalj )



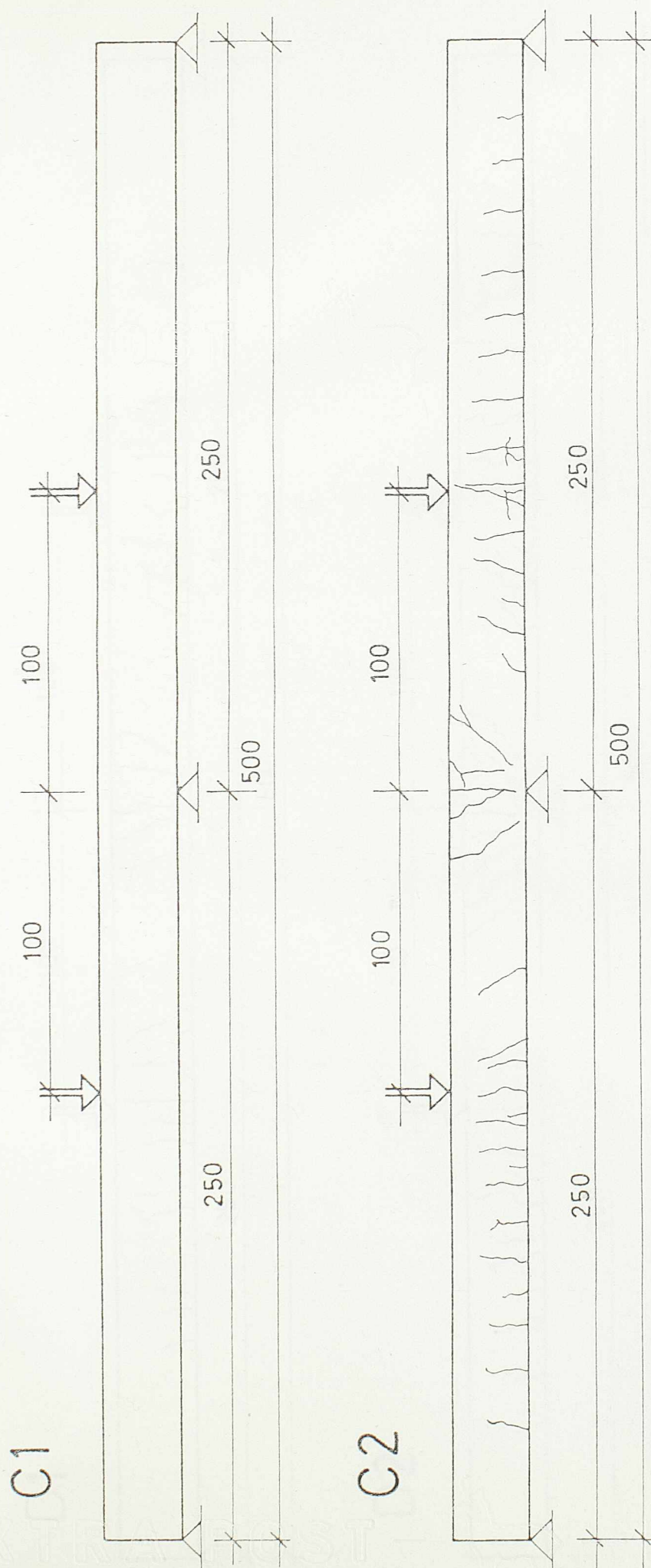
Sl. 11.16.- Nosač u trenutku loma betona



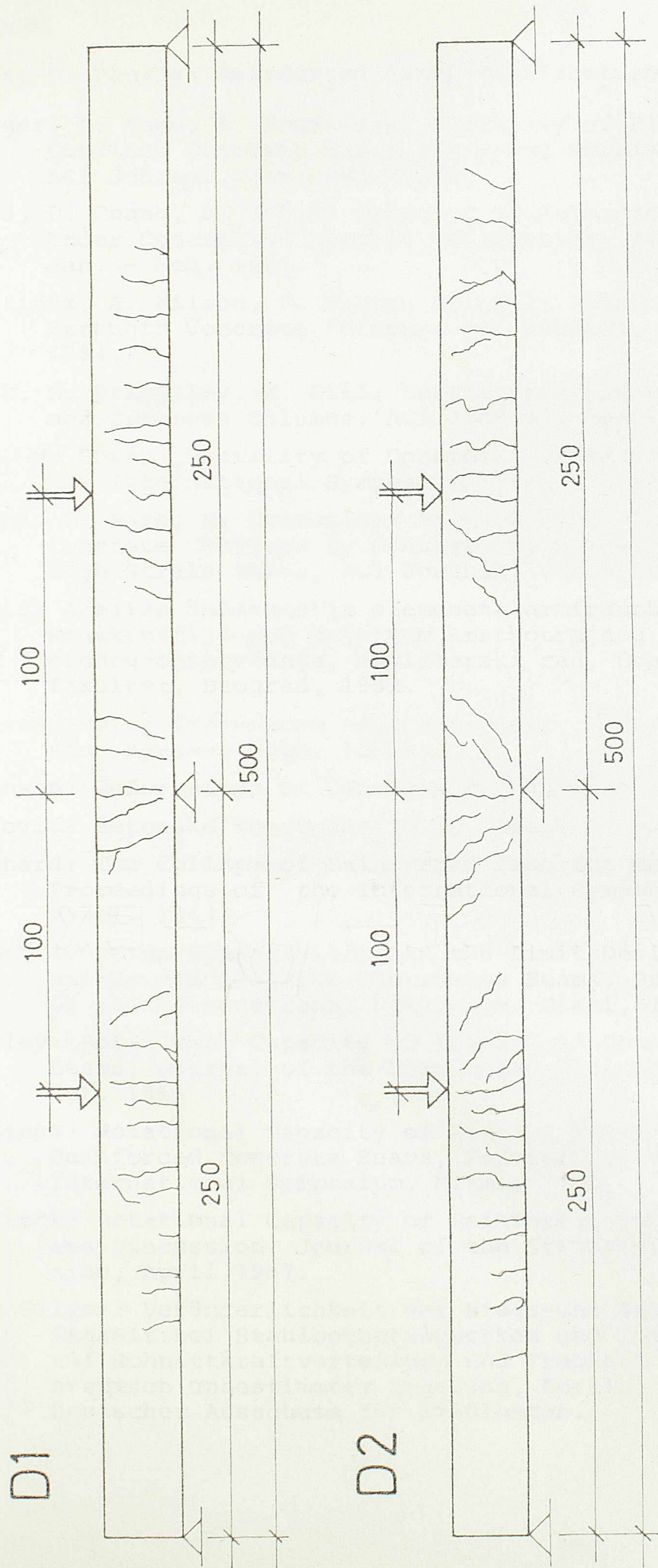
Sl.11.17. Šema prslina u trenutku loma nosača



Sl. 11.18. Šema prslina u trenutku loma nosača



Sl. 11.19. Šena prslina u trenutku loma nosača



sl.11.20. Šema prslina u trenutku loma nosača



## 12. LITERATURA

- /1/ R. Park, T. Paulay: Reinforced Concrete Structures, 1975.
- /2/ W. Dilger, R. Koch, R. Kowalczyk: Ductility of Plain and Confined Concrete Under Different Strain Rates, ACI Journal, Jan.-Feb. 1984.
- /3/ J. Ford, D. Chang, J. Breen: Behavior of Concrete Columns Under Controlled Lateral Deformation, ACI Journal, Jan. - Feb. 1981.
- /4/ S. Martinez, A. Nilson, F. Slate: Spirally Reinforced High-Strength Concrete Columns, ACI Journal, Sep. - Oct. 1984.
- /5/ R. Park, N. Priestley, W. Gill: Ductility of Square-Confined Concrete Columns, ACI Journal, April 1982.
- /6/ H. Roy, M. Sozen: Ductility of Concrete, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /7/ B. Scott, R. Park, M. Priestley: Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates, ACI Journal, Jan.-Feb. 1982.
- /8/ D. Bajić: Analiza deformacija elemenata armiranobetonskih konstrukcija pod dejstvom kratkotrajnog eksploatacionog opterećenja, magistarski rad, Gradjevinski fakultet, Beograd, 1982.
- /9/ А. Дыховичный: Статически неопределимые железобетонные конструкции, Киев, 1978.
- /10/ D. Branson: Deformation of Concrete Structures, 1977.
- /11/ M. Ivković: Betonske konstrukcije II, Beograd, 1981.
- /12/ P. Barnard: The Collapse of Reinforced Concrete Beams, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /13/ M. Cohn: Rotation Compatibility in the Limit Design of Reinforced Concrete Continuous Beams, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /14/ W. Corley: Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams, Journal of the Structural Division, Oct. 1966
- /15/ A. Mattock: Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /16/ A. Mattock: Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams-Discussion, Journal of the Structural Division, April 1967.
- /17/ Walter Dilger: Veränderlichkeit der Biege-und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluß auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung, Berlin, 1966. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.

- /18/ R. Fenwick, T. Paulay: Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams, Journal of the Structural Division, Oct. 1968.
- /19/ Joint ASCE-ACI Task Committee: The Shear Strength of Reinforced Concrete Members, Journal of the Structural Division, June, 1973.
- /20/ G. Kani: Basic Facts Concerning Shear Failure, Journal of the American Concrete Institute, June 1966.
- /21/ A. Mattock: Diagonal Tension Cracking in Concrete Beams with Axial Forces, Journal of the Structural Division, Sept. 1969.
- /22/ A. Placas, P. Regan: Shear Failure of Reinforced Concrete Beams, ACI Journal, Oct. 1971.
- /23/ A. Baker, A. Amarakone: Inelastic Hyperstatic Frames Analyses, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /24/ Bulletin D'Information N. 52, Structures Hyperstatiques, Paris, Nov. 1965.
- /25/ Bulletin D'Information N. 134, Non-Linear Analyses of Concrete Structures, Rome. May 1979.
- /26/ E. Burnett, C. Yu: Reinforced Concrete Linear Structures at Ultimate Load, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /27/ M. Cohn: Limit Design of Reinforced Concrete Frames, Journal of the Structural Division, Oct. 1968.
- /28/ R. Furlong: Design of Concrete Frames by Assigned Limit Moments, ACI Journal, Apr. 1970.
- /29/ A. Gvozdev: Statically Determinate or Indeterminate Reinforced or Prestressed Concrete Beams, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /30/ D. Jevtić: Nosivost statički neodredjenih betonskih linijskih nosača, Seminar: Granična stanja betonskih konstrukcija, Cavtat 1981.
- /31/ T. Krauthammer, W. Hall: Modified Analyses of Reinforced Concrete Beams, Journal of the Structural Division, Feb. 1982.
- /32/ A. Lazaro, R. Richards : Full-Range Analyses of Concrete Frames, Journal of the Structural Division, Aug. 1973.
- /33/ G. Macchi: Elastic Distribution of Moments on Continuous Beams, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /34/ R. Richards, A. Lazaro: Limit Analyses of a Reinforced Concrete Frame, ACI Journal, Oct. 1971.
- /35/ H. Sawyer: Design of Concrete Frames for Two Failure Stages, Proceeding of the International Symposium, Miami, 1964.

- /36/ H. Sawyer: Status and Potentialities of Nonlinear Design of Concrete Frames, Proceedings of the International Symposium, Miami, 1964.
- /37/ Nacrt pravilnika o tehničkim normativima za beton i armirani beton, Beograd, 1982.
- /38/ Model propisa CEB-FIP za armiranobetonske i prethodno napregnute konstrukcije, 1978.
- /39/ M. Ačić, A. Pakvor, Ž. Perišić: Teorija armiranobetonskih i prethodno napregnutih konstrukcija, Beograd, 1983.
- /40/ Dj. Lazarević: Granična nosivost linijskih sistema, Beograd, 1971.
- /41/ Ž. Radosavljević: Armirani beton 2, Beograd, 1981.
- /42/ I. Tomičić: Betonske konstrukcije, Zagreb, 1984.
- /43/ F. Leonhardt: Reducing the Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Beams and Slabs, Magazine of Concrete Research, Dec. 1965.







