

MoNGeometrija,
Novi Sad, 2006.....1

XXIII konferencija za nacrtnu geometriju
i inženjersku grafiku

MoNGeometrija 2006



**The 23rd Conference on Descriptive Geometry
and Engineering Graphics**

MoNGeometrija 2006

ZBORNİK RADOVA

Proceedings

-naučni skup sa međunarodnim učešćem-

Novi Sad, 22.-24. septembar 2006.

VUEIMD 2 VHUED

ORGANIZACIONI ODBOR (ORGANIZING COMMITTEE)

1. Dr Ratko Obradović, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, predsednik organizacionog Odbora
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, Conference Chairman)
2. Dr Radovan Štulić, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
3. Dr Radojka Gligorić, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad
(Faculty of Agricultural Engineering, Novi Sad)
4. Dr Nevena Pušić, Prirodno matematički fakultet, Novi Sad
(Faculty of Science, Novi Sad)
5. Dr Tima Segedinac, Viša tehnička škola, Novi Sad
(Upper Technical School, Novi Sad)
6. Marija Zuber, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
7. Vesna Stojaković, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
8. Željko Baričić, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
9. Nebojša Jakica, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)

NAUČNI ODBOR (SCIENTIFIC COMMITTEE / BOARD)

1. Dr Lazar Dovniković, FTN, Novi Sad, počasni predsednik Odbora
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, Honorary Chairman)
2. Dr Radovan Štulić, FTN, Novi Sad, potpredsednik Odbora
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, Vice-Chairman)
3. Dr Ratko Obradović, FTN, Novi Sad
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
4. Dr Irena Čomić, FTN, Novi Sad
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
5. Dr Jovanka Nikić, FTN Novi Sad
(Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
6. Dr Radojka Gligorić, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad
(Faculty of Agricultural Engineering, Novi Sad)
7. Dr Nevena Pušić, Prirodno matematički fakultet, Novi Sad
(Faculty of Science, Novi Sad)
10. Dr Tima Segedinac Viša tehnička škola, Novi Sad
(Upper Technical School, Novi Sad)

MoNGeometrija,
Novi Sad, 2006.....3

Recenzenti / Reviewers:

1. Dr Lazar Dvorniković
2. Dr Radovan Štulić
3. Dr Ratko Obradović

Tehnička obrada teksta /Text formatting:

1. Dr Ratko Obradović
2. Vesna Stojaković
3. Nebojša Jakica
4. Željko Baričić

Urednik / Editor

Doc. dr Ratko Obradović

Izdavač / Publisher:

Fakultet tehničkih nauka
Trg Dositeja Obradovića 6
21121 Novi Sad
Srbija
<http://www.ftn.ns.ac.yu/>

ISBN 86-7892-007-6

Tiraž / Number of copies printed: 100 kompakt diskova / CD

Izdavač zadržava sva prava. Reprodukција pojedinih delova ili celine ove publikacije nije dozvoljena.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced without either the prior written permission of the publisher.

PREDGOVOR

Veoma smo zadovoljni činjenicom da ove godine na našem Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu imamo priliku da ugostimo drage kolege i prijatelje iz zemlje i inostranstva, koji su se u velikom broju odazvali pozivu na XXIII konferenciju za nacrtu geometriju i inženjersku grafiku MoNGeometrija 2006.

Primljena su i u Zborniku radova prikazana 33 naučna rada, od kojih su četiri rada iz inostranstva, jedan iz Austrije (Beča) od profesora dr Helmuta Štahela (Hellmuth STACHEL), dva iz Republike Makedonije, prof. dr Risto TAŠEVSKI i Sofija SIDORENKO i jedan rad iz Republike Mađarske (Budimpešta) od autora dr Katalin BOGNÁR-MÁTHÉ, dr Attila BÖLCSKEI i Csilla SÖRÖS.

U Zborniku radova su prikazani originalni naučni radovi kao i pregledni radovi koji obuhvataju tri ključne teme Konferencije:

1. NACRTNA GEOMETRIJA
2. TEORIJSKA GRAFIKA I PRIMENJENA GEOMETRIJA
3. EDUKACIJA U GEOMETRIJI I INŽENJERSKOJ GRAFICI

Sve tehničke poslove oko pripreme Zbornika radova obavili su članovi organizacionog Odbora. Nadamo se da je naporan rad urodio plodom i da smo dobili kvalitetnu i preglednu, ovog puta elektronsku verziju Zbornika radova. Na prelazak sa štampanog materijala na kompakt diskove prvo su nas navela iskustva naših kolega sa Fakulteta tehničkih nauka, koji sve češće prave isključivo elektronske verzije Zbornika radova. Sa druge strane, cena realizacije ovakvog Zbornika je gotovo deset puta manja od štampane verzije. Stoga se nadamo da nam nećete zameriti što smo se odlučili na ovakav korak.

Kod formatiranja smo koristili program Microsoft Word pomoću kojeg smo kreirali ceo dokument. Iz ovako formatiranog dokumenta, svaki autor će moći bilo koji deo Zbornika lako da pretvori u štampanu verziju.

Preliminarni pregled pristiglih radova uradio je naučni odbor, nakon toga Odbor za recenziju uradio je detaljne recenzije i

<i>MoNGeometrija,</i> <i>Novi Sad, 2006.....</i>	5
---	----------

pozitivno je ocenio sve pristigle radove, uz manje korekcije pojedinih radova.

Veliku zahvalnost dugujemo Autonomnoj pokrajini Vojvodini, odnosno Pokrajinskom sekretarijatu za nauku i tehnološki razvoj, koji nas je finansijski podržao. Time nam je omogućeno da tehnički realizujemo Konferenciju i bez ove pomoći to svakako ne bismo mogli.

ORGANIZACIONI ODBOR KONFERENCIJE

<i>MoN</i> Geometrija, Novi Sad, 2006.....	6
---	---



Sadržaj

Hellmuth Stachel THE RECONSTRUCTION OF TWO PHOTOS.....	11
Lazar Dovniković RELATIVISTIČKO PROŠIRENJE POJMA SIMETRIJE.....	13
Lazar Dovniković, Radovan Štulić O OPŠTOJ KONSTRUKCIJI PRAVOUGLE HIPERBOLE I NJENIH HARMONIJSKIH EKVIVALENATA	14
Nebojša Jakica GEOMETRIJA PRAVOIZVODNIH POVRŠI, NJIHOVA VIZUELIZACIJA I PRIMENA U KREIRANJU ARHITEKTONSKIH OBLIKA	16
Željko Baričić RESTITUCIJA SENKI NA FOTOGRAFSKOM SNIMKU UZ ANALIZU OSVETLJENOSTI ARHITEKTONSKIH OBJEKATA I URBANOG PROSTORA.....	25
Stojaković Vesna ANALIZA FOTOGRAMETRIJSKIH METODA I PRIMENA NA MODELOVANJE TERENA I ARHITEKTONSKIH OBJEKATA.....	36

*MoN*Geometrija,
Novi Sad, 2006.....7

Marija Zuber, Radovan Štulić
O GRAFIČKIM MOGUĆNOSTIMA PROGRAMSKOG
PAKETA MAPLE50

Radojka Gligorić, Milan Tomić, Bojana Kokar
PRILOG RAZVOJU GRAFIČKIH SIMBOLA U PEJSAŽNOJ
ARHITEKTURI60

Ratko Obradović, Branislav Beljin
MODELIRANJE PRELAZNIH RAZVOJNIH POVRŠI U
KOMPJUTERSKOJ GRAFICI75

Ratko Obradović, Branko Malešević
TORUSNA POVRŠ U AUTO INDUSTRIJI85

Zoran Rastović
NACRTNA GEOMETRIJA I CAD/CAM U SREDNJIM I
OSNOVNIM ŠKOLAMA95

**Branislav Popkonstantinović, Aleksandra Čučaković,
Magdalena Dimitrijević**
DOKAZ DANDLENOVE TEOREME METODAMA
PROJEKTIVNO SINTETIČKE GEOMETRIJE97

**Branislav Popkonstantinović, Zorana Jeli, Raša
Andrejević**
PRIKAZ NASTAVNOG PROCESA NA PREDMETU
KONSTRUKTIVNA GEOMETRIJA I GRAFIKA
MAŠINSKOG FAKULTETA U BEOGRADU107

Marija Obradović, Slobodan Mišić
KONSTRUKTIVNA OBRADA HIPERBOLIČKE SPIRALE
KAO CENTRALNE PROJEKCIJE CILINDRIČNE
ZAVOJNICE119

MoNGeometrija,
Novi Sad, 2006......8

**Marija Obradović, Slobodan Mišić, Magdalena
Dimitrijević**
ISTRAŽIVANJE GEOMETRIJSKOG PREDZNANJA
STUDENATA PRVE GODINE GRAĐEVINSKOG
FAKULTETA U BEOGRADU.....132

Mr Marija Obradović
PRAVILNE KONKAVNE KUPOLE DRUGE VRSTE.....159

Mr Marija Obradović
ZLATNI PRESEK I PRAVILNE KONKAVNE BIKUPOLE
DRUGE VRSTE177

Aleksandar Čučaković, Magdalena Dimitrijević
GEOMETRIJSKI MODEL ŠESTOUGAONE STRUKTURE OD
"PAMETNOG" MATERIJALA ZA REGULACIJU
OSVETLJENJA PROSTORA.....189

**Aleksandar Čučaković, Magdalena Dimitrijević,
Branislav Popkonstantinović**
OPŠTI I POSEBNI NASTAVNI SADRŽAJI U EDUKACIJI U
NACRTNOJ GEOMETRIJI I INŽENJERSKOJ GRAFICI199

**Dimitrijević Slavko, Dimitrijević Magdalena,
Čučaković Aleksandar**
„RAZMERNIK“ ZA OČITAVANJE DUŽINE KRUŽNOG
LUKA NAD ZADATIM UGLOM210

**Dimitrijević Slavko, Dimitrijević Magdalena,
Čučaković Aleksanda**
KONSTRUKTIVNI POSTUPAK TRISEKCIJE UGLA.....220

Branislav Popkonstantinović, Jelena Maksić, Biljana Jović
GEOMETRIJA BINOKULARNOG VIDA KAO OSNOVA
PERCEPCIJE TRODIMENZIONALNOG PROSTORA,
STEREOSKOPIJE I STEREOGRAMA226

*MoN*Geometrija,
Novi Sad, 2006.....9

Jelena Maksić, Branislav Popkonstantinović, Biljana Jović

INVARIJANTE I UZAJAMNE RELACIJE PAROVA
ANAGLIFSKIH STEREOGRAMA I NJIHOVO
KONSTRUKTIVNO GRAFIČKO KREIRANJE.....236

Sofija Sidorenko, Vladimir Dukovski, Goran Igor Bundaleski

KNOWLEDGE-BASED SOFTWARE FOR VIRTUAL
PRODUCT EVALUATION.....245

Risto Taševski

NORMALA I TANGENTA SINTETSKIH POVRŠI.....254

Duško Letić, Eleonora Desnica, Ivana Berković

GRAFIKA I ANIMACIJA PRIMENOM SOFTVERSKOG
PAKETA MATHCAD262

Marija Jevrić

GEOMETRIJSKE KARAKTERISTIKE RANDOM-DOT
AUTOSTEREOGRAMA272

Ljubica S. Velimirović, Svetozar R. Rančić

VIZUALIZACIJA INFINITEZIMALNIH DEFORMACIJA...282

Jelena Maksić, Gordana Vasiljević, Biljana Jović

PRIMENA NOVIH METODA U NASTAVI NACRTNE
GEOMETRIJE USKLAĐENIH SA BOLONJSKOM
KONVENCIJOM I NJIHOV ZNAČAJ ZA RAZVOJ
PROSTORNE VIZUALIZACIJE292

Sonja Krasić, Miroslav Marković

ODREĐIVANJE KARAKTERISTIČNIH PARAMETARA U
OPŠTE-KOLINEARNIM PROSTORIMA U SPECIJALNOM
SLUČAJU300

*MoN*Geometrija,
Novi Sad, 2006.....10

Gordana Vasiljević
TRANSFORMACIJA ELIPTIČKIH PRAMENOVA
KRUGOVA U PRAMENOVE KONIKA, A OVIH U
PRAMENOVE KRIVIH ČETVRTOG I TREĆEG REDA314

Vesna Stojaković, Radovan Štulić
KOMPJUTERSKO ODREĐIVANJE KONTURA I SENKI
KVADRIKA: ROTACIONI PARABOLOID320

Katalin BOGNÁR-MÁTHÉ, Attila BÖLCSKEI, Csilla SÖRÖS
"REFORMED TEACHING OF DESCRIPTIVE GEOMETRY
AT THE YBL MIKLOS FACULTY OF ENGINEERING,
SZENT ISTVAN UNIVERSITY"334



ZLATNI PRESEK I PRAVILNE KONKAVNE BIKUPOLE DRUGE VRSTE

Mr Marija Obradović⁵⁵

Rezime

Zlatni presek (racio) predstavlja odnos između strane pravilnog pentagona i njegove dijagonale, a takođe se dovodi u vezu sa susednim članovima Fibonacijevog niza. Istraživaem i upoređivanjem metričkih parametara konkavnih bikupola druge vrste, uočeni su odnosi koji se poklapaju sa proporcijom zlatnog preseka. Dati odnosi svedoče o skladnim proporcijama veličina konkavnih kupola II vrste i doprinose mogućnosti primene ovih tela kao novih geometrijskih formi u arhitektonskoj praksi i dizajnu.

Kučne reči: zlatni presek, proporcija, konkavne bikupole.

1. UVOD

Pod pojmom pravilne konkavne kupole II vrste⁵⁶ podrazumeva se poliedar čije su dve strane (osnove) pravilni poligoni: jedan n -tougaoonik (O1) i drugi $2n$ -tougaoonik (O2) u paralelnim ravnima, povezani deltaedarskim omotačem, sačinjenim od dvostrukog reda jednakostraničnih trouglova, obrazovanih tako da formiraju n prostornih heksaedara spojenih veznim trouglovima, tako da se radijalno nižu oko ose tela, koja prolazi centroidima osnova.

Način nastanka ovih tela, analiza njihove geometrije i metode nalaženja njihovih parametara i metričkih odnosa, dati su u radu: *Pravilne konkavne kupole druge vrste*, istog autora. Detanije razmatranje geometrijskog porekla konstruktivnih postupaka koji bi dali

⁵⁵Marija Obradović, magistar, asistent, Građevinski fakultet, Beograd

⁵⁶ Videti rad: *Pravilne konkavne kupole druge vrste* - od istog autora, takođe dostupan u ovom zborniku.

grafička rešenja za prikazivanje samih tela, kao i numeričkih algoritama koji daju vrednosti metričkih parametara ovih tela – dato je u doktorskoj disertaciji: “Konstruktivno-geometrijska obrada toroidnih deltaedara sa pravilnom poligonalnom osnovom” Š6Ć koja je u pripremi u trenutku pisanja ovog rada. Sam rad se, dakle, neće baviti pomenutim pitanjima, već će se fokusirati na uočene geometrijske pravilnosti i odnose koji su dali interesantne rezultate, naročito po pitanju proporcija ovih tela, koje su u značajnom broju predravnika pokazale poklapanja sa proporcijom zlatnog preseka.

2. PRAVILNE KONKAVNE KUPOLE

Pravilne konkavne bikupole II vrste⁵⁷ nastaju spajanjem dve identične kupole II vrste, na takav način da $2n$ -tostrani poligon (O2) bude zajednički, spojni poligon, tako da on zapravo više ne postoji kao pljošt (strana) tela, već kao njegov dijametralni ravni presek. Govoreći o bikupolama, treba napomenuti da je moguće formirati:

7. ortobikupole (dve kupole spojene tako da su ravanski simetrične u odnosu na O2)
8. žirobikupole (kupole spojene tako da su centralno simetrične u odnosu na centroid O2)

Bez obzira na način spajanja, ove dve najjednostavnije bikupole zadržavaju sve zajedničke osobine, parametre i metričke odnose kao invarijantne, izuzev simetrije.

Osim konkavnih kupola (i bukupola) II vrste, treba pomenuti i konkavne kupole I vrste. Njihov nastanak je znatno jednostavnije objasniti, a geometrija ovih tela zasniva se na Dzonsonovim kupolama J3, J4 i J5. Augmentacijama⁵⁸ kvadratnih strana ovih tela, dobija se takođe deltaedarski omotač, s tim što bi njegova mreža sada bila sačinjena od jednog potpunog niza jednakostraničnih trouglova, dopunjenog po jednom trougaonom stranom za svako teme augmentovane piramide nad kvadratnom stranom kupole. Srodnost ovih kupola i invarijantnost pojedinih njihovih osobina, pokazane su u pog. VII doktorske disertacije Š6Ć istog autora. Konkavne bikupole I vrste takođe mogu poslužiti kao baza za formiranje toroidnih deltaedara (I vrste), tako

⁵⁷ U tekstu će se takođe koristiti i skraćenica **KbK-II**, da bi se sintagma lakše pratila.

⁵⁸ Augmentacija – postupak kojim se nad pravilnom n -touglaonom stranom tela (trouglaonom, kvadratnom ili pentagonalnom) formira pravilna n -tostrana piramida, čiji je vrh orijentisan ka spoljašnjosti tela.

da i sa te strane pokazuju niz koherentnih osobina sa bikupolama II vrste. I u smislu osnosa veličina njihovih parametara, može se uočiti određena analogija sa srodnim konkavnim bikupolama II vrste, jer se i na ovim telima mogu uočiti proporcije bliske zlatnom preseku. Zbog toga se i predstavnicima konkavnih kupola I vrste⁵⁹ može dopuniti niz tela koja svojim proporcijama teže idealnoj meri – zlatnom preseku.

3. ZLATNI PRESEK

Najviše pažnje, kada je reč o proporciji i njenoj povezanosti sa arhitekturom i odnosom veličina u arhitekturi, svakako je poklonjeno jednoj od najstarijih i najčuvenijih tema, koja datira još od pitagorejaca, a to je takozvani “zlatni presek”, *zlatni racio ili božanska proporcija*, iracionalni broj koji iznosi **1.61803398874989...**

Pitagorejci, koji su definisali brojeve kao odnose srazmere (a ne kao jedinice, što je danas uobičajeno), verovali su da je realnost takođe numerička i da zlatni racio predstava potku istine o postojanju. Pitagorejci su takođe razvili tezu da je estetika bazirana na proporciji.

Ovaj odnos je jednak odnosu između strane pravilnog petougona i njegove dijagonale: $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ a takođe je i u vezi sa

odnosom između susednih članova Fibonačijevog niza: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... (svaki član jednak je zbiru prethodna dva), gde taj odnos teži “zlatnom” raciu, varirajući unekoliko u odnosu na njega, ali težeći mu, sa udaljenošću članova od nule, tj. dostižući ga tek u odnosu beskonačno dalekih susednih članova.

Kao prilog pravilnosti i “božanskoj proporciji”, tu je i podatak da odnos $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ima vrednost **0.6180339887498** dakle, potpuno isti

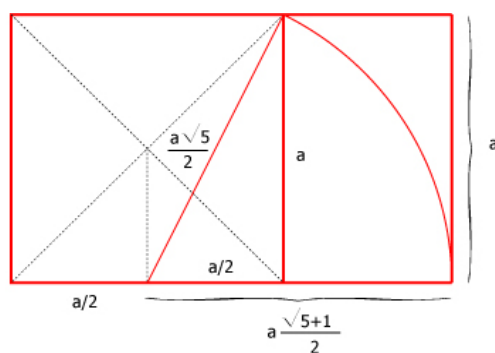
decimal kao zlatna proporcija. Ovaj odnos se takođe pojavljuje u geometriji petougona, pa tako i na telima koja uključuju ovaj poligon. Interesantni odnosi vezani za pojavljivanje ovih odnosa i samog zlatnog preseka, mogu se primetiti i na pravilnom pentagonalnom toroidnom deltaedru I vrste, koji je detaljno opisan u radu: *Istraživanje geometrijskih pravilnosti šezdesetostranog toroidnog deltaedra*, (Marija Obradović, Zbornik radova MonGEometrija 2004. Beograd), gde je zlatni racio označen koeficijentom *m*. Takođe, može se uočiti da je odnos radijusa

⁵⁹ kvadratnim i pentagonalnim bikupolama, jer trougaone kupole I vrste, ponovo, kao i u slučaju konkavnih kupola II vrste - bivaju degenerisane, pretvarajući se u Arhimedovo telo – **kuboktaedar**.

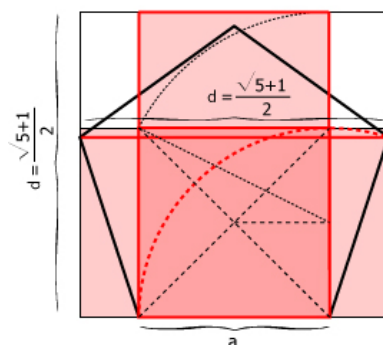
obodnog poligona kod bikupola sa pentagonalnom osnovom (dakle poluprečnik opisanog kruga oko desetougone osnove) upravo jednak «zlatnom» umnošku ivice a .

$$R = a \times \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.61803398874989... \text{ (za vrednost } a=1 \text{)}$$

Oblici čija proporcija odgovara zlatnom preseku, dugo su u zapadnoj kulturi smatrani estetski zadovoljavajućim, kao perfektnim balansom simetrije i antisimetrije, tako da je i danas zlatni presek često korišćen u umetnosti, dizajnu i arhitekturi. Dve standardne konstrukcije zlatnog preseka date su na **slikama 1 i 2**.



slika 1



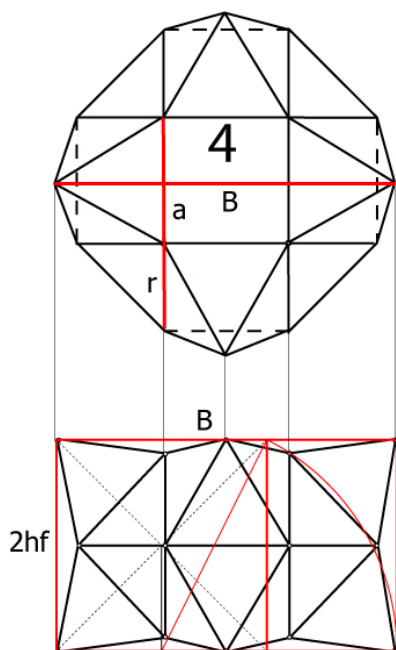
slika 2

Ovaj se odnos još od antičkih vremena smatrao savršeno skladnom proporcijom, tako da se njegovo pojavljivanje može uočiti na brojnim primerima iz istorije arhitekture, od Partenona, do Pentagona. (Naravno u širem smislu, više se oslanjajući na odnose Fibonačijevog niza, nego na egzaktni iracionalni broj). Razmatrajući odnose širine,

visine ili određenih karakterističnih veličina kod KbK-II, može se uočiti pojavljivanje proporcija koje su veoma bliske zlatnom preseku (ili barem onoliko bliske, koliko se u brojnim primerima iz literature navodi kao poklapanje – u slučaju Keopsove piramide, ili već pomenutog Partenona).

4. ZLATNI PRESEK I KONKAVNE BIKUPOLE II VRSTE

Na sledećim slikama 3-10 date su očigledne ilustracije, na kojima se može zapaziti pojavljivanje zlatnog preseka na primeru pravilnih konkavnih bikupola prve i druge vrste.

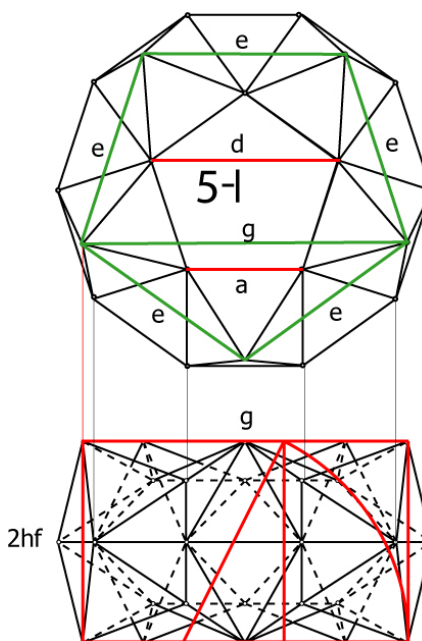


Kvadratna konkavna bikupola I vrste

slika 3

Na konkavnim bikupolama I vrste nećemo se posebno zadržavati, mada su ovde prikazana samo dva člana, sa kvadratnom i pentagonalnom osnovom. Možemo uvidom u grafičko poklapanje odnosa naznačenih veličina, zaključiti da veza sa zlatnom proporcijom i ovde postoji:

$B:(a+r)=m$; $B: 2hf=m$ - za kvadratnu konkavnu bikupolu I vrste

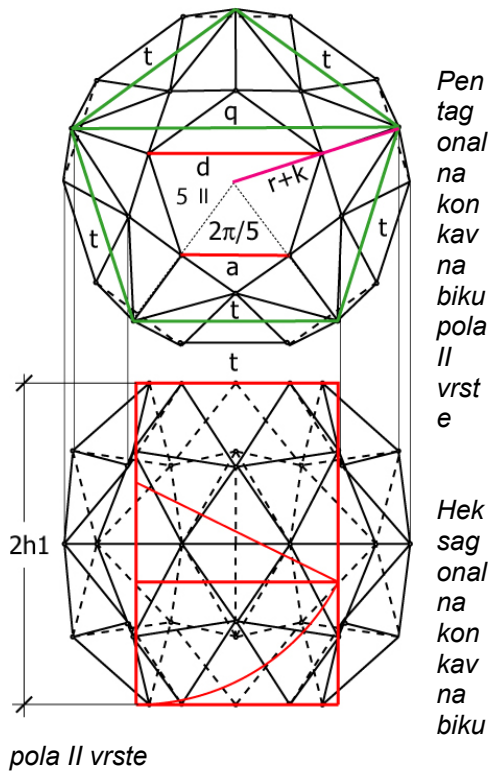


Pentagonalna konkavna bikupola I vrste

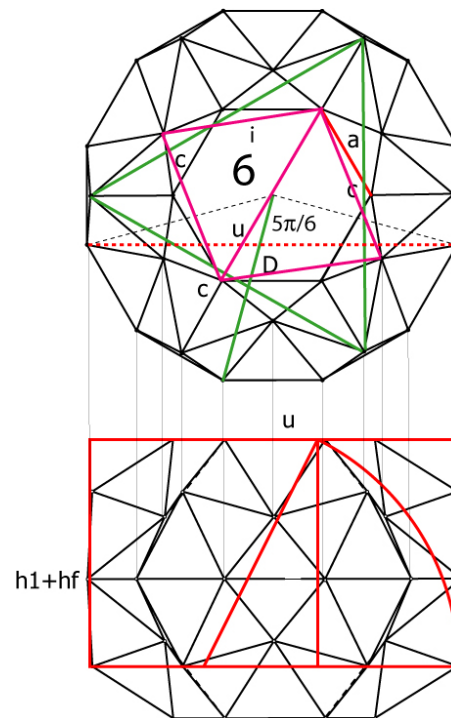
slika 4

$d:a=m^{60}$; $g:e=m$; $g:2hf=m$ - za pentagonalnu konkavnu bikupolu I vrste.

Dakle, ako bi smo za gornju granicu tolerancije usvojili odnos 5:3 članova fibonačijevog niza (1.66666, pri čemu je odstupanje od egzaktnog iznosa zlatnog racija 0.0486), možemo potražiti odnose određenih veličina, uočenih na konkavnim bikupolama II vrste. Pogladatajmo **slike 5 i 6**.



slika 5



Pentagonalna KbK-II poseduje srazmere koje su jednake egzaktnom iznosu zlatnog racija, kao i one koje su približne ovoj vrednosti. Naravno, odnosi dijagonale pentagona i njegove stranice nesumnjivo sujednaki vrednosti m^{61} , kao primarnom poreklu božanskog racija. Tako da će kvocijenti: $a:d=m$; $q:t=m$ biti egzaktni.

⁶⁰ Boldirani odnosi sugerišu da se radi o egzaktnoj proporciji zlatnog racija.

⁶¹ U literaturi se često ovaj odnos označava kao **Phi (Φ)**.

Takođe, vrednost $r+k$ prema ivici a ima veoma blizak iznos:
 $r+k=1.620289a^{62}$, pri čemu odstupanje od m iznosi $\Delta=0.0229$.

Možemo, osim toga, u izgledu kupole uočiti i odnos između t (rastojanja dva susedna ispupčena temena deltaedarskog omotača kupole) i $2h1$ (ukupne visine bikupole), koji iznosi:

$t=1.904764a$; $2h1=3.001336a$; $t:2h1=1.5757a$, što odstupa za $\Delta=0.042334$ od m .

U slučaju **heksagonalne KbK-II**, mogu se uočiti sledeće proporcije:

Odnos ivice a i vrednosti i (odstojanja temena osnove O1 od nesusednog udubljenog temena deltaedarskog omotača) iznosi:

$i=1.6278187a$; $\Delta=0.0098$ odstupanja od m .

Vrednost c (odstojanje nesusednih ispupčenih temena deltaedarskog omotača) se prema vrednosti D (poluprečniku kruga opisanog oko obodnog dvanaestougla) odnosi u sledećoj srazmeri:

$c=3.196327a$, $D=1.931852a$; $c:D=1.65454$; $\Delta=0.0365$ odstupanja od m

U izgledu ove bikupole možemo uočiti sledeći odnos, između širine u bikupole i odstojanja $h1+hf$ (od ravni osnove O1 do ravni ispupčenih temena donje kupole), koji je ilustrovan na **slici 6**:

$u=1.866026a$; $h1+hf=2.26706a$; $(h1+hf):u=1.647191$; $\Delta=0.029191$ odstupanja od m .

Na **slici 7** prikazana je **heptagonalna KbK-II** na kojoj se mogu zapaziti sledeći odnosi: odnos ivice bikupole a prema odstojanju v - temena osnove O1 od prvog nesusednog ispupčenog temena deltaedarskog omotača, koji iznosi:

$v=1.6291096a$; $\Delta=0.0111$ odstupanja od m ,

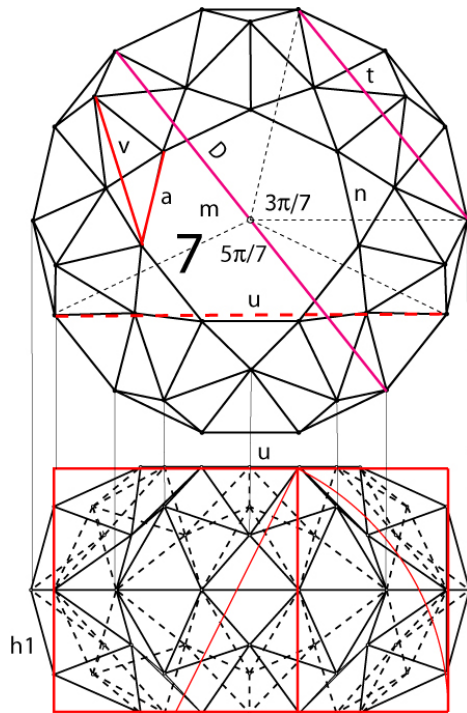
kao i odnos prečnika kruga $2D$, opisanog oko obodnog četrnaestougla, prema tetivi t istog poligona koja zahvata $3\pi/7$ (tj. još dva nesusedna temena), koji iznosi:

$2D=4.493978a$; $t=2.8019495a$; $2D:t=1.6038755$; $\Delta=0.01416$ odstupanja od m .

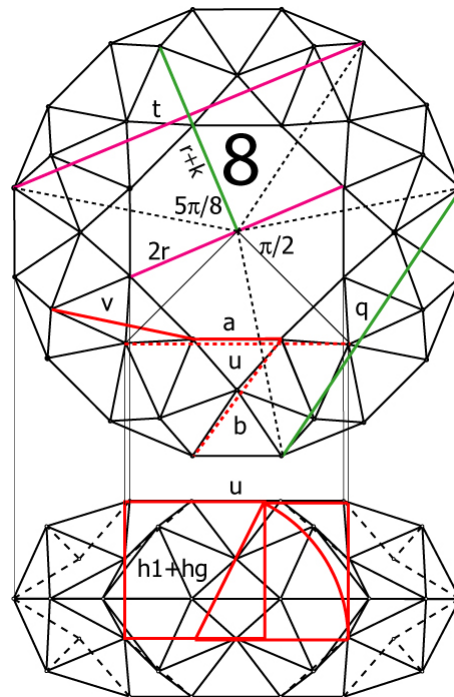
⁶² Sve numeričke vrednosti prikazane u ovom radu, nađene su na osnovu postavljenog algoritma, datog u radu "Pravilne konkavne kupole druge vrste" - od istog autora, koji je takođe dostupan u ovom zborniku, a na osnovu kojeg su proračunate vrednosti svih relevantnih veličina, a pomoću kojih su nađeni izneseni podaci. Proračun ovih vrednosti biće sastupan u prilogu doktorske disertacije "Konstruktivno-geometrijska obrada toroidnih deltaedara sa pravilnom poligonalnom osnovom" istog autora.

U izgledu, rastojanje u između krajnjih vidljivih ispupčenih temena deltaedarskog omotača i ukupne visine $2h1$ bikupole iznosi:
 $u = 4.048934a$; $2h1 = 2.542814a$; $u:2h1 = 1.592304$; $\Delta = 0.02573$
 odstupanja od m .

Na **oktagonalnoj KBK-II (slika 8)** možemo ponovo primetiti zlatne proporcije:



Heptagonalna konkavna bikupola II vrste
 bikupola II vrste
slika 7



Oktagonalna konkavna
 bikupola II vrste
slika 8

kao i kod prethodnog predstavnika, heptagonalne KbK-II, odnos ivice bikupole a prema odstojanju v - temena osnove $O1$ od prvog nesusednog ispupčenog temena deltaedarskog omotača, i prema vrednosti b rastojanja temena poligona $O1$ i $O2$:
 $v = 1.5918788a$; $\Delta = 0.026155$, $b = 1.645329$; $\Delta = 0.02732$
 odstupanja od m .

Odnos tetive t kruga opisanog oko obodnog šesnaestougona, koja povezuje svako peto teme ovog poligona, prema prečniku $2r$ kruga opisanog oko poligona osnove O1 (oktagona) iznosi:

$$t=4.26198a; 2r= 2.613126a; t:2r= 1.630989; \Delta= 0.013 \text{ odstupanja od } m.$$

Odnos dijagonale q obodnog šesnaestougona koja spaja svako četvrto njegovo teme i odstojanja $r+k$ od ispupčenog temena deltaedarskog omotača bikupole do njene ose, iznosi:

$$q=3.624516a; r+k= 2.267985a; q:(r+k)= 1.598122; \Delta= 0.0199 \text{ odstupanja od } m.$$

U izgledu ove bikupole, možemo uočiti odnos između vrednosti u , koja predstavlja rastojanje između svakog drugog udubljenog temena deltaedarskog omotača i visinske razlike $h1+hg$ između ravni osnovnog poligona O1 (oktagona) i ravni donjih udubljenih temena deltaedarskog omotača:

$$u= 2.509532a; h1+hg= 1.556787a; u:(h1+hg)= 1.6119822; \Delta= 0.00601 \text{ odstupanja od } m.$$

Slika 9 prikazuje **nonagonalnu KbK-II** u osnovi i izgledu, gde takođe možemo zapaziti sledeće proporcije:

Poluprečnik D opisanog kruga oko obodnog osamnaestougona, odnosi se prema vrednosti b odstojanja temena osnove O1 (nonagona) do temena osnove O2 po dijagonali prostornog heksaedra, kao:

$$D=2.879385a; b= 1.7712023a; D:b= 1.625667; \Delta= 0.0077 \text{ odstupanja od } m.$$

Odstojanje e između svakog trećeg ispupčenog temena deltaedarskog omotača, prema vrednosti c odstojanja između svakog drugog udubljenog temena omotača iznosi:

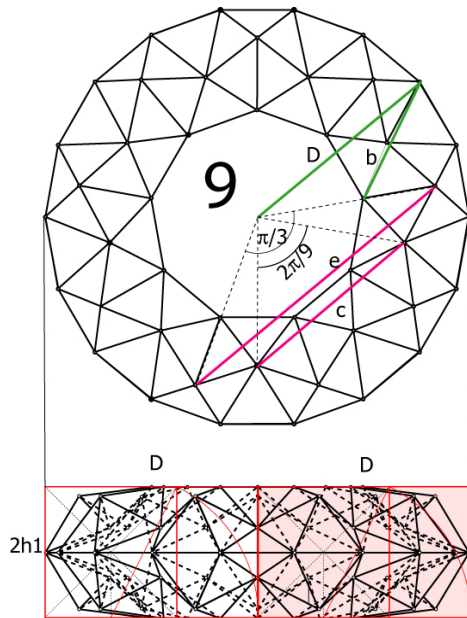
$$e= 4.2550669a; c=2.607983a; e:c=1.631555; \Delta= 0.01355 \text{ odstupanja od } m,$$

dok u izgledu možemo zapaziti da se veličina D poluprečnika kruga opisanog oko obodnog osamnaestougona, odnosi prema ukupnoj visini $2h1$ bikupole kao:

$$D=2.879385a; 2h1= 1.76184a; D:2h1=1.6343056; \Delta=0.16022 \text{ odstupanja od } m.$$

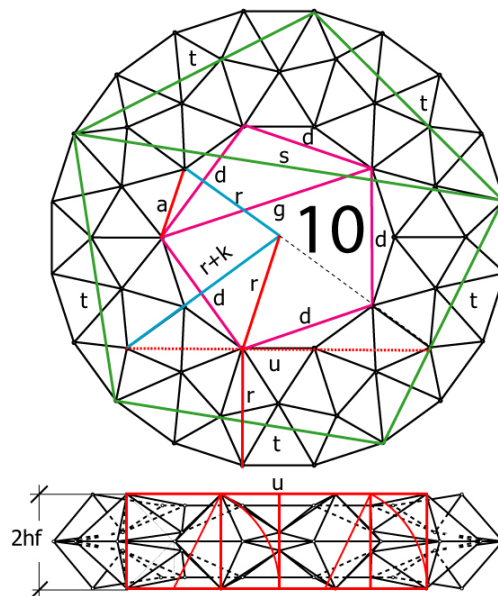
Na primeru **dekagonalne KbK-II (slika 10)** ponovo možemo uočiti brojne veličine koje stoje međusobno u proporciji zlatnog preseka, što egzaktno dajući "božanski racio", što dajući veoma bliske odnose, težeći vrednosti m .

Odnosi koje uočavamo na poligonu osnove O1 (dekagona) poput odnosa njegove dijagonale d koja spaja svako drugo teme dekadagona, prema dijagonali g , koja spaja svako četvrto, svode se na odnos stranice pentagona prema njegovoj dijagonali, što je već na osnovu napred rečenog – egzaktni zlatni racio. Identičan odnos primećujemo i na dijagonalama obodnog dvadesetougla: Dijagonala t koja spaja svako peto teme dvadesetougla i dijagonala s koja spaja svako deveto, takođe poštuju odnos: stranica i dijagonala pentagona, tako da za ove tvrdnje nije potrebna posebna numerička argumentacija.



Nonagonalna konkavna bikupola II vrste

slika 9



Dekagonalna konkavna bikupola II vrste

slika 10

Zlatnu proporciju uozićemo osim toga i na odnosu ivice a ove bikupole prema poluprečniku r kruga opisanog oko osnove O1 (dekagona):

$r=1.618033897a$, što je takođe egzaktni zlatni racio.

Približnu vrednost možemo naći u odnosu ovog istog poluprečnika r i odstojanja $r+k$ ispupčenih temena deltaedarskog omotača od ose bikupole:

$r=1.618033897a$; $r+k= 2.669689a$; $(r+k):r= 1.611453$; $\Delta= 0.00665$
odstupanja od **m**.

U izgledu primećujemo da je polovina vrednosti u rastojanja svakog trećeg ispupčenog temena deltaedarskog omotača, u odnosu sa ukupnom visinom $2hf$ ⁶³ tela, takođe bliska odnosu zlatnog preseka **m**.

$u/2= 2.15982a$; $2hf= 1.3387a$; $(u/2):(2hf)= 1.6133234$; $\Delta= 0.004677$
odstupanja od **m**.

Na ovde prikazanim odnosima i uočenim veličinama koje stoje u međusobnoj srazmeri bliskoj zlatnom preseku, ne završava se niz parametara koji pokazuju ovu zanimljivu međusobnu relaciju. Uočene su još brojne veličine koje pokazuju ovaj odnos, sa većim ili manjim odstupanjima, ali su u ovom radu (donekle i zbog samog njegovog obima) date samo one najuočljivije.

5. ZAKLJUČAK

Na iznetim primerima pravilnih konkavnih kupola II vrste u ovom radu, može se zaključiti da odnosi koji se mogu povezati sa proporcijom zlatnog preseka postoje kao imanentna osobina ovih tela i to ne samo kod onih bikupola (pentagonalnih i dekaogonalnih), kod kojih se po definiciji javlja zlatna proporcija, već i kod svih ostalih predstavnika posmatrane grupe poliedarskih tela, u većoj ili manjoj meri. Ovi odnosi se mogu smatrati zanimljivim sa strane geometrijskog istraživanja pravilnosti na datim telima, a u određenom smislu – budući da se zlatni presek odvajkada povezivao sa proporcijom koja odražava savršeni sklad – ova se tela mogu proučavati i sa estetske strane, pa se i njihovi oblici mogu ispitati i iskoristiti i u domenima struka kakve su arhitektura ili dizajn.

Literatura:

12. Obradović M.: *Istraživanje geometrijskih pravilnosti šezdesetostranog toroidnog deltaedra*, Zbornik radova XXII Jugoslovenskog savetovanja za Nacrtnu geometriju i inženjersku grafiku MonGEometrija 2004, Beograd str.133-145).
13. Critchlow K.: *Order in Space: A Design Source Book*, Viking, 1970.

⁶³ Sada ukupna visina nije visinska razlika između dve ravni dekaogonalnih osnova, već visinska razlika između ravni u kojima leže ispupčena temena deltaedarskih omotača gornje i donje kupole.

Internet literatura:

14. *Phi and the Golden Section in Architecture*, Copyright 1997-2006
<http://www.GoldenNumber.net>
15. Delahunt M.: *Artlex, Art Dictionary*, Copyright 1996-2006,
<http://www.artlex.com>
16. [Pravin C.](#) and [Weisstein, E.W.](#) : "Fibonacci Number." From *MathWorld*--A
Wolfram Web Resource.
<http://mathworld.wolfram.com/FibonacciNumber.html>

Neobjavljeno:

17. Obradović M.: *"Konstruktivno-geometrijska obrada toroidnih deltaedara sa pravilnom poligonalnom osnovom"* - doktorska disertacija u pripremi.