

Rekonstrukcija hidrograma na vodomernim stanicama primenom rezultata asimilacije podataka – preliminarni rezultati

Miloš Milašinović¹
Dušan Prodanović²
Budo Zindović³

APSTRAKT: Održivo upravljanje vodnim resursima zahteva prognoze dostupne količine vode kao pomoć u donošenju upravljačkih odluka. Međutim, te prognoze su često nepouzdana zbog prisustva različitih tipova neodređenosti. Kod primene linijskih (1D) modela tečenja u otvorenim tokovima neki od dominantnijih izvora neodređenosti su nedovoljno dobro poznavanje graničnih uslova (hidrogrami dotoka, krive protoka) i nepouzdana početni uslovi koji su osnova od koje se započinje prognoza. Kontinualna merenja na sistemu (npr. merenja nivoa na reci) predstavljaju relativno pouzdan reprezent njegovog stanja ali pokrivaju samo jedan mali deo domena koji se razmatra. Zbog toga se pribegava postupku asimilacije podataka kojom se usaglašavaju rezultati 1D modela tečenja u reci i merenja nivoa. Ova usaglašavanja se sprovode za već prikupljene podatke, u vremenskom periodu neposredno pre trenutka od koga se želi izvršiti prognoza. Na kraju asimilacionog perioda model bolje oslikava trenutno stanje na celom domenu i može se iskoristiti za prognozu. Međutim, ako se radi kontinualna asimilacija modela, promene u stanju tokom asimilacije ukazuju na stepen greške u ulaznim hidrogramima. Ovo istraživanje prikazuje potencijal nove metode za asimilaciju podataka za rekonstrukciju stvarnih hidrograma na vodomernim stanicama na osnovu zabeleženih nivoa. Ovaj postupak se može koristiti kao alat za rekonstrukciju poplavnih talasa i za procenu krivih protoka na pojedinim lokacijama.

Ključne reči: Rekonstrukcija hidrograma, rekonstrukcija poplavnih talasa, procena krivih protoka, asimilacija podataka

Flow hydrograph reconstruction using data assimilation – preliminary results

ABSTRACT: Sustainable water resources management requires forecasting as a decision support tool. Those forecasts are based on usage of physically based models, which can produce unsatisfactory results due to numerous uncertainties. When 1D open channel flow models are used, unreliable boundary (inflow hydrographs, rating curves) and initial conditions are dominant source of uncertainty. Continuous system monitoring (e.g. water level monitoring) enables good system state representation on narrowed domain. Hence, data assimilation methods are widely used for better estimation of system's state on the whole domain. This process is conducted for historical data (period before the forecasting point) for a period called assimilation window. At the end of assimilation window, initial conditions are better estimated and can be used for more reliable forecasting. However, during continual assimilation, the changes in model's state could be attributed to input hydrographs. This research presents the potential of the novel data assimilation method for flow hydrograph reconstruction using observed stage hydrographs. This tool can be useful for inverse flow routing and for rating curve estimation.

Keywords: flow hydrograph reconstruction, inverse flow routing, rating curve estimation, data assimilation

¹Miloš Milašinović, Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, docent, mmilasnovic@grf.bg.ac.rs

²Dušan Prodanović, Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, profesor, dprodanovic@grf.bg.ac.rs

³Budo Zindović, Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, profesor, bzindovic@grf.bg.ac.rs

1 Uvod

Upravljanje vodoprivrednim sistemima sa različitih aspekata (odbrana od poplava, hidroenergetika, plovidba) zahteva pouzdane prognoze hidroloških veličina u vidu nivoa vode i protoka. Najčešće primenjivani postupci za prognozu ovih veličina zasnivaju se na upotrebi različitih hidrološko-hidrauličkih modela (prognoze vođene modelima).

Rezultati dobijeni primenom modela zavise pre svega od graničnih i početnih uslova koji se koriste. Pošto su oni često nepouzdan dolazi i do nepouzdanosti rezultata koji se dobijaju modelom. Kako bi se poboljšao kvalitet prognoza vođenih modelima koriste se metode asimilacije podataka kojima se pre svega poboljšava procena početnih uslova na čitavom domenu (npr. deonica reke) koji se razmatra. Primena metoda asimilacije podataka podrazumeva da na razmatranom domenu postoji sistem za monitoring, nakon čega se rezultati dobijeni modelima i podaci sa mernih stanica usaglašavaju. Time se dobija bolja procena početnih uslova. Asimilacija podataka se pokreće za neki period unazad od trenutka u kome se želi izvršiti prognoza. Na taj način, daje se određeni period algoritmu da uskladi podatke dobijene iz dva izvora (model i merenja). Taj period u kome se podaci usaglašavaju naziva se asimilacioni period ili prozor (eng. *assimilation window*). Na kraju asimilacionog perioda kao rezultat se dobija bolja procena početnih uslova na čitavom domenu.

U oblasti hidrološko-hidrauličkog modeliranja značajan je broj istraživanja u kojima se koriste metode asimilacije podataka za bolje prognoze dostupnih količina vode. Iako postoje različite metode za asimilaciju podataka, u značajnom broju istraživanja različiti hidrološko-hidraulički modeli kombinovani (upareni) su sa metodom Ensemble Kalman Filter – EnKF (Miller i ostali 1994; Geir Evensen 1994; 2003) čime se ta metoda može smatrati standardom. U istraživanju Madsen i ostali (2003) asimilaciona metoda EnKF je uparena sa hidrauličkim modelom MIKE 11 za prognozu nivoa vode u regionu Piemont u severozapadnom delu Italije, pri čemu je pokazano osetno poboljšanje u prognozi poplava. Istraživanje Romanowicz-a i ostalih (2006) pokazalo je da uparivanje kvazi-distribuiranog hidrološkog modela sa EnKF metodom za prognozu promene nivoa vode na reci Severn u Ujedinjenom Kraljevstvu takođe daje osetno poboljšanje. Slično tome, kombinacija SAC-SMA (SACramento Soil Moisture Accounting) konceptualnog hidrološkog modela i metode EnKF iskorišćena je za potrebe prognoze protoka na vodotocima i za uspostavljanje sistema za najavu poplava (Vrugt i ostali 2006; Weerts i El Serafy 2006; Clark i ostali 2008). J. C. Neal i ostali (2007) su predstavili istraživanje u kome je model zasnovan na Sen-Venanovim jednačima uparen sa EnKF asimilacionom metodom. Ovo istraživanje omogućilo je povećanje tačnosti u prognozi za 50-70%. Dalje, kombinacija HEC-RAS modela tečenja (Brunner, 2010) i EnKF metode, za potrebe procene protoka na neosmotrenom slivu prikazana je u istraživanju J. Neal i ostali (2009). Pored primene asimilacionih metoda za poboljšanje početnih uslova u prognozi poplava, ove metode se često koriste i za potrebe operativnog upravljanja rečnim sistemima. Tako, u slučajevima kada postoji velika nepoznanica u prognozi dotoka u neku sistem, asimilacione metode mogu pomoći korekciji ulaznih veličina (Ricci i ostali 2011; Gragne i ostali 2015), čime se smanjuje nepouzdanost graničnih uslova.

Sva prethodno pomenuta istraživanja u kojima se metode asimilacije podataka uparuju sa hidrološko-hidrauličkim modelima govore o potencijalu asimilacionih metoda da se poboljšaju početni uslovi na osnovu kojih se rade kratkoročne i/ili dugoročne prognoze. To daje na značaju asimilaciji podataka kao alatu za podršku u odlučivanju (za smanjenje rizika od poplava, upravljanje hidroenergetskim sistemima itd). Većina istraživanja bazirana je na primeni standardnih asimilacionih metoda (EnKF) koje su statistički zasnovane. Međutim, u različitim slučajevima primene standardnih metoda, u realnim problemima (stvarni sistemi), u kojima je potrebno simulacije ponavljati više puta za različite scenarije, ovakve metode pokazuju loše rezultate sa stanovišta utroška računarskog vremena. Pored toga, relativno složeni matematički aparat, dovodi do toga da se ovakve metode zaobilaze od strane inženjera u praksi. Zbog dinamičnosti sistema kojima se upravlja, često se postavlja zahtev da alati, kao što je asimilacija podataka, daju rezultate u realnom ili približno realnom vremenu na prosečnim računarskim sistemima (ne superračunarima). Ovo zahteva brze proračune, za šta standardne metode asimilacije podataka nisu upotrebljive ako postoji ograničenje po pitanju računarskih resursa.

Pošto postoji konstantna potreba za relativno brzim i jednostavnim alatima, problemi kod standardnih asimilacionih metoda su sve više pod lupom istraživača, koji teže da razviju pojednostavljene asimilacione metode, specijalizovane namene, ali rešavaju problem utroška vremena. Jedno od prvih istraživanja na ovu temu (Madsen i Skotner 2005) prikazuje vremenski efikasnu metodu za modele tečenja u rekama. U ovoj metodi koristi se generalni postupak koji se nalazi iza metode EnKF. Ušteda računarskog vremena omogućena je tako što se preskače postupak procene neodređenosti modela, koji u standardnim metodama odnosi najviše vremena. Ovde se usvaja unapred procenjena neodređenost modela i takva koristi za ceo proračun. Dobija se značajna ušteda u vremenu, ali glavna mana je u tome što je potrebna detaljna faza preprocesiranja kako bi se procenila neodređenost modela. Ovo istraživanje, koje pokazuje ubrzanje proračuna, i ostala istraživanja koja koriste standardne metode za asimilaciju podataka, koriste tzv. direktan pristup usaglašavanja rezultata modela i merenja. To znači da na svakom vremenskom koraku, sračunate vrednosti iz modela (npr. nivoi vode dobijeni Sen-Venanovim jednačinama) direktno se menjaju prema izmerenim vrednostima. To praktično znači da se vrednost te veličine dobijene modelom zameni nekom vrednošću koja odgovara izmerenom podatku. Ovakav direktan postupak često narušava zakon održanja mase u jednačinama modela tečenja i može da izazove „šokove“ u modelima koji često dovode do nestabilnosti proračuna.

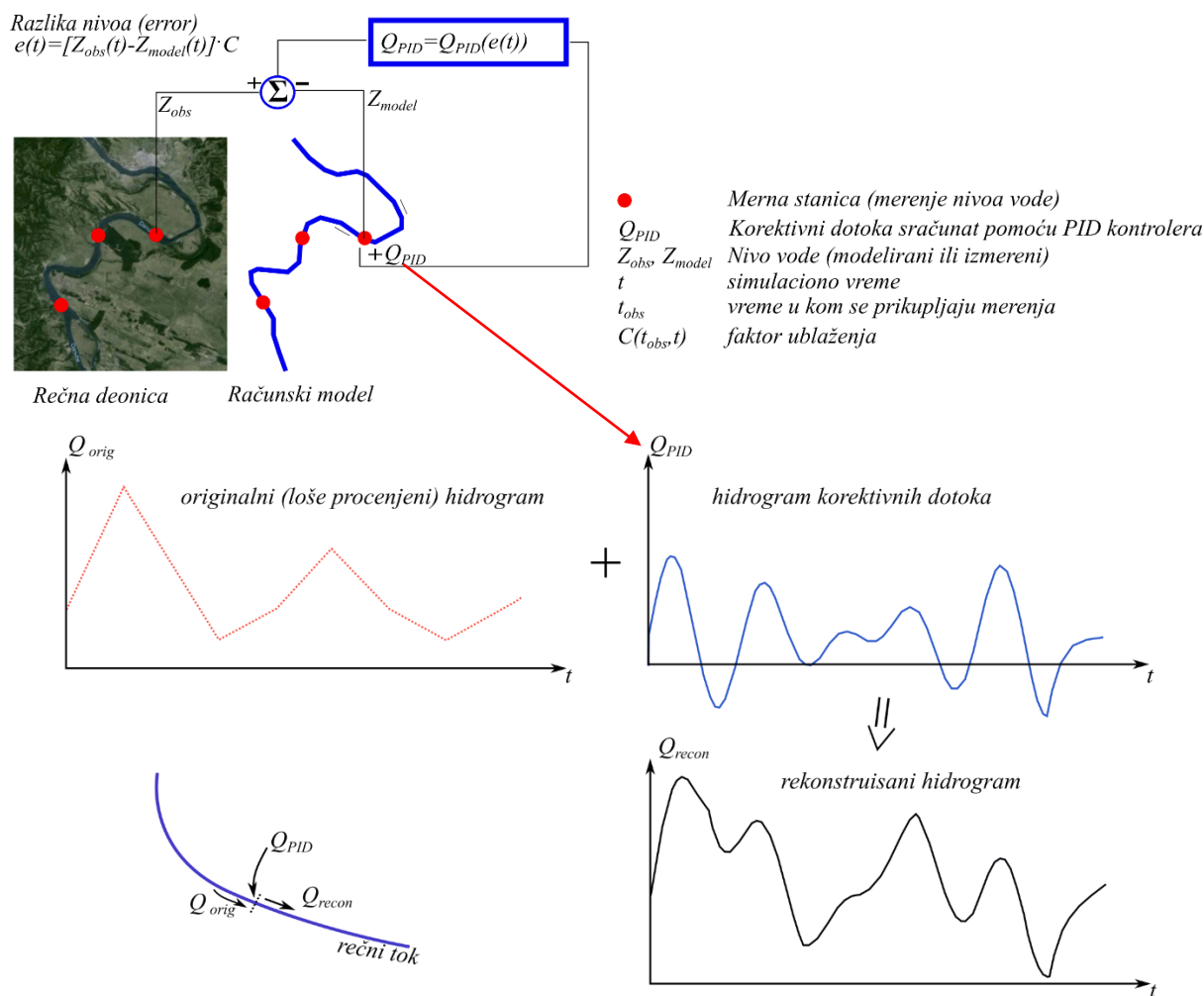
Kako bi se rešio ovaj problem, pojedini istraživači su primenili tzv. indirektni pristup usaglašavanja rezultata modela i merenja. To znači da se rezultati iz modela (nivo vode) koriguje prema merenim podacima menjajući neku drugu veličinu.

Kada su ulazni podaci, odnosno granični uslovi (hidrogrami, nivogrami, bočni dotoci) glavni izvor neodređenosti modela, moguće je koristiti/razviti brze asimilacione metode uz indirektni, fizički zasnovan pristup ažuriranju rezultata modela (Hansen i ostali 2014). U istraživanjima Rosić i ostali, (2017), Milasinović i ostali (2018), (2020) i (2021) prikazana je nova metoda za asimilaciju podataka u modelima otvorenih tokova. Princip rada ove asimilacione metode, gde se nivo vode u modelu usaglašava sa izmerenim nivoima dodavanjem/oduzimanjem korektivnih dotoka otvara mogućnost primene ove asimilacione metode za rekonstrukciju stvarnih hidrograma. Ovaj rad predstavlja preliminarne rezultate na ovu temu.

2 Materijali i metode

2.1 Generalni prikaz metodologije

Metodologija za asimilaciju podataka u modelima otvorenih tokova, zasnovana na primeni teorije upravljanja (Milašinović i ostali 2020, 2021), bazira se dodavanju korektivnih dotoka u model na lokacijama koje odgovaraju stvarnim mernim lokacijama. Na osnovu razlike između nivoa dobijenog modelom i izmerenog nivoa primenom Proporcionalno-Integrativno-Derivativnih (PID) kontrolera računa se protok koji se dodaje u model. Dodavanjem korektivnih dotoka direktno se menja protok (hidrogram) u modelu čime se indirektno menja i nivo, koji se dovodi do onog koje odgovara izmerenom. Na taj način, pored usklađivanja stanja modela (reprezentovanog nivoom vode) sa izmerenim, ova metoda za asimilaciju podataka može se dodatno iskoristiti za bolju procenu hidrograma, odnosno za rekonstrukciju hidrograma, za prethodno snimljene podatke (Slika 1).



Slika 1. Shematski prikaz primene asimilacije podataka za rekonstrukciju hidrograma na vodomernim stanicama

Figure 1. Schematic overview of the flow hydrograph reconstruction using data assimilation

2.2 Implementacija asimilacije podataka u hidrodinamički model

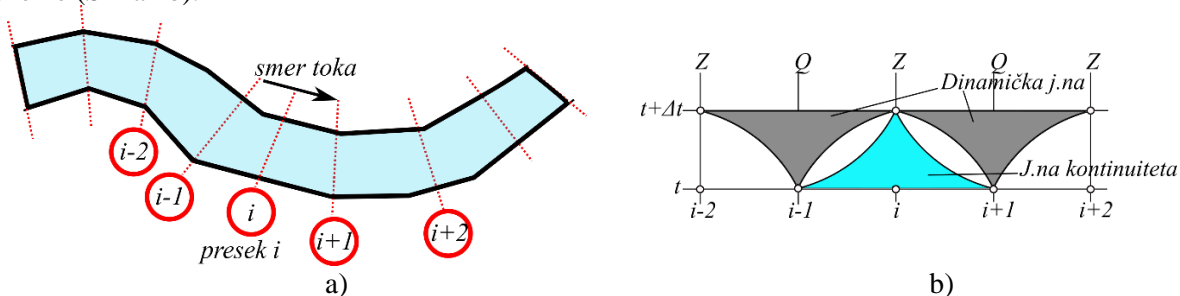
Za rešavanje linijskog tečenja u otvorenim tokovima koriste se Sen-Venanove jednačine, pri čemu je dinamička jednačina (2) delimično uprošćena korišćenjem modela difuzionog talasa (Petrović i ostali 1994):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial Z}{\partial x} + gA \cdot n^2 \frac{Q|Q|}{A^2 \cdot R^{4/3}} = 0 \quad (2)$$

U jednačinama (1) i (2) x je prostorna koordinata, t vreme, A površina poprečnog preseka, Q protok, q bočni dotok, Z nivo slobodne površine vode (pijezometarska kota), g gravitaciono ubrzanje, R hidraulički radijus, n ekvivalentna Manningova hrapavost. Treba napomenuti da je u dinamičkoj jednačini izostavljen uticaj količine kretanja koja dolazi od bočnih dotoka. Uticaj bočnog dotoka (raspodeljeni bočni dotok q) može se videti samo u bilansnoj jednačini, tj. jednačini kontinuiteta (1). Takođe, uticaj pritoka na ušćima predstavljen je kroz jednačinu kontinuiteta.

Za diskretizaciju jednačina matematičkog modela difuzionog talasa i formiranje numeričkog modela koristi se podela domena na preseke (Slika 2a) uz korišćenje smaknute, eksplicitne numeričke sheme (Slika 2b).



Slika 2. (a) Diskretizacija računskog domena na preseke i (b) smaknuta numerička shema
Figure 2. (a) Domain discretization using cross-sections and (b) staggered numerical scheme

Primenom ove numeričke sheme dobijaju se diskretizovane jednačine numeričkog modela koje se koriste za simulaciju:

$$Z_i^{t+\Delta t} = Z_i^t - \frac{\Delta t}{B_i^t} \cdot \frac{Q_{i+1}^t - Q_{i-1}^t}{2\Delta x} \quad (3)$$

$$Q_{i+1}^{t+\Delta t} = \frac{\frac{Q_{i+1}^t}{g \left(\frac{A_{i+2}^{t+\Delta t} + A_i^{t+\Delta t}}{2} \right) \Delta t} - \frac{Z_{i+2}^{t+\Delta t} - Z_i^{t+\Delta t}}{2\Delta x}}{\frac{1}{g \left(\frac{A_{i+2}^{t+\Delta t} + A_i^{t+\Delta t}}{2} \right) \Delta t} + \frac{n^2}{\left(\frac{A_{i+2}^{t+\Delta t} + A_i^{t+\Delta t}}{2} \right)^2 \left(\frac{R_{i+2}^{t+\Delta t} + R_i^{t+\Delta t}}{2} \right)^{4/3}}}} \cdot |Q_{i+1}^t| \quad (4)$$

gde indeks i predstavlja prostornu lokaciju (i -ti presek), B predstavlja širinu vodenog ogledala u poprečnom preseku, t u eksponentu predstavlja trenutno vreme, Δt vremenski korak (vremenska rezolucija numeričkog modela), pri čemu $t+\Delta t$ predstavlja naredni trenutak, a Δx je prostorni korak (prostorna rezolucija). Primena smaknute numeričke sheme znači da se veličine koje je potrebno sračunati (nivoi Z i protoci Q) računaju u naizmeničnim presecima (na preskok). Primenom ovog numeričkog modela cilj je da se sračunaju nivoi u svim presecima u kojima su oni definisani i protoci u odgovarajućim presecima u svakom narednom trenutku. Dobijeni rezultati (nivoi) biće usaglašeni sa merenim podacima u skladu sa metodom za asimilaciju podataka koja se koristi.

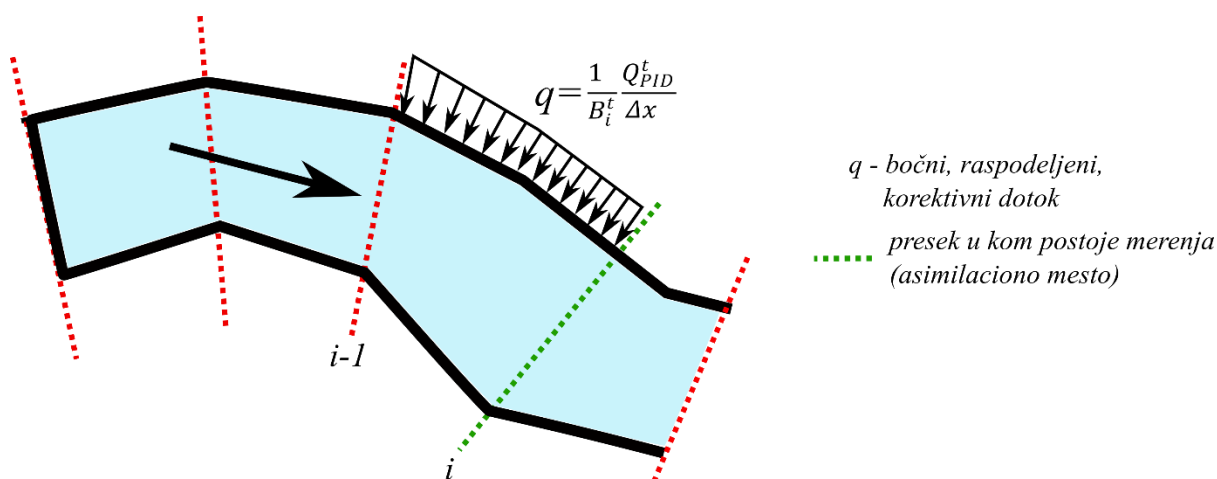
Korektivni dotok Q_{PID} , nakon što je sračunat, u model se uvodi kroz jednačinu kontinuiteta (1) u vidu fiktivnog bočnog dotoka raspodeljenog na deonicu između dva susedna preseka (Slika 3). Zbog toga, jednačina kontinuiteta se modifikuje i dobija sledeći oblik:

$$Z_i^{t+\Delta t} = Z_i^t - \frac{\Delta t}{B_i^t} \cdot \frac{Q_{i+1}^t - Q_{i-1}^t}{2\Delta x} + \frac{\Delta t}{B_i^t} \cdot \frac{Q_{PID}^t}{\Delta x} \quad (5)$$

Korektivni dotok se računa na osnovu razlike između nivoa dobijenog modelom i izmerenog nivoa, uvodeći promenljivu *error* – $e(t)$, koristeći teoriju PID kontrolera (za detalje metode pogledati Milašinović i ostali 2020, 2021):

$$Q_{PID}(t) = Q_{PID}^t = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int_{t_0}^t e(t) dt + K_d \frac{de}{dt} \quad (6)$$

$$e(t) = Z_{obs}(t) - Z_{model}(t) \quad (7)$$

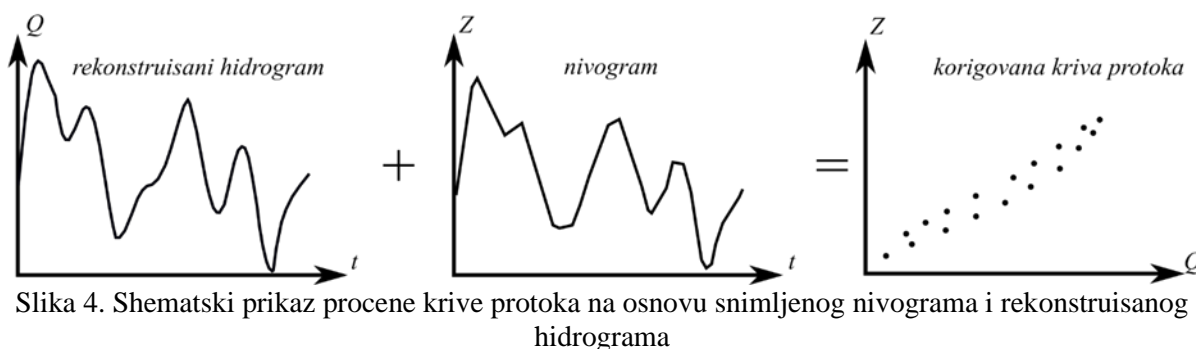


Slika 3. Detalj implementacije korektivnog dotoka u linijski model tečenja
 Figure 3. Detail of correction flow implementation into the hydraulic model

2.3 Procena krive protoka nakon rekonstrukcije

Procedura rekonstrukcije hidrograma na mernim lokacijama sastoji se od sabiranja originalno (loše) procenjenog hidrograma (na osnovu nivoa i krive protoka) i korektivnog dotoka na asimilacionoj lokaciji (Slika 1 i jednačina 8). Na taj način jednačinom (8) dobija se rekonstruisani hidrogram (koji je bliži stvarnom hidrogramu) na mestu (*i* neposredno nizvodno) gde se vrši usaglašavanje nivoa u modelu.

Uz pretpostavku da je model dobro kalibrisan, na mestu rekonstruisanog dotoka i merenog nivoa moguće je izvršiti procenu krive protoka (Slika 4). Procenjena kriva protoka može poslužiti za neke buduće procene protoka uz izmerene nivoe (smatraju se pouzdanijim podatkom zbog lakšeg načina merenja). U tom slučaju nepouzdanost tih protoka će biti umanjena zbog bolje procene krive protoka. Dodatno, ovaj postupak može poslužiti i u rekonstrukciji poplavnih talasa na osnovu snimljenih nivoa.



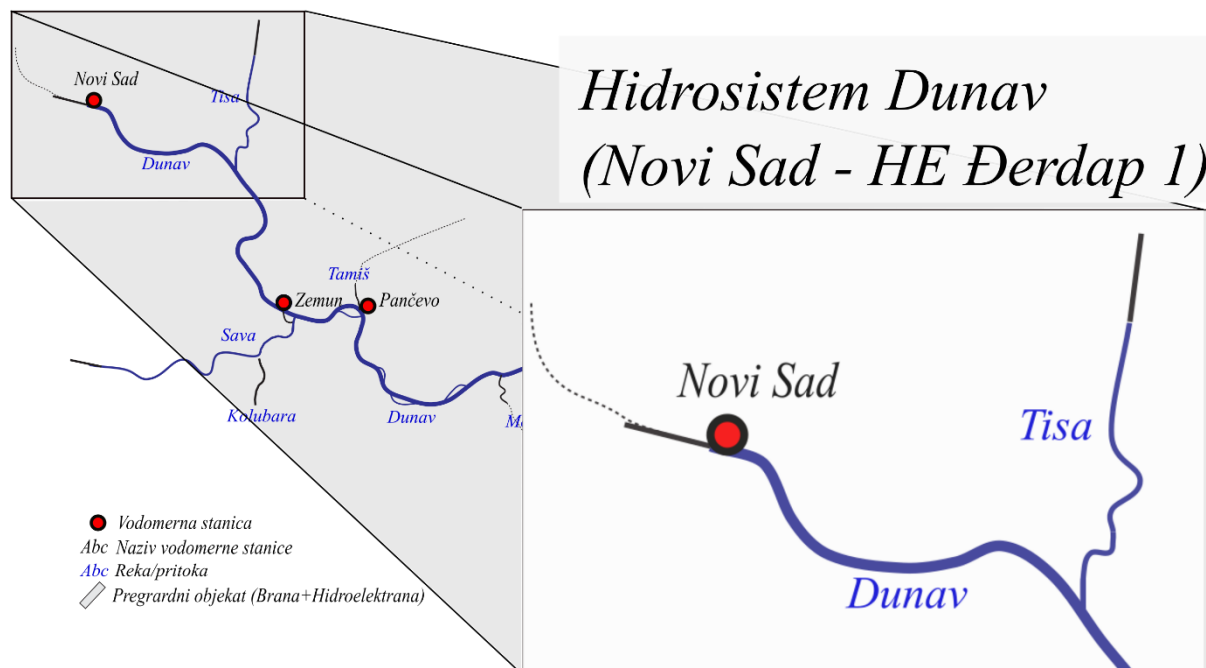
Slika 4. Shematski prikaz procene krive protoka na osnovu snimljenog nivograma i rekonstruisanog hidrograma

Figure 5. Schematic overview of rating curve estimation based on observed stage hydrograph and reconstructed flow hydrograph

2.4 Test primer

Metodologija za rekonstrukciju hidrograma i procenu krive protoka testirana je za podatke prikupljene na mernoj stanici Novi Sad, za period od 25.03.2019. do 01.07.2019. Ova stanica je deo hidrodinamičkog modela reke Dunav (model pokriva deonicu od Novog Sada do HE Đerdap 1, slika 5) u dužini od oko 300 km. Na ovoj stanici su dostupni podaci za krivu protoka (Slika 6) i nivoe vode za pomenuti period (Slika 7). Kao ulaz u model koristi se procenjeni ulazni hidrogram (Slika 7) na osnovu krive protoka. Ovaj hidrogram služi kao uzvodni granični uslov u modelu. Na lokaciju u modelu koja odgovara mernoj stanici Novi Sad dodat je PID kontroler ($Kp=10, Ki=1, Kd=0$) kojim će

se korigovati ulazni hidrogram dodavanjem/oduzimanjem korektivnih dotoka u cilju usklađivanja nivoa po modelu i izmerenih nivoa.

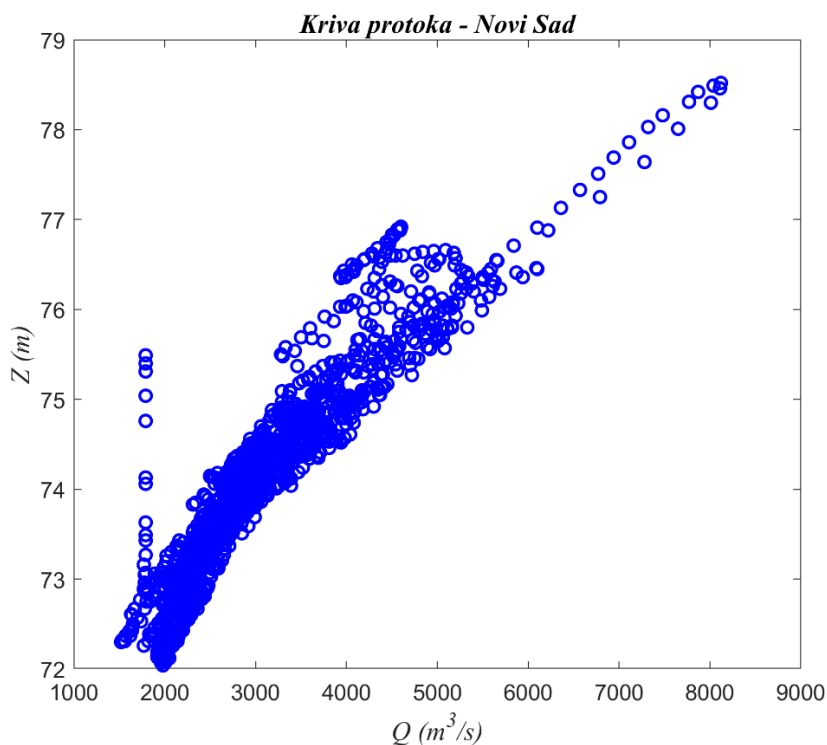


Slika 5. Deonica Dunava od Novog Sada do HE Đerdap 1
 Figure 5. Danube section from Novi Sad to HPP Đerdap 1

3 Rezultati i diskusija

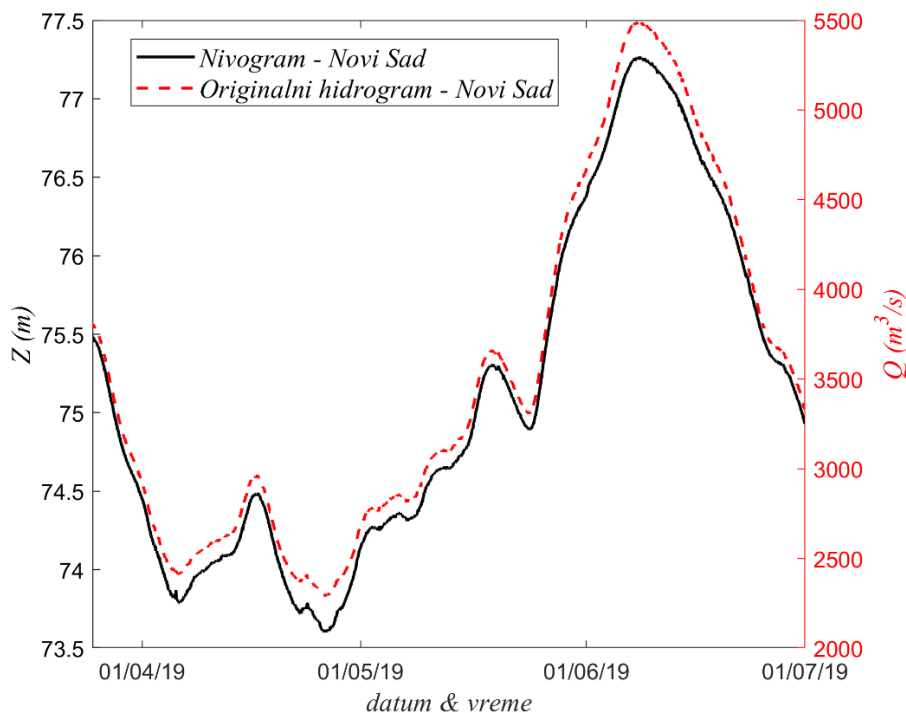
Za testiranje metodologije za smanjivanje nepouzdanosti postojećih krivih protoka koristiće se za deo hidrosistema Dunav na najzvodnijem kraju, u okolini vodomerne stanice Novi Sad (Slika 5), na kojoj postoji procenjena kriva protoka (Slika 6). Za ovu stanicu raspolaže se izmerenim nivoima i procenjenim protocima za period 25.03.2019 – 01.07.2019. (Slika 7). Za procenu originalnog hidrograma na stanici Novi Sad korišćena je kriva protoka za tu stanicu koja ima širok opseg vrednosti protoka za iste vrednosti nivoa vode. To je dovelo do procene hidrograma koji, kada je implementiran u hidraulički model, generiše nivoe na istoj stanici koji su manji od zabeleženih (Slika 8). To je indikator (pod pretpostavkom da je model dobro kalibrisan) da je ulazni hidrogram podcenjen. Dodavanjem PID kontrolera na stanicu Novi Sad dobijen je hidrogram korektivnih dotoka (crna linija, leva y osa na slici 9). Dodavanjem na originalno procenjeni hidrogram (crvena linija, desna y osa na slici 9) dobija se rekonstruisani hidrogram (plava linija, desna y osa na slici 9). Primenom asimilacije podataka pomoću PID kontrolera dodaje se određena količina vode u model čime se nivo iz modela usklađuje sa izmerenim i dobija se bolja procena ulaznog hidrograma (Slika 8).

Kada se upare tako rekonstruisani hidrogram i zabeleženi nivogram na istoj stanici, moguće je bolje proceniti krivu protoka za razmatrani period (Slika 10), čime se sužava opseg mogućih protoka za zabeležene nivoe. Preliminarne analize koje su sprovedene u ovom poglavlju pokazuju dodatni potencijal indirektnog postupka asimilacije podataka. Međutim, mora se napomenuti da je celokupan postupak poboljšanja i/ili procene krivih protoka na osnovu rekonstruisanih hidrograma asimilacijom podataka potrebno dodatno testirati, što će i biti predmet jednog od budućih istraživanja iz ove oblasti.



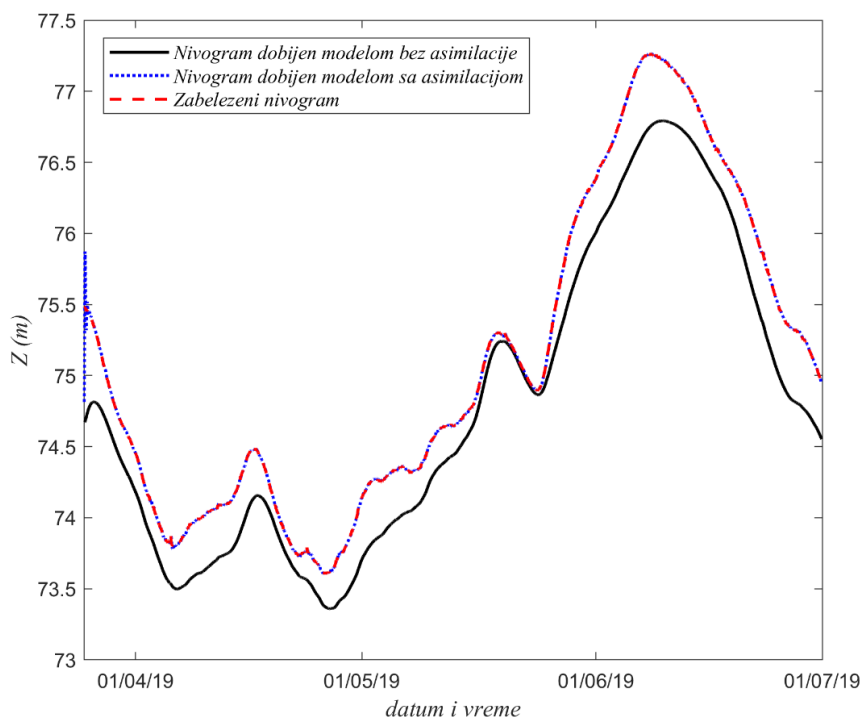
Slika 6. Kriva protoka na vodomernoj stanici Novi Sad formirana na osnovu dnevnih osmatranja nivoa i protoka (zabeleženi uzorci) u periodu od 01.01.2012. do 31.12.2015.

Figure 6. Rating curve at Novi Sad station based on daily observations – from 01.01.2012. to 31.12.2015.

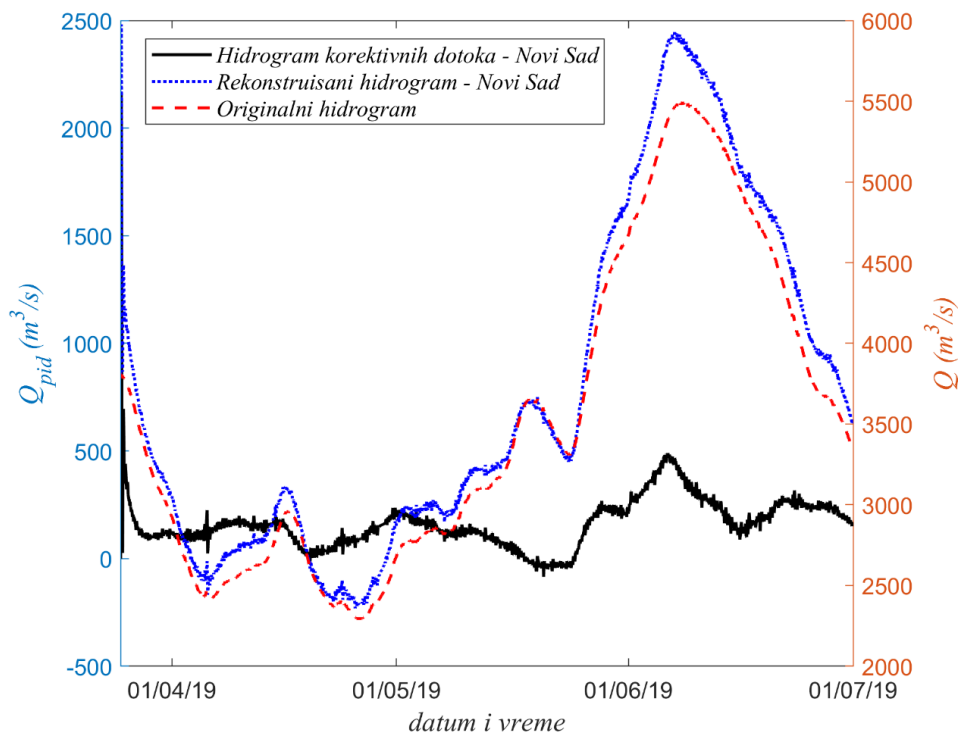


Slika 7. Vremenske serije nivoa na vodomernoj stanici Novi Sad i procenjenog dotoka na osnovu krive protoka za period od 25.03.2019. do 01.07.2019.

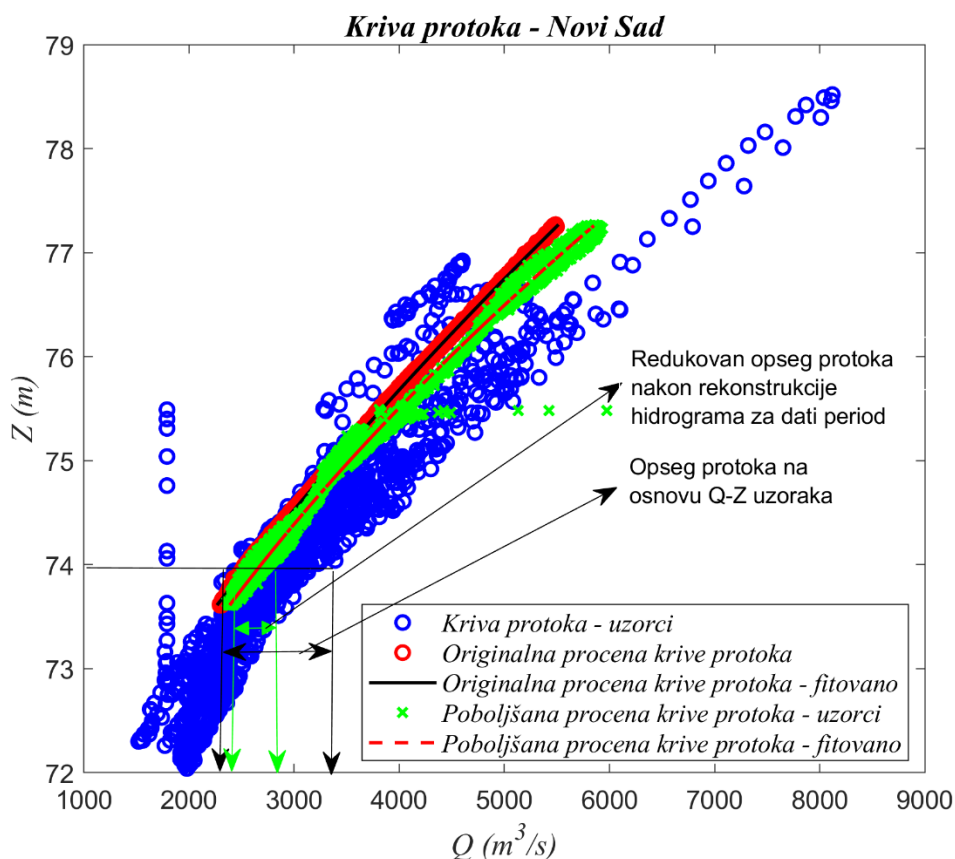
Figure 7. Stage and flow hydrographs at Novi Sad station (25.03.2019. - 01.07.2019.) using available rating curve



Slika 8. Nivoi na stanici Novi Sad: 1) dobijeni modelom bez asimilacije podataka, 2) dobijeni modelom sa asimilacijom podataka i 3) izmereni nivoi
 Figure 8. Stage hydrograph at Novi Sad station: 1) using model w/o data assimilation, 2) using model with data assimilation and 3) observed



Slika 9. Hidrogram korektivnih dotoka (leva osa) i rekonstruisani hidrogram (desna osa) na mernoj stanici Novi Sad za period od 25.03.2019. do 01.07.2019.
 Figure 9. Correction flow hydrograph (left axis) and reconstructed flow hydrograph (right axis) at Novi Sad station from 25.03.2019. to 01.07.2019.



Slika 10. Smanjenje neodređenosti krive protoka za razmatrani period na mernoj stanici Novi Sad
 Figure 10. Reduction of rating curve uncertainty at the Novi Sad station for the analyzed period

4 Zaključak

U ovom radu prikazana je mogućnost korišćenja metode asimilacije podataka zasnovane na teoriji upravljanja za potrebe rekonstrukcije hidrograma na osnovu zabeleženih nivoa vode. Postupak rekonstrukcije se zasniva na dodatnoj obradi rezultata koji se dobijaju dodavanjem/oduzimanjem korektivnih dotoka u model u cilju usklađivanja podataka o nivou dobijenih modelom i merenjima.

Analizom preliminarnih rezultata koji su prikazani u ovom radu može se videti potencijal nove asimilacione metode za rekonstrukciju hidrograma. Može se zapaziti da PID kontroleri kojima se dodaje/oduzima voda iz modela dobro usaglašavaju izmerene nivoe vode i nivoe dobijene dodavajući/oduzimajući korektivne dotoke. Uz pretpostavku da je hidraulički model koji se koristi dobro kalibrisan dobijaju se rekonstruisani hidrogrami koji više odgovoraju stvarnom stanju u odnosu na prvobitno procenjene hidrograme. Pored rekonstrukcije hidrograma, moguće je, za razmatrani period, bolje proceniti krivu protoka.

Uzimajući u obzir početnu fazu ovog istraživanja, neophodno je definisati pravce budućeg istraživanja. Glavni problem primene ove metode za rekonstrukciju hidrograma je što se u trenutnoj fazi može koristiti samo na lokalnom nivou. Drugim rečima, hidrogram je moguće rekonstruisati samo na lokaciji za koju postoje mereni nivoui. Zbog toga će dalje istraživanje ići u pravcu razvoja metode rekonstrukcije hidrograma na nekom delu uzvodno od merne stanice i u još složenijem slučaju hidrografske mreže, kada se uzvodno od merne lokacije nalazi ušće neke pritoke.

Literatura

- Brunner, G. W. (2010). HEC-RAS River Analysis System Hydraulic Reference Manual. Report for US Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center (HEC).
- Clark, M. P., Rupp, D. E., Woods, R. A., Zheng, X., Ibbitt, R. P., Slater, A. G., ... Uddstrom, M. J. (2008). Hydrological data assimilation with the ensemble Kalman filter: Use of streamflow observations to update states in a distributed hydrological model. *Advances in Water Resources*, 31(10), 1309–1324. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2008.06.005>
- Evensen, G. (1994). Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *Journal of Geophysical Research*. <https://doi.org/10.1029/94JC00572>
- Evensen, G. (2003). The Ensemble Kalman Filter: Theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics*, 53(4), 343–367. <https://doi.org/10.1007/s10236-003-0036-9>
- Gragne, A. S., Alfredsen, K., Sharma, A., & Mehrotra, R. (2015). Recursively updating the error forecasting scheme of a complementary modelling framework for improved reservoir inflow forecasts. *Journal of Hydrology*, 527, 967–977. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.05.039>
- Hansen, L. S., Borup, M., Møller, A., & Mikkelsen, P. S. (2014). Flow forecasting using deterministic updating of water levels in distributed hydrodynamic urban drainage models. *Water (Switzerland)*, 6(8), 2195–2211. <https://doi.org/10.3390/w6082195>
- Madsen, H., Rosbjerg, D., Damgård, J., Frands, &, & Hansen, S. (2003). Data assimilation in the MIKE 11 Flood Forecasting system using Kalman filtering. *Water Resources Systems— Hydrological Risk, Management and Development*, (281), 75–81.
- Madsen, H., & Skotner, C. (2005). Adaptive state updating in real-time river flow forecasting - A combined filtering and error forecasting procedure. *Journal of Hydrology*, 308(1–4), 302–312. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2004.10.030>
- Milašinović, M., Prodanović, D., Zindović, B., Rosić, N., & Milivojević, N. (2020). Fast data assimilation for open channel hydrodynamic models using control theory approach. *Journal of Hydrology*, 124661. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.124661>
- Milašinović, M., Prodanović, D., Zindović, B., Stojanović, B., & Milivojević, N. (2021). Control theory-based data assimilation for hydraulic models as a decision support tool for hydropower systems: sequential, multi-metric tuning of the controllers. *Journal of Hydroinformatics*, 23(3), 500–516. <https://doi.org/10.2166/hydro.2021.078>
- Milasinovic, M., Zindovic, B., Rosic, N. i Prodanovic, D. (2018). Analiza uticaja kompleksnosti 1d modela tečenja na postupak asimilacije podataka zasnovane na primeni pid regulatora – preliminarni rezultati. *Vodoprivreda*, 50, 245–254.
- Miller, R. N., Ghil, M., & Gauthiez, F. (1994). Advanced Data Assimilation in Strongly Nonlinear Dynamical-Systems. *Journal of the Atmospheric Sciences*. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1994\)051<1037:Adaisn>2.0.Co;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1994)051<1037:Adaisn>2.0.Co;2)
- Neal, J. C., Atkinson, P. M., & Hutton, C. W. (2007). Flood inundation model updating using an ensemble Kalman filter and spatially distributed measurements. *Journal of Hydrology*, 336(3–4), 401–415. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2007.01.012>
- Neal, J., Schumann, G., Bates, P., Buytaert, W., Matgen, P., & Pappenberger, F. (2009). A data assimilation approach to discharge estimation from space. *Hydrological Processes*, 23, 3641–3649. <https://doi.org/10.1002/hyp>
- Petrovic, J., Palmar, B., & Ivetic, M. (1994). Transformacija poplavnog talasa metodom razdvajanja operatora: In Serbian. *Y Zbornik radova 11. savetovanja JDHI i JDH* (crp. 145–150). Belgrade.
- Ricci, S., Piacentini, A., Thual, O., Le Pape, E., & Jonville, G. (2011). Correction of upstream flow and hydraulic state with data assimilation in the context of flood forecasting. *Hydrology and Earth System Sciences*, 15(11), 3555–3575. <https://doi.org/10.5194/hess-15-3555-2011>
- Romanowicz, R. J., Young, P. C., & Beven, K. J. (2006). Data assimilation and adaptive forecasting of water levels in the river Severn catchment, United Kingdom. *Water Resources Research*, 42(6), 1–12. <https://doi.org/10.1029/2005WR004373>
- Rosić, N., Prodanović, D., Stojanović, B. i Obradović, D. (2017). Asimilacija računskog modela dunava od novog sada do he „đerđap 1“ u približno realnom vremenu – rezultati testiranja. *Vodoprivreda*, 49(288), 253–261.
- Vrugt, J. A., Gupta, H. V., Nualláin, B., & Bouten, W. (2006). Real-Time Data Assimilation for Operational Ensemble Streamflow Forecasting. *Journal of Hydrometeorology*, 7(3), 548–565. <https://doi.org/10.1175/JHM504.1>
- Weerts, A. H., & El Serafy, G. Y. H. (2006). Particle filtering and ensemble Kalman filtering for state updating with hydrological conceptual rainfall-runoff models. *Water Resources Research*, 42(9), 1–17. <https://doi.org/10.1029/2005WR004093>