



Abel Duran<sup>1</sup>, Nataša Praščević<sup>2</sup>

## ALOKACIJA I IZBOR MEHANIZACIJE ZA BETONSKE RADOVE KORIŠĆENJEM FUZZY LINEARNOG PROGRAMIRANJA

### *Rezime:*

Cilj ovog istraživanja je fokusiran na problem alokacije i selekcije građevinske mehanizacije sa kojim se građevinske firme suočavaju prilikom konkursanja za građevinske projekte. Primarni cilj u izboru građevinske mehanizacije jeste osiguranje završetak svih razmatranih projekta u predviđenom roku, uz poštovanje predviđenog budžeta. Uzimanjem u obzir 5 različitih projekata sa različitim količinama betonskih radova i prevideni budžet, za pronađak optimalnog rešenja ovog problema primenjeno je fuzzy linearno programiranje u slučaju rasplinutosti same kriterijumske funkcije i koeficijenata uz ograničenja.

*Ključne reči:* fuzzy linear programming, građevinska mehanizacija, betonski radovi

## LOCATION AND SELECTION OF EQUIPMENT FOR CONCRETE WORKS USING FUZZY LINEAR PROGRAMMING

### *Summary:*

The aim of this research is focused on the problem of allocation and selection of the construction equipment when construction firms bid for construction projects. The main objective of the selection of construction equipment is to ensure the timely completion of all considered projects, while at the same time the planned budget is fulfilled. In this paper fuzzy linear programming is applied with the fuzzy objective function and fuzzy constrains. The proposed mathematical model is applied for optimal selection and allocation of equipment for five projects with different quantities of concrete works and general budget.

*Key words:* fuzzy linear programming, construction equipment, concrete works

<sup>1</sup> mast. inž. grad., asistent, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Bul. kralja Aleksandra 73, aduran@grf.bg.ac.rs

<sup>2</sup> Dr. dipl. inž. grad., vanredni profesor, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Bul. kralja Aleksandra 73, natasa@grf.bg.ac.rs

## **1. UVOD**

Optimalni izbor građevinskih mašina ili kompleksne mehanizacije, za izvršenje određenih građevinskih radova je danas prosto nezamisliv bez primene savremenih metoda analize tokom izbora. Primena fuzzy linearog programiranja kao savremena metodologija analize omogućava da se od više alternativnih rešenja nekog zadatka ili posla odaberu ona najbolja koja daju optimalne rezultate za odgovarajuće uslove ograničenja [1].

Problem sa kojim se velike građevinske firme sve češće susreću u praksi jeste izbor i alokacija građevinske mehanizacije u slučaju potrebe za realizovanjem više građevinskih projekata istovremeno. Imajući u vidu da se radovi često izvode na inostranim tržištima, neretko i na drugim kontinentima, firma prilikom dolaska na neko tržište ima potrebu za nabavkom odgovarajuće mehanizacije za pojedine vrste radova. Ključni značaj razmatranja optimalnog izbora mehanizacije za betonske radeove proizilazi iz velike količine betonskih konstrukcija izgrađenih u svetu svake godine (danas je proizvodnja beton oko 9.4 milijarde tona godišnje [2]). Troškovi betonskih radova prilikom izgradnje objekta mogu iznositi i do 30% vrednosti od ukupnih troškova izgradnje. Takođe, prilikom realizacije projekata u delovima sveta sa ekstremno niskim ili ekstremno visokim temperaturama, ovi troškovi su često i do 20% veći nego troškovi za iste betonske radeove u Evropi [3].

Uzimajući u obzir sve prethodno navedene podatke o zastupljenosti betonskih radova pri realizaciji građevinskih projekata, kao i njihovom udelu u ukupnim troškovima, kvalitetno rešenje nabavke mehanizacije za betonske radeove predstavlja jedan od osnovnih preduslova za kvalitetnu ponudu, dobijanje posla i ostvarivanje profitna na projektu.

U ovom radu proces izbora i alokacije građevinske mehanizacije biće prikazan na konkretnom primeru iz prakse koji podrazumeva širi izbor mehanizacije (odabir vrste i tipa mehanizacije prema konstruktivnoj sposobnosti mašine da izvrši određene radeove [4]), određivanje optimalnog broja potrebnih mašina za realizaciju različitih količina betonskih radova na više građevinskih projekata, pri čemu firma na raspolaganju ima okvirno definisan budžet za realizaciju ovog zadatka.

Sistematsko rešavanje navedenog problema postiže se davanjem odgovora na 5 ključnih pitanja:

- Koje aktivnosti je potrebno izvršiti na realizaciji betonskih radova,
- Koji je obim radova,
- Za koje vreme je potrebno uraditi radeove,
- Koje vrste i tip mašina mogu izvršiti definisane aktivnosti (širi izbor),
- Koji je neophodni kapacitet mašina koje treba angažovati.

Kako je svaki građevinski projekat naglašeno unikatan [3], namera autora je da u ovom radu da univerzalno i efikasno rešenje problema alokacije građevinske mehanizacije za betonske radeove na više različitih projekata istovremeno koristeći metodu fuzzy linearog programiranja u slučaju rasplinutosti same kriterijumske funkcije uz uslove ograničenja.

## **2. POSTAVKA PROBLEMA, ANALIZA KATAKTERISTIKA PROJEKATA I DEFINISANJE FUNKCIJE CILJA UZ USLOVE OGRANIČENJA**

Kao što je ranije rečeno, građevinske firme se često susreću sa problemom alokacije svojih resursa kada se konkuriše za više građevinskih projekata istovremeno. Za potrebe ovog rada biće analiziran slučaj reprezentativne izvođačke firme koja analizira finansijske mogućnosti i opravdanost ulaska na inostrano tržište.

### **2.1. POSTAVKA PROBLEMA**

Izvođačka građevinska firma je odlučila da konkuriše za izgradnju pet velikih projekata u inostranstvu. Kako firma do sada nije učestvovala na izvođenju radova u zemlji u kojoj se realizuju projekti neophodno je da predvidi nabavku neophodne građevinske mehanizacije. Kako se centralna fabrika betona iznajmljuje i nije u vlasništvu firme, troškovi nabavke i eksploatacije ovog postrojenja neće figurisati u analizi radnih operacija i definisanju funkcije cilja sa uslovima ograničenja. Pored spravljanja betonske mešavine u fabrici betona, neophodno je izvršiti spoljašnji i unutrašnji transport betonske mešavine i ugradnju betona [5]. Fabrika betona je od gradilišta udaljena u proseku 10 km. Pri navedenoj udaljenosti jedina mašina koja na kvalitetan način može izvršiti spoljašnji transport (od fabrike betona do gradilišta [4]) betonske mešavine jeste auto-mešalica [4]. Kako su količine betona koje treba ugraditi na svakom od gradilišta prilično velike, na unutrašnjem transportu sveže betonske mešavine (od auto-mešalice do mesta ugradnje [4]) biće neophodno koristiti mobilnu pumpu za beton [4]. Ugradnja sveže betonske mešavine se vrši pervibratorima koji indukuju vibracije od 100 do 250 Hz i na taj način iz sveže betonske mešavine istiskuju vazduh, a zrna agregata različitih veličina i oblika unutar svoje okoline zauzimaju stabilan položaj [6].

Za nabavku građevinske mehanizacije za izvođenje betonskih radova firmi je na raspolaganju okvirni budžet između 700 i 800 hiljada evra.

### **2.2. ANALIZA KARAKTERISTIKA PROJEKATA**

Bez obzira na mesto, vrstu i prirodu građevinskog posla, svaki građevinski projekat definišu tri bitna elementa: obim posla (predmet ugovora), rok (vreme za koje je potrebno završiti određeni posao) i cena (novčani iznos neophodan za izvršenje predmeta ugovora [3]).

Kako se u ovom konkretnom primeru razmatra izbor i alokacije građevinske mehanizacije za betonske radove u nastavku je dat tabelarni prikaz projekata, sa količinama betonskih radova koje treba izvesti, kao i rok u kome navedeni radovi trebaju biti izvršeni.

Pored vrste projekta, količine i vremena za koje radovi treba da budu izvršeni u tabeli će za svaki od projekata biti sračunat i potrebnii praktični učinak  $U_{p,pot}$ . Potrebnii praktični učinak predstavlja minimalni učinak koji svaka mašina u kombinaciji treba da postigne kako bi se predviđena količina posla završila u definisanom roku i računa se kao:

$$U_{p,pot} = Q/t \quad [m^3/h] \quad (1)$$

gde je:

$Q \quad [m^3]$  – količina posla koju je potrebno uraditi;

$t \quad [h]$  – vreme za koje je potrebno izvršiti radove.

Tabela 1 – Podaci o projektima i potrebnim praktičnim učincima

Kod projekta	PRO1	PRO2	PRO3	PRO4	PRO5
Vrsta objekta	hotel	zgrada	most	hotel	zgrada
Količina radova $Q [m^3]$	10,500	8,400	13,500	11,200	9,000
Trajanje radova u danima $d [dan]$	40	35	30	35	25
Trajanje smene $s [h]$	10	8	8	12	8
Broj smena $n [-]$	1	1	2	1	2
Trajanje radova u satima $t=d*s*n [h]$	400	280	480	420	400
Potreban praktični učinak $U_{p,pot} [m^3/h]$	<b>26.25</b>	<b>30.00</b>	<b>28.13</b>	<b>26.67</b>	<b>22.50</b>

### 2.3 DEFINISANJE FUNKCIJE CILJA

Kako je izvođačkoj firmi za nabavku građevinske mehanizacije za izvođenje betonskih radova na raspolažanju okvirni budžet između 700 i 800 hiljada evra, to znači da je funkcija cilja okvirna vrednost, odnosno može biti razmatrana kao „fuzzy broj“ [1].

Imajući u vidu gore navedeno, funkcija cilja biće predstavljena kao iznos raspoloživih finansijskih sredstava koji će biti iskorišćeni za nabavku građevinske mehanizacije za betonske radove. Funkciju cilja ( $F$ ) biće predstavljena kao zbir proizvoda cene i broja različitih vrsta mašina neophodnih za izvođenje radova i zadovoljenje potrebnih praktičnih učinaka na svakom od projekata:

$$T = P_1N_1 + P_2N_2 + P_3N_3 \quad (2)$$

gde je:

$T$  – funkcija cilja,

$P_i$  – cena odgovarajuće građevinske mašine na tržištu,

$N_i$  – broj odgovarajućih mašina koje treba kupiti.

### 2.4 KARAKTERISTIKE RASPOLOŽIVIH GRAĐEVINSKIH MAŠINA NA TRŽIŠTU

Imajući u vidu odnos dimenzija mašina i dimenzije gradilišta, neophodni prostor za manevriranje, kao i raspoložive proizvođače na tržištu, firma je donela stratešku odluku da se za svaku vrstu mašina nabavi mašina istog tipa i istog proizvođača prema tabeli ispod:

Tabela 2 – Podaci o projektima i potrebnim praktičnim učincima

Kod	Vrsta maštne	Proizvođač i oznaka	Tržišna vrednost /€/	Praktični učinak [m³/h]
MP	mobilna pumpa	Putzmeister BSF 36.16H	180,000	68.00
AM	auto-mešalica	Mercedes Actross 4841	123,000	7.41
PV	pervibrator	Vibrofix IHE 66	1,500	13.28

## 2.5 DEFINISANJE USLOVA OGRANIČENJA

Za svaki projekat posebno potrebno je definisati odgovarajući uslov ograničenja. Uslov ograničenja postavlja se na osnovu pravila da praktični učinak za svaku vrstu mašina (broj mašina pomnožen odgovarajućim praktičnim učinkom mašine) bude veći ili jednak potrebnom praktičnom učinku za svaki od projekata [4].

$$PRO1: U_p^{MP}N_1 \geq U_{p,pot}^{PRO1}; U_p^{AM}N_2 \geq U_{p,pot}^{PRO1}; U_p^{PV}N_3 \geq U_{p,pot}^{PRO1} \quad (3)$$

$$PRO2: U_p^{MP}N_1 \geq U_{p,pot}^{PRO2}; U_p^{AM}N_2 \geq U_{p,pot}^{PRO2}; U_p^{PV}N_3 \geq U_{p,pot}^{PRO2} \quad (4)$$

$$PRO3: U_p^{MP}N_1 \geq U_{p,pot}^{PRO3}; U_p^{AM}N_2 \geq U_{p,pot}^{PRO3}; U_p^{PV}N_3 \geq U_{p,pot}^{PRO3} \quad (5)$$

$$PRO4: U_p^{MP}N_1 \geq U_{p,pot}^{PRO4}; U_p^{AM}N_2 \geq U_{p,pot}^{PRO4}; U_p^{PV}N_3 \geq U_{p,pot}^{PRO4} \quad (6)$$

$$PRO5: U_p^{MP}N_1 \geq U_{p,pot}^{PRO5}; U_p^{AM}N_2 \geq U_{p,pot}^{PRO5}; U_p^{PV}N_3 \geq U_{p,pot}^{PRO5} \quad (7)$$

gde je:

$PRO_i$  – kod projekta,

$U_p^{XX}$  – praktični učinak odgovarajuće mašine,

$U_{p,pot}^{PROi}$  – potrelni učinak za odgovarajući projekat,

$N_i$  – broj odgovarajućih mašina koje treba kupiti

## 3. DEFINISANJE MATEMATIČKOG MODELA

Kako su finansijska sredstva koje izvođačkoj firmi stoje na raspolaganju za nabavku građevinske mehanizacije dana kao okvirni iznos između 700 i 800 hiljada evra, ista možemo predstaviti u obliku fuzzy trouglastog broja  $T = (t_b, t_m, t_r)$ . Kako u formulama za proračun praktičnih učinaka figurišu koeficijenti koji su procenjeni, zbog toga i praktične učinke možemo predstaviti pomoću fuzzy trouglastih brojeva  $U_p^{XX} = (u_l^{XX}, u_m^{XX}, u_r^{XX})$  [1].

Finansijska sredstva i praktični učinci mašina predstavljeni u obliku fuzzy trouglastog broja prikazani su u Tabeli 3:

Tabela 3 – Finansijska sredstva i praktični učinci u obliku fuzzy trouglastog broja

fuzzy oznaka	Budžet $T$ [ $\text{€}$ ]	$U_p^{MP}$ [ $\text{m}^3/\text{h}$ ]	$U_p^{AM}$ [ $\text{m}^3/\text{h}$ ]	$U_p^{PV}$ [ $\text{m}^3/\text{h}$ ]
LEFT [80%] ( $t_l; u_l$ )	700,000	54.50	5.93	10.62
MIDDLE [100%] ( $t_m; u_m$ )	-	68.00	7.41	13.28
RIGHT [110%] ( $t_r; u_r$ )	800,000	74.80	8.15	14.61
Nivo zadovoljenja [ $k_i$ ]	-	0.8	0.8	0.8

Kako su finansijska sredstva i praktični učinci za mobilnu pumpu, auto-mešalicu i pervibrator prikazani u obliku fuzzy trouglastih brojeva, dolazi se do matematičkih izraza nakon čijeg sređivanja se definiše sledeći matematički model [1]:

$$\max F = h \quad (8)$$

$$P_1N_1 + P_2N_2 + P_3N_3 \geq t_l + h(t_l - t_r) \quad (9)$$

$$P_1N_1 + P_2N_2 + P_3N_3 \leq t_r + h(t_r - t_l) \quad (10)$$

$$U_p^{MP}N_1 \geq \max_{MP}(U_{p,pot}^{PROi}) \quad (11)$$

$$U_p^{AM}N_2 \geq \max_{AM}(U_{p,pot}^{PROi}) \quad (12)$$

$$U_p^{PV}N_3 \geq \max_{PV}(U_{p,pot}^{PROi}) \quad (13)$$

Jednačine koje su prikazane od (9) do (13) mogu se prikazati u opštem izvedenom fazifikovanom obliku na sledeći način:

$$u_m^{XX}N_i + (1 - k_i)(u_r^{XX}N_i - u_l^{XX}N_i) \geq \max_{XX}(U_{p,pot}^{PROi}) \quad (14)$$

#### 4. REŠENJE I DISKUSIJA

Polazni korak za rešenje prethodno navedenih jednačina jeste da se stepen zadovoljenja  $k_i$  (koji je u direktnoj vezi za praktičnim učincima građevinske mehanizacije za betonske radove) bude prethodno zadat, a da se stepen zadovoljenja zahteva  $h$  maksimizuje.

Kada se u jednačine od (8) do (13), odnosno u jednačine od (8) do (10) i jednačinu u opštem izvedenom fazifikovanom obliku (14) ubace odgovarajući numerički podaci prethodno dobiveni u tačkama 2.2., 2.4 i Tabeli 3 ovog rada, dobijamo sledeći sistem jednačina:

$$\max F = h \quad (15)$$

$$180,000N_1 + 123,000N_2 + 1,500N_3 - 100,000h \geq 700,000 \quad (16)$$

$$180,000N_1 + 123,000N_2 + 1,500N_3 - 100,000h \leq 800,000 \quad (17)$$

$$N_1 \geq 0,32 \quad (18)$$

$$N_2 \geq 3,82 \quad (19)$$

$$N_3 \geq 2,13 \quad (20)$$

Ovakav problem je preporučljivo i moguće rešiti korišćenjem savremenih softverskih rešenja, a u ovom radu problem je definisan u softverskom paketu „Matlab“ tako što su definisani parametri funkcije *linprog* [7]. Dobijena su sledeća rešenja:

$$N_1 = I \quad (21)$$

$$N_2 = 5 \quad (22)$$

$$N_3 = 3 \quad (23)$$

$$\max F = h = 0.99 \quad (24)$$

$$T = 799,500 \text{ €} \quad (25)$$

gde je:

$N_i$  – broj potrebnih mobilnih pumpi

$N_2$  – broj potrebnih auto-mešalica

$N_3$  – broj potrebnih pervibratora

$T$  – Finansijska sredstva neophodna za nabavku svih potrebnih mašina

Može se primetiti da dobijeni iznos finansijska sredstva zadovoljava unapred postavljene uslove ograničenja po pitanju raspoloživih finansijskih sredstava, kao i da broj dobijenih mašina multiplikovan sa njihovim praktičnim učinkom zadovoljava potrebni praktični učinak za zadovoljavanje svih 5 razmatranih projekata.

Količina raspoloživih finansijskih sredstava je prikazana u vidu raspona između dve prihvatljive vrednosti jer se u praksi ne smatra prikladnim kupiti ni previše jeftine ni previše skupe mašine i za takvu situaciju se primena razmatrane funkcije cilja kao fuzzy broja u potpunosti pokazala kao opravdana. U slučaju da je kao uslov ograničenja postavljena samo maksimalna vrednost, neophodno bi bilo funkciju cilja posmatrati na drugačiji način, jer metoda fuzzy broja kada nije u pitanju raspon prihvatljivih vrednosti nije adekvatna.

U slučaju da se projekti nisu dešavali u inostranstvu i da nije trebalo nabaviti novu mehanizaciju (koristila bi se mehanizacija iz već postojećeg vozognog parka firme) problem koji bi firma trebala da reši jeste izbor optimalne kombinacije mašina koje mogu završiti sve neophodne radne operacije i zadovoljiti potrebni praktični učinak za svaki od projekata. Za rešenje ovakvog problema jedan od načina bi bila i primena metode linearnog programiranja.

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom radu razmatran je konkretni primer iz prakse sa kojim se izvođačke građevinske firme susreću jako često prilikom izlaska na neko novo tržište i u slučaju kada konkurišu za izgradnju više sličnih građevinskih projekata istovremeno. Primer iz ovog rada u kome je razmatrana nabavka neophodne građevinske mehanizacije za izvođenje betonskih radova na 5 različitim građevinskih projekata rešen je primenom metode fuzzy linearнog programiranja u slučaju rasplinutosti same kriterijumske funkcije uz uslove ograničenja. Kao rešenje problema dobijeno je da je, pri stepenu zadovoljenja zahteva  $h = 0.99$ , neophodno nabaviti:

- 1 mobilnu pumpu (Putzmeister BSF 36.16H) nabavne vrednosti 180,000 €
- 5 auto-mešalica (Mercedes Actross 4841) nabavne vrednosti 123,000 €
- 3 pervibratora (Vibrofix IHE 66) nabavne vrednosti 5,000 €

Bez obzira na primjenjeni model i konkretni problem koji se rešava, kada je u pitanju analiza građevinske mehanizacije neophodno je vršiti permanentnu popravku modela i ulaznih parametara. Autori preporučuju da se konkretni učinci građevinske mehanizacije, kao i njihove nabavne vrednosti, posmatraju u realnom vremenu i pravovremeno vrši inoviranje matematičkog modela kroz ulazne parametre i uslove ograničenja.

Matematički model prikazan u ovom radu na jednom konkretnom problemu može se smatrati u dovoljnoj meri i opštim, jer se jednostavnom zamenom ulaznih parametara i uslova ograničenja dobija model za bilo koji drugi sličan slučaj sa kojim se izvođačka firma može susresti u praksi.

Model prikazan u ovom radu ima ograničenja u svojoj primeni ukoliko se projekti koji se razmatraju nalaze na međusobno bliskim lokacijama, odnosno onda kada je moguće jednu istu mašinu primeniti na više gradilišta istovremeno.

Jedan od pravaca budućeg istraživanja jeste poređenje rešenja dobijenog primenom fuzzy linearnog programiranjem sa rešenjem dobijenim nekom drugom metodom optimizacije.

## **ZAHVALNICA**

Izrada ovog rada podržana je kroz naučno-istraživački projekat Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja TP 36038 „Razvoj metode izrade projektne i izvođačke dokumentacije instalacionih mreža u zgradama kompatibilne sa BIM procesom i relevantnim standardima“.

## **LITERATURA**

- [1] Tiodorović D., Kikuchi S.: Fuzzy skupovi i primena u saobraćaju, Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, ISBN 86-80897-42-6, 1994.
- [2] Marinković S.: Projektovanje betonskih konstrukcija s obzirom na njihov uticaj na životnu sredinu, Zbornik radova, Društvo građevinskih konstruktera Srbije, Zlatibor, ISBN 978-86-850073-04-05, 2008.
- [3] Ivković B., Popović Ž.: Upravljanje projektima u građevinarstvu, Građevinska knjiga, Beograd, ISBN 86-395-0447-4, 2005.
- [4] Mirković S.: Građevinska mehanizacija, Građevinska knjiga, Beograd, ISBN 86-395-0434-2, 2005.
- [5] Praščević Ž.: Organizacija građenja, Zavod za udžbenike, Beograd, ISBN 86-17-022-57-4, 1992.
- [6] Arizanović D., Petronijević P., Beljaković D.; Tehnologija građevinskih radova – grubi građevinski radovi, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, ISBN 978-86-7518-157-6, 2015.
- [7] Klem N., Kovačević M., Praščević N., Nedeljković Đ.: Osnove programiranja u MATLAB-u, Građevinska knjiga, Beograd, ISBN 978-86-395-0609-4, 2010.