

PARAMETAR STANJA ZA PREDVIĐANJE PONAŠANJA TLA U NEDRENIRANIM USLOVIMA

Sanja Jocković*, Mirjana Vukićević*, Nikola Obradović*

* *Univerzitet u Beogradu Građevinski fakultet, Bulevar kralja Aleksandra 73,
Beograd, borovina@grf.bg.ac.rs*

REZIME

U okviru koncepta granične površi formulisana je konstitutivni model koji uvodi stanje tla kao bitnu odrednicu mehaničkog ponašanja. Definisanjem zakona ojačanja u funkciji parametra stanja, kao i stepena prekonsolidacije, omogućeno je opisivanje brojnih elemenata mehaničkog ponašanja prekonsolidovanih glina u dreniranim i nedreniranim uslovima. Izvedena je jednačina putanje efektivnih napona u nedreniranim uslovima. Validacija modela je izvršena kroz poređenje sa publikovanim rezultatima nedreniranih triaksijalnih opita.

KLJUČNE REČI: konstitutivni model, nedrenirani uslovi, putanja napona, parametar stanja

STATE PARAMETER FOR SOIL BEHAVIOUR PREDICTION IN UNDRAINED CONDITIONS

ABSTRACT

Within the concept of bounding surface plasticity, a constitutive model has been formulated that introduces the state of the soil as an important determinant of mechanical behavior. By defining the hardening rule in terms of state parameter as well as the degree of overconsolidation, it is possible to describe numerous elements of mechanical behavior of overconsolidated clays in drained and undrained conditions. The equation of the effective stress path in undrained conditions is derived. Model validation was performed through comparison with published results of undrained triaxial tests.

KEY WORDS: constitutive model, undrained conditions, stress path, state parameter

UVOD

S obzirom na kompleksno ponašanje prekonsolidovanih glina i na nehomogeno polje deformacija usled pojave lokalnih zona smicanja, konstitutivno modeliranje takvih materijala predstavlja u mehaničkom i matematičkom smislu složen zadatak. Sa druge strane, koristeći mehaniku kontinuuma i teoriju plastičnosti, uz određen nivo aproksimacija moguće je simulirati ključne karakteristike ponašanja prekonsolidovanih glina. Iako pojedini elasto-plastični modeli dobro opisuju naponsko-deformacijsko ponašanje prekonsolidovanog tla, osnovni nedostatak je uključivanje velikog broja konstitutivnih konstanti koje nemaju jasno fizičko značenje. Iz tog razloga se teži da se unapređenje konstitutivnog modela vrši kroz adekvatno definisanje parametara koji uvode stanje tla kao bitnu odrednicu njegovog mehaničkog ponašanja.

PARAMETAR STANJA

Koncept parametra stanja je prvenstveno uveden za opisivanje ponašanja krupnozrnih vrsta tla. Stanje krupnozrnih materijala se najčešće predstavlja zapreminskom težinom i relativnom zbijenošću. Sa druge strane, veličina srednjeg normalnog napona takođe utiče na ponašanje tla, tako da se krupnozrni materijal za dati koeficijent poroznosti pri velikoj vrednosti srednjeg normalnog napona ponaša kao rastresit, dok se za manje vrednosti srednjeg normalnog napona taj isti materijal ponaša kao zbijen. Umesto koeficijenta poroznosti predloženo je korišćenje parametra stanja kao fundamentalne promenljive. Koncept parametra stanja prvi su predstavili Been & Jefferies (1985) za opisivanje ponašanja peska. Parametar stanja Ψ predstavlja razliku između trenutne specifične zapremine v (ili koeficijenta poroznosti e) i specifične zapremine v_c (ili koeficijenta poroznosti e_c) na liniji referentnog stanja pri istom srednjem efektivnom naponu, AC i BC na Slici 1a. Ovakav koncept podrazumeva da postoji referentno stanje koje treba da ima jedinstvenu strukturu. Za konstitutivne modele definisane u okviru teorije kritičnog stanja, referentno stanje je upravo kritično stanje, kada se smičuće deformacije razvijaju bez promene zapremine i efektivnog napona. Takođe, mora biti ispunjen uslov da je linija kritičnog stanja (CSL) u v - p ravni jedinstvena. Tako se parametar stanja može izraziti kao:

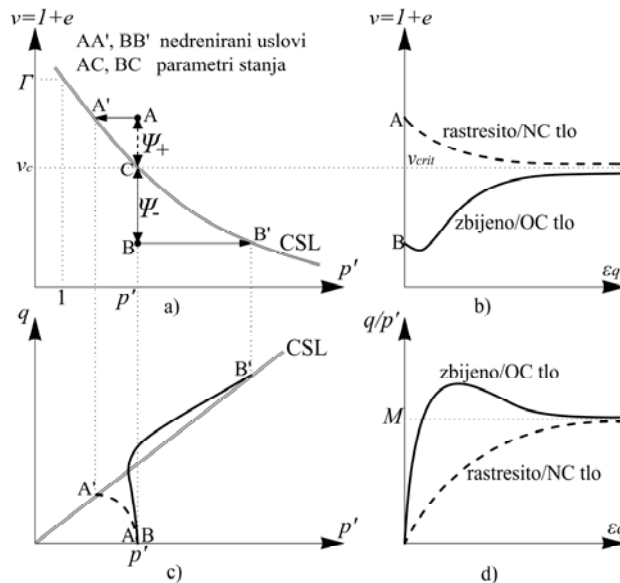
$$\Psi = v - v_c \quad (1)$$

Ako se položaj linije kritičnog stanja u kompresionoj ravni, Slika 1a, može definisati parametrom Γ koji predstavlja specifičnu zapreminu za vrednost srednjeg normalnog napona $p=1$ kPa, tada se parametar stanja može izraziti i kao:

$$\Psi = v + \lambda \ln p - \Gamma \quad (2)$$

gde je λ nagib linije kritičnog stanja u v - $\ln p$ ravni. Za inicijalnu vrednost parametra stanja veću od nule, karakterističnu za rastresita i normalno konsolidovana tla, tačka A na Slici 1a, zapremina tla se smanjuje (kontrakcija) sve do dostizanja kritičnog stanja, Slika 1b. Dolazi do plastičnog smičućeg loma bez pojave vršne vrednosti, Slika 1d. Ako je inicijalna vrednost parametra stanja manja od nule, kao što je slučaj sa zbijenim i prekonsolidovanim

tlom, tačka B na Slici 1a, tlo će nakon početne kompresije težiti da povećava zapreminu, Slika 1b. Tlo ispoljava krto plastični lom koji podrazumeva povećanje smičućeg napona do maksimalne veličine (vršna smičuća čvrstoća), a zatim opadanje smičućeg napona (omekšanje) pri daljem deformisanju do konstantne veličine, Slika 1d. U nedreniranim uslovima karakteristične putanje efektivnih napona prikazane su na Slici 1c.



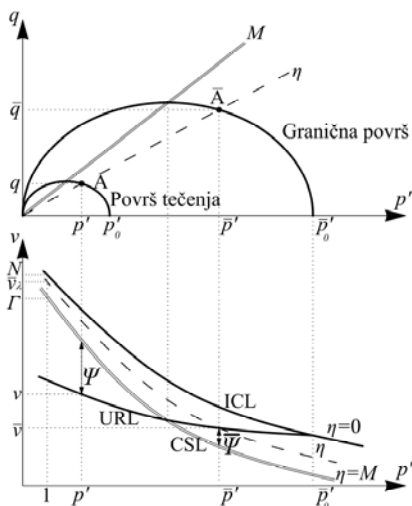
Slika 1. a) Parametar stanja b) Promena specifične zapremine tla c) Putanje efektivnih napona u nedreniranim uslovima d) Naponsko-deformacijske krive

Figure 1. a) State parameter b) Specific volume change c) Effective stress path in undrained conditions d) Stress-strain relation

Ekperimentalno je pokazano (Roscoe & Poorooshasb 1963, Cole 1967, Stroud 1971) da će uzorci zbijenog peska i gline sa sličnom vrednošću parametra stanja ispoljavati slično ponašanje pod opterećenjem bez obzira na naponsko-deformacijsku istoriju.

HASP MODEL

U okviru koncepta granične površi (Dafalias & Herrmann, 1980) izvršena je modifikacija zakona ojačanja koristeći parametar stanja, čime je formulisana novi model nazvan HASP model – **H**Ardening **S**tate **P**arameter model. Pretpostavka na kojoj se zasniva HASP model je da se plastične deformacije razvijaju od početka opterećivanja i tačka A se uvek nalazi na površi tečenja. Radijalno mapiranje podrazumeva da tački A odgovara imaginarna tačka $\bar{A}(\bar{p}', \bar{q})$ na graničnoj površi, Slika 2.



Slika 2. Gračna površ i parametri stanja za trenutnu i imaginarnu naponsku tačku
Figure 2. Bounding surface and state parameters for current and conjugate stress points

Koristi se kombinovani zakon ojačanja koji zavisi od priraštaja plastične zapreminske i plastične smičuće deformacije (Nova & Wood 1979, Yao i dr. 2009):

$$dp'_0 = \frac{v}{\lambda - \kappa} p'_0 (d\varepsilon_v^p + \zeta d\varepsilon_q^p) \quad (3)$$

gde su λ i κ nagibi linije normalne/izotropne konsolidacije (ICL) i linije bubrenja (URL) u $\ln p' - v$ ravni, a p'_0 parametar ojačanja. Kombinovani zakon ojačanja utiče i na putanju napona koja prelazi CSL i dostiže se vršna čvrstoća u dreniranim uslovima. U nedreniranim uslovima, kombinovano ojačanje je ključno za predviđanje putanje efektivnih napona "S" oblika. Zakon ojačanja površi tečenja se može pisati i u sledećem obliku:

$$dp'_0 = \frac{v}{\lambda - \kappa} p'_0 d\varepsilon_v^p \left(1 + \frac{\zeta}{d} \right) R = \frac{v}{\lambda - \kappa} p'_0 d\varepsilon_v^p \omega \quad (4)$$

gde je d dilatancija, R stepen prekonsolidacije, a ω koeficijent ojačanja (Jocković & Vukićević, 2017):

$$\omega = \left(1 + \frac{\zeta}{d} \right) R \quad (5)$$

Kompletne konstitutivne relacije HASP modela mogu se sada predstaviti kao:

$$\begin{cases} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{cases} = \begin{pmatrix} \frac{1}{K} + \frac{\lambda - \kappa}{vp'} \frac{1}{\omega} \frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} & \frac{\lambda - \kappa}{vp'} \frac{1}{\omega} \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \\ \frac{\lambda - \kappa}{vp'} \frac{1}{\omega} \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} & \frac{1}{3G} + \frac{\lambda - \kappa}{vp'} \frac{1}{\omega} \frac{4\eta^2}{(M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)} \end{pmatrix} \begin{cases} dp' \\ dq \end{cases} \quad (6)$$

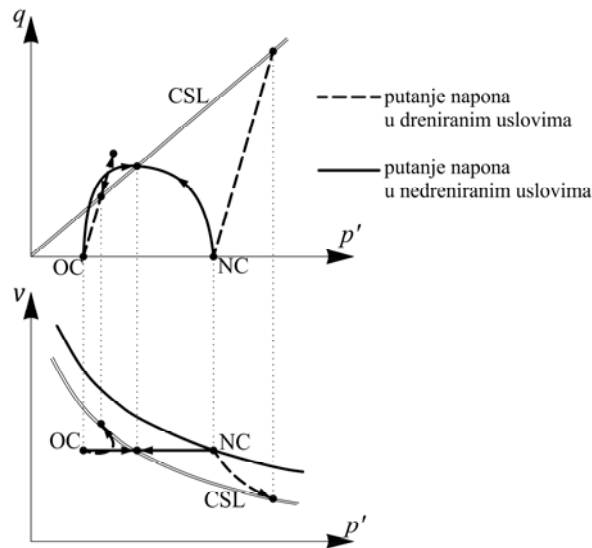
Posmatrajući izraz (6) može se uočiti da je koeficijent ojačanja ω ujedno i koeficijent redukcije plastičnih deformacija, tako da se adekvatnom formulacijom koeficijenta ojačanja mogu značajno redukovati plastične deformacije prekonsolidovane gline. Predložen je izraz za koeficijent ojačanja u sledećem obliku (Jocković i Vukićević, 2017):

$$\omega = \left(1 + \frac{\bar{\Psi} - \Psi}{\bar{\Psi}} \right) R \quad (7)$$

gde je $\bar{\Psi}$ parametar stanja za imaginarnu tačku, Slika 2.

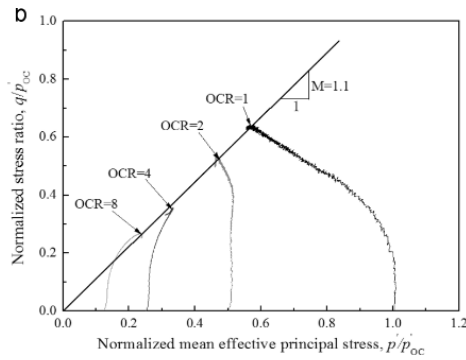
NEDRENIRANI USLOVI

U nedreniranim uslovima, kada je sprečena promena zapremine tla, generišu se porni pritisci koji zavise od prirode tla i putanje napona. Kod normalno konsolidovane gline koja ima tendenciju smanjenja zapremine pri smicanju, generiše se pozitivni porni pritisak koji se povećava sve do loma. Kod prekonsolidovane gline porni pritisak prvo raste, a zatim opada. Što je veći stepen prekonsolidacije to je veće smanjenje pornog pritiska.



Slika 3. Putanje napona u dreniranim i nedreniranim uslovima
Figure 3. Stress paths in drained and undrained conditions

Kod jako prekonsolidovanih glina porni pritisak pri lomu može biti i negativan. Različito ponašanje normalno konsolidovanih i prekonsolidovanih glina, u pogledu generisanih pornih pritisaka, može se ilustrovati putanjama efektivnih napona, prema Slici 3. Eksperimentalno je utvrđeno da se za normalno konsolidovane gline putanje napona završavaju na liniji kritičnog stanja CSL, dok za prekonsolidovane gline putanje napona dodiruju površ Hvorsleva i zatim se vraćaju do CSL. Na Slici 4 prikazane su karakteristične putanje efektivnih napona dobijene eksperimentalno CU opitom triaksijalne kompresije za različite stepene prekonsolidacije prerađene gline visoke plastičnosti (Gu i dr. 2016).



Slika 4. Putanje napona u CU opitu triaksijalne kompresije, (podaci iz Gu i dr. 2016)
Figure 4. Stress paths in CU triaxial test (data from Gu et al. 2016)

PUTANJA NAPONA U NEDRENIRANIM USLOVIMA HASP MODELA

Veličina nedrenirane smičuće čvrstoće, pre svega, zavisi od veličine generisanog pornog pritiska. S obzirom da porni pritisak predstavlja razliku između putanje totalnih napona i putanje efektivnih napona, razmotriće se izraz za putanju efektivnih napona dobijen iz jednačina HASP modela. U nedreniranim uslovima kad nema promene zapremine važi:

$$d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p = 0 \quad (8)$$

gde su:

$$d\varepsilon_v^e = \kappa \frac{dp'}{vp'} = \frac{1}{K} dp' \quad (9)$$

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{v} \frac{dp'_0}{p'_0} \frac{1}{\omega} \quad (10)$$

Ako se u izraz (8) uvrste izrazi (9) i (10) dobijamo:

$$\frac{dp'}{p'} = - \frac{\lambda - \kappa}{\kappa} \frac{dp'_0}{p'_0} \frac{1}{\omega} \quad (11)$$

Izraz za diferencijalnu formu površi tečenja se može u obliku:

$$\frac{dp'_0}{p'_0} = \frac{dp'}{p'} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} \quad (12)$$

uvrstiti u jednačinu (11):

$$\frac{dp'}{p'} = -\frac{\lambda - \kappa}{\kappa} \left(\frac{dp'}{p'} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{1}{\omega} \quad (13)$$

i nakon integracije dobijamo:

$$\frac{p'_i}{p'} = \left(\frac{M^2 + \eta^2}{M^2 + \eta_i^2} \right)^\alpha \quad (14)$$

gde je:

$$\alpha = \frac{\lambda - \kappa}{\omega\kappa + (\lambda - \kappa)} \quad (15)$$

Izraz (14) predstavlja putanju efektivnih napona u nedreniranim uslovima, dok su p'_i i η_i inicijalne vrednosti srednjeg efektivnog napona i naponskog odnosa.

Mogu se uočiti sledeće karakteristike HASP modela u nedreniranim uslovima:

1. $\eta < M$, $\Psi < 0$, $\bar{\Psi} > 0$, $\omega > 0$, $\alpha > 0$, $d\eta > 0$

Koeficijent ojačanja ima pozitivnu vrednost za $\eta < M$ i prema izrazu (11) dobijamo da je tada $dp' < 0$ i parametar stanja Ψ se u ovoj fazi blago smanjuje. To znači da se putanja napona približava liniji kritičnog stanja sa desne strane, Slika 5. Međutim koeficijent ojačanja za $\eta < M$ ima najveće vrednosti i promene srednjeg efektivnog napona su tada veoma male. Što je stepen prekonsolidacije veći, manji je otklon putanje napona. Takođe je $d\varepsilon_v^p > 0$, odnosno $d\varepsilon_v^e < 0$, površ tečenja i granična površ se šire.

2. $\eta = M$, $\Psi < 0$, $\bar{\Psi} = 0$, $\omega \rightarrow \infty$, $\alpha = 0$, $d\eta > 0$

Kada je dostignuto prvo karakteristično stanje, parametar stanja $\bar{\Psi} = 0$, Slika 6, koeficijent ojačanja teži beskonačnosti i $d\varepsilon_v^p = 0$. Samim tim je i $d\varepsilon_v^e = 0$ i onda važi da je $dp' = 0$. Putanja napona menja smer.

3. $\eta > M$, $\Psi < 0$, $\bar{\Psi} < 0$, $\omega < 0$, $\alpha < 0$, $d\eta > 0$

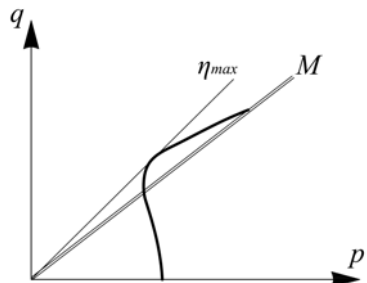
Kada naponski odnos prođe CSL, koeficijent ojačanja je negativan i $d\varepsilon_v^p < 0$, $d\varepsilon_v^e > 0$ i sledi da je $dp' > 0$. Putanja napona se približava CSL sa leve strane. Kako se za $\eta > M$ koeficijent ojačanja povećava, to će za vrednost:

$$\omega = \frac{\kappa - \lambda}{\kappa} \quad (16)$$

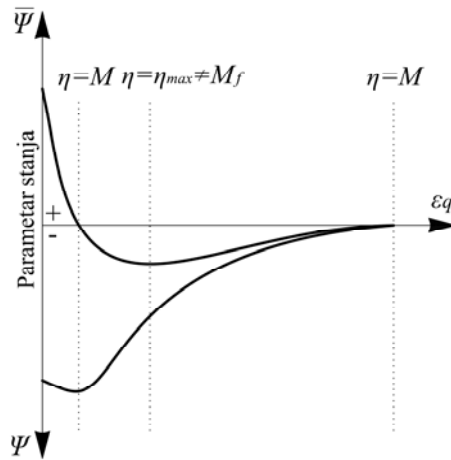
imenilac u izrazu (15) biti nula, a parametar α će imati beskonačnu vrednost. Iz izraza (13) sledi da je tada $d\eta = 0$, odnosno dostignut je vršni naponski odnos η_{max} . Vršni naponski odnos ne odgovara maksimalnoj vrednosti devijatora napona, kao u dreniranim uslovima. Površ tečenja se širi, dok se granična površ skuplja.

4. $\eta \rightarrow M$, $\Psi < 0$, $\bar{\Psi} < 0$, $\omega < 0$, $\alpha > 0$, $d\eta < 0$

Pri daljem deformisanju $\alpha > 0$ i naponski odnos η se smanjuje, tj. $d\eta < 0$ sve dok ne dođe do linije kritičnog stanja $\eta = M$. Tada je $\Psi = 0$ i $\bar{\Psi} = 0$ i beleži se maksimalna vrednost devijatora napona.



Slika 5. Putanja efektivnih napona u nedreniranim uslovima, HASP model
Figure 5. Effective stress path in undrained conditions, HASP model



Slika 6. Parametri stanja u nedreniranim uslovima
Figure 6. State parameters in undrained conditions

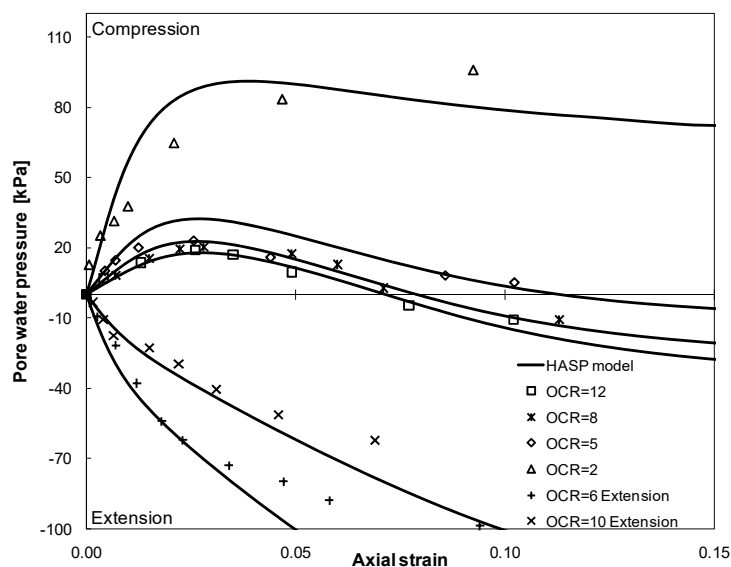
VALIDACIJA HASP MODELA U NEDRENIRANIM USLOVIMA

HASP model je implementiran u komercijalne softvere Abaqus i Plaxis i za različite stepene prekonsolidacije izvršeno je poređenje rezultata simulacije laboratorijskih opita sa eksperimentalnim rezultatima. U Tabeli 1 prikazani su materijalni parametri HASP modela za dva materijala.

Tabela 1. Parametri HASP modela
Table 1. Parameters of HASP model

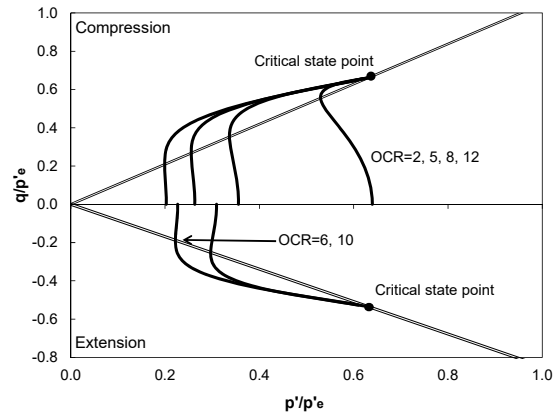
	λ	κ	M_c	M_e	Γ	μ
Cardiff glina, Banerjee & Stipho (1979), CU opiti	0.140	0.050	1.05	0.85	2.63	0.2
Londonska glina, Gasparre (2005), CU opiti	0.168	0.064	0.80	/	2.85	0.2

Na Slici 7 prikazane su veličine pornog pritiska za Cardiff glinu za različite stepene prekonsolidacije u kompresiji (OCR=12, 8, 5, 2) i ekstenziji (OCR=10, 6). Promene pornog pritiska dobijene HASP modelom pokazuju veoma dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima, za sve stepene prekonsolidacije pri triaksijalnoj kompresiji i ekstenziji.



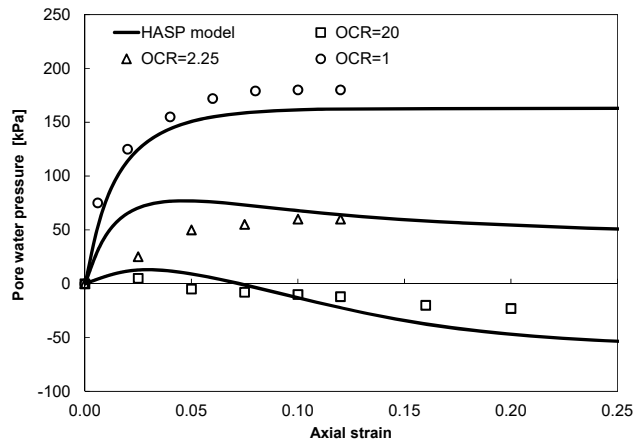
Slika 7. CU opiti, Cardiff glina – porni pritisak
Figure 7. CU tests, Cardiff clay – pore water pressure

Na Slici 8 prikazane su putanje efektivnih napona za sve stepene prekonsolidacije normalizovane ekvivalentnim srednjim efektivnim naponom na liniji izotropne konsolidacije ICL. Postoji dobro predviđanje generalne forme putanje efektivnih napona u zavisnosti od stepena prekonsolidacije. Posledica toga je i adekvatno predviđanje pornog pritiska.



Slika 8. CU opiti, Cardiff glina – normalizovane putanje efektivnih napona
 Figure 8. CU tests, Cardiff clay – normalized effective stress paths

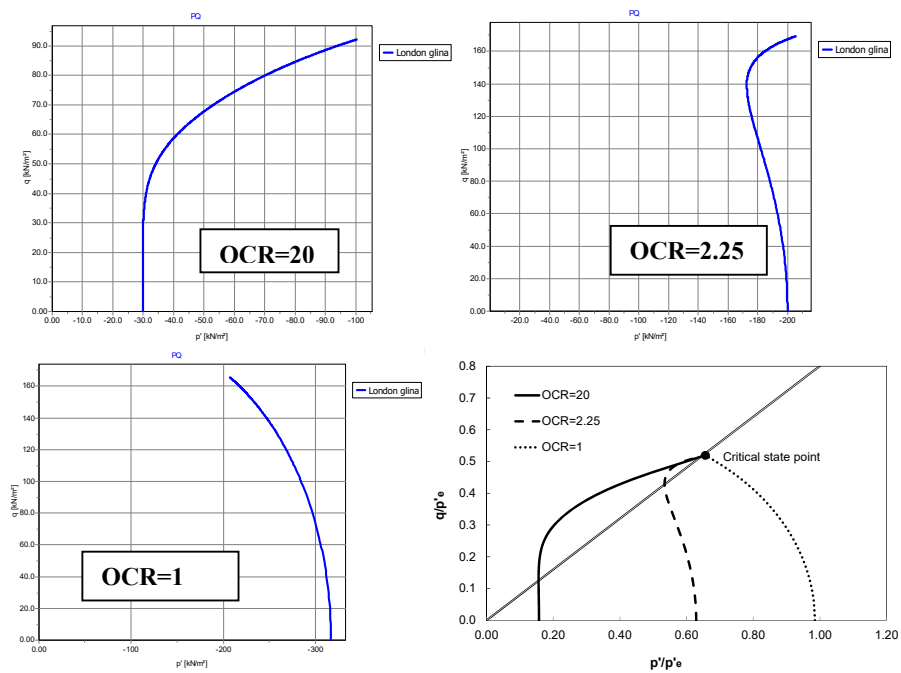
Na Slici 9 prikazani su rezultati ispitivanja Londonske gline u CU opitu triaksijalne kompresije, normalno konsolidovane OCR=1, blago prekonsolidovane OCR=2.25 i jako prekonsolidovane OCR=20. Uočava se veoma dobro slaganje vrednosti pornog pritiska dobijenih HASP modelom sa eksperimentalnim rezultatima za sve stepene prekonsolidacije.



Slika 9. CU opiti, Londonska glina – porni pritisak
 Figure 9. CU tests, London clay – pore water pressure

Različito ponašanje normalno konsolidovanih i prekonsolidovanih gline, u pogledu generisanih pornih pritisaka, može se ilustrovati putanjama efektivnih napona, prema Slici

10. Mogu se uočiti karakteristični oblici putanje napona za različite stepene prekonsolidacije.



Slika 10. CU opiti, Londonska glina – putanje efektivnih napona, rezultati iz Plaxis-a
Figure 10. CU tests, Cardiff clay – effective stress paths, Plaxis results

ZAKLJUČAK

Pokazano je da je parametar stanja koji kombinuje uticaj normalnih napona i koeficijenta poroznosti, definisan u okviru teorije kritičnog stanja, efektivan parametar u konstitutivnim relacijama tla i to pri opisivanju mehaničkog ponašanja u dreniranim i nedreniranim uslovima. Koristeći parametar stanja tla, formulisana je jednačina koeficijenta ojačanja koji kontroliše sve elemente mehaničkog ponašanja prekonsolidovane gline. Izveden je izraz za putanju efektivnih napona u nedreniranim uslovima. Model dobro predviđa generalnu formu putanje efektivnih napona za različite stepene prekonsolidacije. HASP model je implementiran u programe Abaqus i Plaxis i validacija HASP modela je izvršena kroz poređenje sa publikovanim rezultatima nedreniranih opita triaksijalne kompresije i ekstenzije na širokom spektru prekonsolidovanih gline. Prikazani rezultati simulacije opita pokazuju veoma dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima, za sve stepene prekonsolidacije.

LITERATURA

- Banerjee, P.K. & Stipho, A.S.: Elastoplastic model for undrained behavior of heavily overconsolidated clays. *Int J Numer Anal Mech Geomech*; 3(1): 97-103, 1979.
- Been, K. & Jefferies, M.G.: A state parameter for sands. *Géotechnique*, 35(2): 99-112, 1985.
- Cole, E.R.L.: The behaviour of soils in a simple shear apparatus, PhD thesis, Department of Engineering, University of Cambridge, England, 1967.
- Dafalias, Y.F. & Herrmann, L.R.: A bounding surface soil plasticity model. *Proc. Int. Symp. on Soils under Cyclic and Transient Loading*, Vol. 1, Swansea, UK, 335-345, 1980.
- Gasparre, A.: Advanced Laboratory Characterisation of London Clay. PhD Thesis, Imperial College London, 2005.
- Gu, C., Wang, J., Cai, Y., Sun, L., Wang, P. and Dong, Q.: Deformation characteristics of overconsolidated clay sheared under constant and variable confining pressure. *Soils and Foundations*, 56(3): 427-439, 2016
- Jocković, S. & Vukićević, M.: Bounding surface model for overconsolidated clays with new state parameter formulation of hardening rule. *Comput Geotech*, 83:16-29, 2017,
- Nova, R. & Wood, D.M.: A constitutive model for sand in triaxial compression, *Int J Numer Anal Methods Geomech*, 3: 255-78, 1979.
- Stroud, M.A.: The behaviour of sand at low stress levels in the simple-shear apparatus, PhD thesis, University of Cambridge, 1971.
- Roscoe, K.H. & Poorooshasb, H.B.: A theoretical and experimental study of strains in triaxial tests on normally consolidated clays, *Géotechnique*, 1963, 13(1), 12-38.
- Yao, Y.P., Hou, W., Zhou, A.N.: UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays, *Géotechnique*, 59:451-69, 2009, doi:10.1680/geot.2007.00029.