

UNIVERZITET U BEOGRADU
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Irena G. Basarić Ikodinović

**FORMULACIJA KONSTITUTIVNOG MODELA
ZA KOMUNALNI OTPAD I IMPLEMENTACIJA
U METODI KONAČNIH ELEMENATA**

doktorska disertacija

Beograd, 2021

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Irena G. Basarić Ikodinović

**FORMULATION OF CONSTITUTIVE MODEL
FOR MUNICIPAL SOLID WASTE AND
IMPLEMENTATION IN FINITE ELEMENT
METHOD**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2021

Irena G. Basarić Ikodinović

**FORMULACIJA KONSTITUTIVNOG MODELA ZA KOMUNALNI OTPAD I
IMPLEMENTACIJA U METODI KONAČNIH ELEMENATA**

Mentori:

dr Mirjana Vukićević, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

dr Dragoslav Rakić, vanredni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

Članovi komisije:

dr Mirjana Vukićević, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

dr Dragoslav Rakić, vanredni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet

dr Sanja Jocković, docent,
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

Datum odbrane:

Zahvalnost

Doktorska disertacija je proistekla iz istraživanja koja su sprovedena na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu i na Rudarsko-geološkom fakultetu Univerziteta u Beogradu. Navedena istraživanja su bila podržana od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja kroz projekat tehnološkog razvoja TR 36014 pod nazivom "Geotehnički aspekti istraživanja i razvoja savremenih tehnologija građenja i sanacija deponija komunalnog otpada".

Najveću zahvalnost dugujem mentorima i članovima komisije koji su mi pružili podršku, razumevanje i stručne savete tokom izrade disertacije: Prof. Dr Mirjani Vukićević sa Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu na izdvojenom vremenu, stručnim komentarima, smernicama i podršci u toku izrade disertacije; Prof. Dr Dragoslav Rakiću sa Rudarsko-geološkog fakulteta Univerziteta u Beogradu na ideji, motivaciji, stručnim komentarima, a posebno na velikom strpljenju i prijateljskoj podršci; Doc. Dr Sanji Jocković na velikom angažovanju u toku izrade disertacije, strpljenju prilikom odgovaranja na bezbroj pitanja, stručnim savetima i podršci.

Zahvaljujem se kolegama sa Katedre i Departmana za geotehniku Rudarsko-geološkog fakulteta Univerziteta u Beogradu za podršku tokom rada, savete prilikom izrade disertacije, strpljenje i slušanje mojih monologa vezanih za disertaciju, a pre svega na prijateljskoj atmosferi.

Zahvaljujem se kolegama sa Katedre za građevinsku geotehniku Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu na pruženim korisnim informacijama, savetima, saradnji, podršci i prijatnoj atmosferi.

Najveću zahvalnost na podršci i razumevanju dugujem svojoj porodici, mom Milošu, mami, tati i seki, koji su uvek bili uz mene, da me ohrabre, motivišu i kažu izdrži još malo.

Doktorsku disertaciju posvećujem najboljim roditeljima na svetu, mami i tati, za svu ljubav koju su mi pružili, za sve što su mi omogućili i što su uvek tu za sve.

FORMULACIJA KONSTITUTIVNOG MODELA ZA KOMUNALNI OTPAD I IMPLEMENTACIJA U METODI KONAČNIH ELEMENATA

Rezime

Ponašanje komunalnog otpada je nelinearno i veoma kompleksno usled izrazite heterogenosti materijala. Komponente od različitih vrsta materijala, biodegradacija organskih komponenti i veliko sekundarno sleganje usled mehaničkog puzanja nastalog od prepakivanja komponenti otpada zbog biodegradacijskih procesa, prouzrokuju poteškoće u matematičkom opisivanju ponašanja komunalnog otpada. Nelinearni elasto-plastični i viskozni konstitutivni modeli razvijeni za tlo mogu biti osnova konstitutivnog modela za komunalni otpad, ali se oni moraju modifikovati i prilagoditi ponašanju komunalnog otpada. Modifikacija se prvenstveno ogleda u uvođenju vremenski uslovljenih procesa koji se dešavaju u komunalnom otpadu: mehaničko puzanje i biodegradacija.

U okviru ove disertacije formulisan je nelinearni elasto-plastični konstitutivni model za komunalni otpad – MSW (Municipal Solid Waste) model, baziran na teoriji kritičnog stanja i Modifikovanom Cam Clay modelu. MSW model u svojoj formulaciji sadrži priraštaj vremenski zavisnih zapreminskih deformacija usled mehaničkog puzanja i biodegradacije otpada.

MSW model je implementiran u program ABAQUS/CAE, baziran na metodi konačnih elemenata, koristeći korisnički potprogram UMAT i Metodu vodećeg parametra za numeričku integraciju konstitutivnih relacija modela u kojoj je za vodeći parametar usvojen srednji efektivni napon.

Validacija MSW modela je izvršena kroz poređenje sa publikovanim rezultatima edometarskih opita i dreniranih i nedreniranih triaksijalnih opita. Validacije su pokazale odlična poklapanja predviđanja MSW modela sa eksperimentalno dobijenim vrednostima. Mogućnost MSW modela da adekvatno predvidi ponašanje komunalnog otpada je ispitana kroz analizu konturnog problema metodom konačnih elemenata, gde je razmatran problem sleganja eksperimentalne deponije.

Ključne reči: komunalni otpad, konstitutivni model, numerička integracija, metod konačnih elemenata, metoda vodećeg parametra, ABAQUS/CAE

Naučna oblast: Građevinarstvo

Uža naučna oblast: Građevinska geotehnika

FORMULATION OF CONSTITUTIVE MODEL FOR MUNICIPAL SOLID WASTE AND IMPLEMENTATION IN FINITE ELEMENT METHOD

Abstract

Mechanical behaviour of municipal solid waste is nonlinear and very complex due to extreme material heterogeneity. Components of different types of materials, biodegradation of organic components and large secondary settlement due to mechanical creep caused by repackaging of waste components due to biodegradation processes, cause difficulties in mathematically describing the behaviour of municipal solid waste. Nonlinear elastic-plastic and viscous constitutive models developed for soil can be the basis of a constitutive model for municipal solid waste, but they must be modified and adapted to the behaviour of municipal solid waste. The modification is primarily reflected in the introduction of time-dependent processes that occur in municipal solid waste: mechanical creep and biodegradation.

Within this thesis, a nonlinear elastic-plastic constitutive model for municipal solid waste - MSW model, based on the critical state theory and the Modified Cam Clay model, was formulated. The MSW model in its formulation contains the increment of time-dependent volumetric deformations due to mechanical creep and biodegradation of waste.

The MSW model is implemented in the ABAQUS / CAE program, based on the finite element method, using the user subroutine UMAT and the Governing Parameter Method for the numerical integration of constitutive relations of the model in which the mean effective stress is adopted for the governing parameter.

Validation of the MSW model was performed through comparison with published results of oedometer tests and drained and undrained triaxial tests. Validations showed excellent matches of the predictions of the MSW model with the experimentally obtained values. The ability of the MSW model to adequately predict the behaviour of municipal solid waste was tested through the analysis of the boundary value problem by the finite element method, where the problem of the experimental landfill settlement was analysed.

Keywords: constitutive model, numerical integration, finite element method, Governing Parameter Method, ABAQUS/CAE

Scientific field: Civil Engineering

Scientific subfield: Geotechnical Engineering

SADRŽAJ

POPIS SLIKA	iii
POPIS TABELA	viii
1. UVOD	1
1.1 Ciljevi i zadaci istraživanja	2
1.2 Doprinos i primena rezultata istraživanja.....	3
1.3 Organizacija disertacije	3
2. TEORIJSKE OSNOVE	5
2.1 Uvod.....	5
2.2 Naponi i deformacije.....	5
2.3 Osnovni konstitutivni modeli razvijeni za tlo	9
2.3.1 Elastični modeli	9
2.3.2 Elasto-plastični modeli	13
3. SMIČUĆA ČVRSTOĆA I DEFORMABILNOST KOMUNALNOG OTPADA	24
3.1 Uvod.....	24
3.2 Smičuća čvrstoća komunalnog otpada	24
3.3 Određivanje parametara smičuće čvrstoće komunalnog otpada	30
3.3.1 Opiti direktnog smicanja.....	31
3.3.2 Triaksijalni opiti.....	37
3.4 Deformabilnost komunalnog otpada	42
3.4.1 Trenutno i sekundarno sleganje komunalnog otpada	44
3.4.2 Kompozitni modeli sleganja komunalnog otpada	49
4. KONSTITUTIVNI MODELI ZA KOMUNALNI OTPAD	56
4.1 Uvod.....	56
4.2 Konstitutivni model - Singh (2008)	56
4.3 Konstitutivni model - Machado et al. (2002, 2008)	57
4.4 Konstitutivni model - McDougall (2007).....	61
4.5 Konstitutivni model - Babu et al. (2010a).....	63
4.6 Konstitutivni model - Lü et al. (2017, 2018).....	67

4.7 Konstitutivni model - Gao i Kavazanjian (2019)	70
5. FORMULACIJA I NUMERIČKA INTEGRACIJA KONSTITUTIVNOG MODELA ZA KOMUNALNI OTPAD	75
5.1 Uvod	75
5.2 Formulacija konstitutivnog modela – MSW model	75
5.3 Parametri konstitutivnog MSW modela	77
5.3.1 Parametri MCC modela: λ , κ , M , Γ i ν	77
5.3.2 Dodatni parametri αM , Edg i kb	79
5.4 Nelinearna analiza metodom konačnih elemenata	80
5.4.1 Metod tangentne matrice krutosti	81
5.4.2 Newton-Raphson-ov metod	82
5.4.3 Modifikovan Newton-Raphson-ov (MNR) metod	83
5.5 Integracija konstitutivnih jednačina	84
5.5.1 Eksplicitne i implicitne metode integracije	84
5.5.2 Metoda vodećeg parametra (Governing Parameter Method - GPM)	85
5.6 Relacije konstitutivnog modela u konfiguraciji $i+1$	87
5.7 Numerička integracija konstitutivnog modela za komunalni otpad (MSW modela)	91
5.7.1 Poznate veličine na početku inkrementa – konfiguracija i	91
5.7.2 Elastično predviđanje	94
5.7.3 Vodeći parametar ${}^{i+1}p'$ i algoritam numeričke integracije	94
6. IMPLEMENTACIJA I VALIDACIJA FORMULISANOG KONSTITUTIVNOG MODELA	97
6.1 Uvod	97
6.2 Edometarski opiti u ABAQUS-u	97
6.3 Triaksijalni opiti u ABAQUS-u	108
6.4 Sleganje eksperimentalne deponije	117
7. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA I PREPORUKE ZA DALJA ISTRAŽIVANJA	121
7.1 Zaključna razmatranja	121
7.2 Preporuke za dalja istraživanja	122
LITERATURA	124
PRILOG	135

POPIS SLIKA

Slika 1.1 Prikaz klizišta na deponiji Payatas (Filipini) 2000. godine (Jafari et al., 2013)	1
Slika 2.1 Komponentalni naponi u tački – Dekartove ravni (levo), glavni naponi u tački (desno)	5
Slika 2.2 Linearna veza napona i deformacija: a) čist pritisak, b) čisto smicanje.....	9
Slika 2.3 Bilinearni model.....	11
Slika 2.4 K-G model.....	11
Slika 2.5 Hiperbolički model.....	12
Slika 2.6 Naponsko-deformacijska kriva hiperboličkog modela sa prikazom redukcionog faktora.	13
Slika 2.7 Elastično-idealno plastičan Mohr-Coulomb-ov model: a) površ tečenja, b) plastični potencijal.....	14
Slika 2.8 Mohr-ovi krugovi za inkremente deformacija i prikaz ugla dilatancije: a) ravno stanje deformacija, b) triaksijalna kompresija.....	15
Slika 3.1 Zavisnost smičuće čvrstoće i normalnog napona	25
Slika 3.2 Mohr-ov dijagram napona loma	25
Slika 3.3 Bilinearna anvelopa loma (Kavazanjian et al., 1995)	26
Slika 3.4 Trilinearna anvelopa loma (Manassero et al., 1996).....	26
Slika 3.5 Linearna anvelopa loma (Eid et al., 2000)	27
Slika 3.6 Zavisnost ugla unutrašnjeg trenja komunalnog otpada od normalnog napona (Zekkos et al., 2010)	28
Slika 3.7 Preporučena nelinearna anvelopa loma logaritamskog oblika (Zekkos et al., 2010).....	28
Slika 3.8 Nelinearna anvelopa loma hiperboličkog tipa (Maksimović, 2014).....	29
Slika 3.9 Zavisnost sekantnog ugla trenja od normalnog napona (polulogaritamski dijagram)	29
Slika 3.10 Nelinearne anvelope loma hiperboličkog tipa za komunalni otpad u Srbiji (Rakić, 2013)	30
Slika 3.11 Izvođenje opita direktnog smicanja in situ (Keramati et al., 2020)	33

A-sklanjanje prekrivke, B-formiranje uzorka približnih dimenzija 122x122 cm, C-postavljanje donjeg dela kutije, D-postavljanje bočnih strana kutije, E-postavljanje podupirača, F-postavljanje mernog sata i nanošenje opterećenja (normalnog napona)	33
Slika 3.12 Uticaj starosti i dubine na smičuću čvrstoću komunalnog otpada (Feng et al., 2017).....	34
Slika 3.13 Promena parametara smičuće čvrstoće sa dubinom: a) ugla unutrašnjeg trenja, b) kohezije (Feng et al., 2017).....	34
Slika 3.14 Uticaj orijentacije vlakana (Bray et al., 2009).....	35
Slika 3.15 Tipični rezultati opita direktnog smicanja komunalnog otpada (Abreu i Vilar, 2017)	35
Slika 3.16 Prikaz rezultata ispitivanja direktnim smicanjem (Rakić, 2013)	36
Slika 3.17 Uticaj brzine smicanja na mehaničko ponašanje komunalnog otpada u triaksijalnom aparatu (Karimpour-Fard et al., 2011)	39
Slika 3.18 Uticaj sadržaja armirajućih komponenti na smičuću čvrstoću komunalnog otpada (CU – konsolidovani nedrenirani triaksijalni opit; CD – konsolidovani drenirani triaksijalni opit) (Karimpour-Fard et al., 2011)	40
Slika 3.19 Preporučeni opseg anvelopa smičuće čvrstoće (Machado et al., 2014)	41
Slika 3.20 Krive sleganja sa fazama sleganja komunalnog otpada (Kwak, 2014).....	43
Slika 3.21 Zavisnost modifikovanog indeksa primarne kompresije i indeksa kompresibilnosti otpada (Bareither et al, 2012b).....	46
Slika 3.22 Zavisnost modifikovanog indeksa sekundarne kompresije usled mehaničkog puzanja i indeksa kompresibilnosti otpada (Bareither et al., 2013).....	48
Slika 3.23 Reološki model.....	50
Slika 4.1 Rezultati CD triaksijalnih opita za svež komunalni otpad (levo) i otpad star četiri godine (desno) i poređenje sa opisanim modelom (Machado et al., 2008)	61
Slika 4.2 Izotropna kompresija	64
Slika 4.3 Validacija predloženog modela za CU triaksijalni opit: 1-svež otpad, 2-deponovan otpad, 3-veštački pripremljen otpad (Babu et al., 2010a).....	67
Slika 4.4 Simulacija CD triaksijalnog opita za mehanički i biološki tretirani otpad (Bhandari i Powrie, 2013; Lü et al., 2018).....	69
Slika 4.5 Simulacija CD triaksijalnog opita za komunalni otpad (Vilar i Carvalho, 2002; Lü et al., 2018)	70

Slika 4.6 Ponašanje komunalnog otpada – izotropna kompresija (Gao i Kavazanjian, 2019).....	71
Slika 5.1 Površ tečenja oblika elipse i asocijativan zakon tečenja	77
Slika 5.2 Izotropna kompresija – određivanje parametara λ i κ	78
Slika 5.3 Promena zapremine – izotropna kompresija i edometarski opit	78
Slika 5.4 Metoda tangentne matrice krutosti	82
Slika 5.5 Newton-Raphson-ov metod.....	83
Slika 5.6 Modifikovan Newton-Raphson-ov metod.....	83
Slika 5.7 Metoda povratnog preslikavanja (return mapping)	87
Slika 5.8 Algoritam numeričke integracije predloženog konstitutivnog modela	96
Slika 6.1 Osnosimetrična mreža konačnih elemenata – edometarski opit (Helwany, 2007)	98
Slika 6.2 Prikaz konsolidacionog anaerobnog reaktora (Siddiqui et al., 2013).....	99
Slika 6.3 Određivanje modifikovanog indeksa sekundarne kompresije usled mehaničkog puzanja za numeričku simulaciju (dijagrami sekundarnog sleganja za MBT-A1 ($\sigma_n = 50$ kPa), Siddiqui et al., 2013)	100
Slika 6.4 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 1 za $\sigma_n = 50$ kPa, MBT-A1	101
Slika 6.5 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 1 za $\sigma_n = 150$ kPa, MBT-A1	101
Slika 6.6 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 2 za $\sigma_n = 50$ kPa, MBT-A1	102
Slika 6.7 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 2 za $\sigma_n = 150$ kPa, MBT-A1	102
Slika 6.8 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 1 za $\sigma_n = 50$ kPa, MBT-A2	103
Slika 6.9 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 1 za $\sigma_n = 150$ kPa, MBT-A2	103
Slika 6.10 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 2 za $\sigma_n = 50$ kPa, MBT-A2	104
Slika 6.11 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 2 za $\sigma_n = 150$ kPa, MBT-A2	104

Slika 6.12 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – U-1 (Ada Huja)	105
Slika 6.13 Naponsko-deformacijski dijagram – poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije – U-1 (Ada Huja)	106
Slika 6.14 Poređenje dobijenih rezultata formulisanog konstitutivnog modela (MSW modela) i MCC modela U-1 (Ada Huja).....	106
Slika 6.15 Prikaz deformisanog uzorka u numeričkoj simulaciji nakon svih faza optrećenja sa vrednostima vertikalnih pomeranja - U-1 (Ada Huja).....	107
Slika 6.16 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – U-5 (Novi Sad).....	107
Slika 6.17 Naponsko-deformacijski dijagram – poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije – U-5 (Novi Sad)	108
Slika 6.18 Poređenje dobijenih rezultata formulisanog konstitutivnog modela (MSW modela) i MCC modela U-5 (Novi Sad)	108
Slika 6.19 Osnosimetrična mreža konačnih elemenata – triaksijalni opit (Helwany, 2007).....	109
Slika 6.20 Rezultati CU triaksijalnog opita za svež komunalni otpad (Reddy et al., 2015) a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska	110
Slika 6.21 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CU opita svežeg komunalnog otpada (Babu et al.,2010a) a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska.....	111
Slika 6.22 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CU opita svežeg komunalnog otpada (Reddy et al.,2015) a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska.....	112
Slika 6.23 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CU opita svežeg komunalnog otpada (Reddy et al.,2015) a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska.....	113
Slika 6.24 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CU opita svežeg komunalnog otpada (Reddy et al.,2015) a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska.....	114
Slika 6.25 Rezultati CU triaksijalnih opita (Shariatmadari et al., 2010).....	115

Slika 6.26 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CD opita komunalnog otpada (Karimpour-Fard et al.,2011) a) naponsko-deformacijske krive b) promena zapremine	116
Slika 6.27 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CD opita komunalnog otpada (Karimpour-Fard et al.,2011) a) naponsko-deformacijske krive b) promena zapremine	117
Slika 6.28 Sastav komunalnog otpada eksperimentalne deponije (Simões i Catapreta, 2013).....	118
Slika 6.29 Eksperimentalna deponija (Simões i Catapreta, 2013)	118
Slika 6.30 Vremenski dijagram merenih relativnih vertikalnih deformacija za svih šest ćelija (Simões i Catapreta, 2013).....	119
Slika 6.31 Poređenje merenih relativnih vertikalnih deformacija i rezultata numeričke simulacije korišćenjem MSW modela za Ćeliju 1	120
Slika 6.32 Poređenje MCC i MSW modela - Ćelija 1	120

POPIS TABELA

Tabela 3.1 Pregled rezultata opita direktnog smicanja	38
Tabela 3.2 Pregled rezultata triaksijalnih opita.....	42
Tabela 3.3 Uobičajene vrednosti modifikovanog indeksa primarne kompresije.....	45
Tabela 3.4 Tipične vrednosti modifikovanih indeksa kompresije mehaničkog puzanja	48
Tabela 3.5 Vrednosti parametara biodegradacije otpada	49
Tabela 3.6 Vrednosti parametara navedenih modela za proračun sleganja	55
Tabela 4.1 Prikaz parametara hiperboličkog modela (Singh, 2008).....	56
Tabela 4.2 Parametri modela (Machado et al., 2008)	61
Tabela 4.3 Vrednost parametra Λ (McDougall, 2007)	63
Tabela 5.1 Poznate veličine na početku inkrementa	91
Tabela 6.1 Ulazni parametri za numeričku simulaciju – MBT-A1 i MBT-A2.....	99
Tabela 6.2 Veličina i dužina trajanja nanetog opterećenja	105
Tabela 6.3 Vrednosti ulaznih parametara numeričke simulacije	105
Tabela 6.4 Ulazni parametri za simulaciju CU opita	110
Tabela 6.5 Ulazni parametri za simulaciju CD opita	116
Tabela 6.6 Ulazni parametri MSW modela.....	119

1. UVOD

Rast populacije diktira i stvaranje sve većih količina komunalnog otpada. Milioni tona komunalnog otpada se odlažu svakodnevno u svetu. Iako je reciklaža, spaljivanje otpada i drugi vid prerade otpada sve prisutniji poslednjih godina i dalje je klasičan način odlaganja komunalnog otpada na deponijama najjeftiniji, nejjednostavniji, najprisutniji i najnepovoljniji način odlaganja. To je ujedno i najizraženiji način zagađenja životne sredine, pa se gotovo celokupna pažnja posvećuje zaštitnim sistemima i smanjenju štetnih efekata kao što su ispuštanje procednih voda i gasa iz deponije. Analiza geotehničkih činilaca koji podrazumevaju i određivanje fizičko-mehaničkih parametara otpada za potrebe proračuna stabilnosti ove specifične geotehničke konstrukcije, obično se izostavlja. Iz tih razloga, ali i iz nepravilnog načina odlaganja otpada (odlaganje bez dnevne prekrivke, bez kompaktiranja itd.) i usled prevazilaženja preporučenih dimenzija deponije (pogotovo visine) usled prostornog ograničenja za odlaganje otpada, nisu retke pojave nestabilnosti. Ponekada su nestabilnosti kosina, na žalost, i fatalne, pogotovo ako je deponija locirana u blizini naselja ili puteva, kao što je to bio slučaj na deponiji Payatas (Filipini) 2000. godine (Slika 1.1). Zbog mogućnosti takvih pojava sa negativnim i fatalnim posledicama postoji potreba da se za komunalne deponije analiziraju modeli ponašanja kojima bi moglo da se predvidi i prati stanje njihove stabilnosti i deformacije.



Slika 1.1 Prikaz klizišta na deponiji Payatas (Filipini) 2000. godine (Jafari et al., 2013)

Numeričko modeliranje u geotehničkom inženjerstvu obuhvata metode koje bi trebalo da zadovolje granične uslove, varijacije u geometriji terena i promene opterećenja uz korišćenje adekvatnih i realnih konstitutivnih modela. U dosadašnjoj geotehničkoj praksi za matematičko opisivanje naponsko-deformacijskog ponašanja komunalnog otpada, najčešće su korišćeni konstitutivni modeli koji su razvijeni za tlo. Iako su neki vidovi ponašanja otpada slični ponašanju tla, određen broj jedinstvenih karakteristika otpada nije uključen u konstitutivne modele za tlo (velika kompresibilnost, armirajuće komponente i biodegradacija).

Neophodno je formulisati adekvatan konstitutivni model za komunalni otpad koji će sa optimalnim brojem parametara uzeti u obzir specifičnosti mehaničkog i biološkog ponašanja otpada kroz vreme.

Sa ubrzanim razvojem kompjuterske tehnologije i softvera, kompleksnost konstitutivnog modela i njegova implementacija u određeni softver više ne predstavljaju problem, jer se sada za prihvatljivo vreme rešava određeni konturni problem. U takvim konstitutivnim modelima značajan problem predstavlja određivanje materijalnih parametara modela. Tako da je najvažnije da konstitutivni model koji se razvija ima optimalan broj ulaznih parametara koji imaju jasno fizičko značenje i mogu se odrediti iz konvencionalnih laboratorijskih ili terenskih opita, a da u isto vreme daje dovoljno tačna predviđanja ponašanja materijala.

Ponašanje komunalnog otpada je nelinearno i veoma kompleksno usled izrazite heterogenosti materijala. Komponente od različitih vrsta materijala, biodegradacija organskih komponenti i veliko sekundarno sleganje usled mehaničkog puzanja nastalog od prepakivanja komponenti otpada zbog biodegradacijskih procesa, prouzrokuju poteškoće u matematičkom opisivanju ponašanja komunalnog otpada. Nelinearni elasto-plastični i viskozni konstitutivni modeli razvijeni za tlo mogu biti osnova konstitutivnog modela za komunalni otpad, ali se oni moraju modifikovati i prilagoditi ponašanju komunalnog otpada. Modifikacija se prvenstveno ogleda u uvođenju vremenski uslovljenih procesa koji se dešavaju u komunalnom otpadu: mehaničko puzanje i biodegradacija.

1.1 Ciljevi i zadaci istraživanja

Prvi cilj doktorske disertacije je formulisanje nelinearnog konstitutivnog modela za opisivanje naponsko-deformacijskih relacija komunalnog otpada. Osnovu razvijenog konstitutivnog modela predstavlja elasto-plastični konstitutivni model razvijen u okviru koncepta kritičnog stanja za opisivanje ponašanja normalno do blago prekonsolidovanih glina (Modifikovan Cam Clay model). Model je neophodno dalje modifikovati uvođenjem vremenski zavisnih komponenti čime se u obzir uzimaju procesi koji su prisutni u komunalnom otpadu – mehaničko puzanje i biodegradacija.

Drugi cilj je implementacija razvijenog konstitutivnog modela u numeričkoj metodi konačnih elemenata, formulisanjem numeričke procedure za integraciju napona.

Treći cilj disertacije je formulisanje smernica za određivanje potrebnih parametara za razvijeni konstitutivni model, koji su uslovljeni prvenstveno sastavom otpada, sadržajem organskih komponenti, starošću otpada, uslovima biodegradacije (posebno za sanitarnu, a posebno za bioreaktorsku deponiju) i načinom deponovanja otpada.

U skladu sa postavljenim ciljevima doktorske disertacije, zadaci istraživanja su sledeći:

- pregled i analiza dosadašnjih istraživanja vezanih za određivanje parametara smičuće čvrstoće i deformabilnosti komunalnog otpada
- pregled postojećih konstitutivnih modela za komunalni otpad
- matematička formulacija konstitutivnog modela za komunalni otpad koji na adekvatan način opisuje naponsko-deformacijsko ponašanje komunalnog otpada
- predlog preliminarnih vrednosti parametara pri analizi konkretnog problema
- formulisanje numeričke procedure za integraciju napona i implementacija konstitutivnog modela u nelinearnoj metodi konačnih elemenata
- analiza, diskusija i interpretacija rezultata dobijenih na osnovu izvršenih numeričkih simulacija sa implementiranim konstitutivnim modelom
- formulisanje smernica za primenu predloženog konstitutivnog modela i formulisanje smernica za dalja istraživanja i eventualna poboljšanja modela.

1.2 Doprinos i primena rezultata istraživanja

Doprinos doktorske disertacije se ogleda u ispunjenju zadatih ciljeva disertacije. Formiranje novog nelinearnog elasto-plastičnog modela za komunalni otpad sa jasno definisanim parametrima modela je prvi doprinos ove disertacije. Njegova implementacija u nelinearnoj metodi konačnih elemenata je naredni doprinos disertacije, s obzirom da je veoma mali broj razvijenih konstitutivnih modela u dosadašnjoj literaturi i implementiran u neku od numeričkih metoda (metod konačnih elemenata, metod konačnih razlika, metod diskretnih elemenata). Takođe, doprinos disertacije predstavlja i davanje preporuka za preliminarnu procenu ulaznih parametara konstitutivnog modela.

Primena rezultata istraživanja jeste mogućnost korišćenja formulisanog konstitutivnog modela u metodi konačnih elemenata za numeričke simulacije geotehničkih proračuna (dugotrajnih sleganja deponija, stabilnosti kosina deponija i nosivosti komunalnog otpada) za potrebe izgradnje objekata na samoj deponiji ili procenu mogućnosti gradnje nakon zatvaranja deponije komunalnog otpada. Formulirani konstitutivni model i detaljno prikazan algoritam za njegovu implementaciju u metodi konačnih elemenata, pruža mogućnost implementiranja modela i u neki drugi kompjuterski program baziran na metodi konačnih elemenata, koji je više prilagođen rešavanju geotehničkih problema u odnosu na ABAQUS koji je korišćen pri izradi ove disertacije.

1.3 Organizacija disertacije

Doktorska disertacija je podeljena u sedam poglavlja. Nakon Uvoda, koji predstavlja Poglavlje 1, sledi narednih šest poglavlja čiji je kratak sadržaj dat u nastavku teksta.

U **Poglavlju 2** su date teorijske osnove na kojima se zasniva razvijanje konstitutivnog modela u disertaciji. Prvo su prikazane osnove iz analize napona i deformacija koje predstavljaju bazu za formulisanje bilo kog konstitutivnog modela, zatim sledi prikaz osnovnih konstitutivnih modela razvijenih za tlo, koji predstavljaju osnovu za razvoj konstitutivnog modela za komunalni otpad. Prikazani su najzastupljeniji i najčešće korišćeni konstitutivni modeli u geotehničkom inženjerstvu: linearno elastičan, nelinearno elastični modeli, elasto-idealno plastičan model i elasto-plastični model.

U **Poglavlju 3** je dat pregled literature. Poglavlje započinje načinom definisanja smičuće čvrstoće komunalnog otpada, zatim metodologijom određivanja parametara smičuće čvrstoće i problematikom koja se javlja pri njihovom određivanju uz prikaz publikovanih parametara smičuće čvrstoće. Poglavlje se nastavlja sa predloženim modelima za proračun sleganja komunalnog otpada i sa načinom određivanja parametara stišljivosti i njihovim vrednostima publikovanim u dosadašnjoj literaturi.

U **Poglavlju 4** su prikazani i opisani razvijeni konstitutivni modeli za komunalni otpad publikovani u dosadašnjoj literaturi. Za svaki od razvijenih konstitutivnih modela dat je potreban broj ulaznih parametara, predviđanja naponsko-deformacijskog ponašanja komunalnog otpada i kritički osvrt sa navedenim prednostima i nedostacima svakog od navedenih konstitutivnih modela.

U **Poglavlju 5** je formulisan konstitutivni model za komunalni otpad – MSW (Municipal Solid Waste) model i numerička integracija konstitutivnog modela. Poglavlje započinje sa formulacijom konstitutivnog modela uz preporuke za određivanje ili usvajanje parametara modela. Nastavlja se opštim delom o nelinearnoj analizi metodom konačnih elemenata i načinom integracije. Zatim je formulisan algoritam za numeričku integraciju konstitutivnih relacija koji omogućava implementaciju modela u softverski paket baziran na metodi konačnih elemenata. Izabrana metoda integracije je Metoda vodećeg parametra – GPM (Governing Parameter Method) metoda.

U **Poglavlju 6** je prikazana validacija formulisanog konstitutivnog modela – MSW modela. Model je implementiran u programski softver ABAQUS/CAE koristeći potprogram UMAT i koristeći numeričku proceduru za integraciju napona prikazanu u prethodnom poglavlju. Izvršeno je poređenje numeričkih simulacija sa eksperimentalnim istraživanjima publikovanim u literaturi (triaksijalni opiti i edometarski opiti) i sa numeričkom simulacijom konturnog problema metodom konačnih elemenata. Prikazane su prednosti modela u odnosu na modele razvijene za tlo koji u sebi nemaju vremenski uslovljene komponente plastičnih zapreminskih deformacija.

Poglavlje 7 je završno poglavlje gde je dat rezime istraživanja sa zaključcima i daljim preporukama za razvoj konstitutivnog modela za komunalni otpad.

Doktorska disertacija se završava spiskom korišćene literature, Prilogom u kom je dat Fortran kod za implementaciju konstitutivnog modela i kraćom biografijom autora.

2. TEORIJSKE OSNOVE

2.1 Uvod

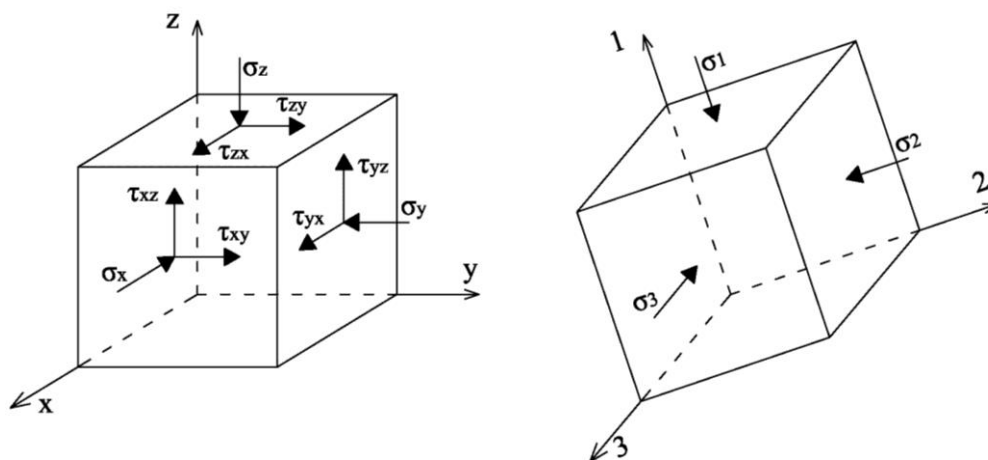
Mehanika otpada, kao veoma mlada naučna disciplina, je bazirana na mehanici tla, tako da će se teorijske osnove prikazane u ovom poglavlju odnositi na osnove konstitutivnog modeliranja tla. Naponsko-deformacijsko ponašanje tla je veoma kompleksno, jer je tlo nehomogeno i anizotropan materijal sačinjen od čvrstih zrna različitog oblika i veličine, pora koje su potpuno ili delimično ispunjene vazduhom i vodom, nelinearnog odnosa između napona i deformacija od rane faze opterećivanja, zavistan od istorije opterećivanja i vremena. Ako uzmemo u obzir sve osobine materijala kakvo je tlo, praktično je nemoguće formirati konstitutivni model koji će sve osobine uzeti u obzir. Do današnjeg datuma nije razvijen konstitutivni model koji u potpunosti opisuje naponsko-deformacijsko ponašanje različitih vrsta tla, a samim tim ni za ponašanje komunalnog otpada koji je još kompleksniji materijal za matematičko opisivanje.

Najveći izazov je napraviti balans između potrebnog broja ulaznih parametara i matematičkog modela za opisivanje ponašanja materijala. Pri tome treba voditi računa o jasnom fizičkom značenju ulaznih parametara i načinu njihovog određivanja (određivanje parametara iz konvencionalnih laboratorijskih i terenskih opita).

Određeni broj konstitutivnih modela je široko raspostranjen i implementiran u gotovo svim programima za numeričku analizu geotehničkih problema: elastični model, elastično-idealno plastični Mohr-Coulomb-ov model i elasto-plastični Cam clay model (Wood, 2004). Navedeni konstitutivni modeli će biti prikazani u nastavku poglavlja.

2.2 Naponi i deformacije

Mehanika tla je bazirana na osnovnim principima mehanike kontinuuma i sve veze između napona i deformacija su izvedene u skladu sa konvencijom o znaku gde se naponi pritiska smatraju pozitivnim.



Slika 2.1 Komponentalni naponi u tački – Dekartove ravni (levo), glavni naponi u tački (desno)

Prostorno stanje napona u tački napregnutog tela je poznato ako znamo vektore totalnih napona za tri nekomplanarne ravni. Vektor totalnog napona se može razložiti na tri međusobno upravna

pravca: pravac normale – normalni napon σ i na dva pravca koja leže u ravni – tangencijalni (smičući) naponi τ . Sledi da je stanje napona u tački napregnutog tela opisano preko tenzora drugog reda. Ako usvojimo Dekartov xyz koordinatni sistem (Slika 2.1 levo), tenzor napona σ glasi:

$$\sigma = \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Pošto važi stav o konjugovanosti smičućih napona koji glasi da je projekcija smičućeg napona za ravan čija je normala u pravcu i na pravac j jednaka projekciji smičućeg napona za ravan sa normalom u pravcu j na pravac i , sledi:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (2.2)$$

Tenzor napona je simetričan i imamo šest međusobno nezavisnih komponenti tenzora napona koje je potrebno odrediti da bismo u potpunosti opisali stanje napona u tački.

Pored prikazanih komponentalnih napona za Dekartove ravni koji čine tenzor napona postoje ravni u kojima su smičući naponi jednaki nuli i te ravni nazivamo glavnim ravnima, a njihove normalne napone glavnim naponima: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ (Slika 2.1 desno). Glavni naponi su povezani sa komponentama tenzora napona i određuju se preko karakteristične sekularne jednačine:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (2.3)$$

U karakterističnoj jednačini, I_1, I_2 i I_3 se nazivaju invarijante napona, nezavisne su od izbora orijentacije koordinatnog sistema (vezane su samo za tačku napregnutog tela) i definisane su preko sledećih izraza:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (2.4)$$

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \quad (2.5)$$

$$I_3 = \det \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (2.6)$$

Tenzor napona se može razložiti na sferni i devijatorski deo i na taj način se razdvaja promena zapremine tela bez promene oblika i promena oblika tela bez promene zapremine, respektivno.

Sferni deo tenzora napona:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{I_1}{3} \delta_{ij} \quad (2.7)$$

Devijatorski deo tenzora napona glasi:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{I_1}{3} \delta_{ij} \quad (2.8)$$

gde je δ_{ij} Kronecker-ov delta simbol za koji važi:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.9)$$

Na osnovu istih relacija koje važe za tenzor napona se mogu dobiti prva, druga i treća invarijanta devijatorskog dela tenzora napona J_1 , J_2 i J_3 . U konstitutivnom modeliranju od posebnog značaja je druga invarijanta J_2 koja u razvijenom obliku glasi:

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \quad (2.10)$$

Pogodno je takođe koristiti invarijante u formi srednjeg napona p i devijatorskog napona q , jer su tako definisane vrednosti nezavisne od orijentacije osa koordinatnog sistema, a i zbog interpretacije rezultata laboratorijskih ispitivanja triaksijalnim aparatom koji spada u standardne i vrlo česte laboratorijske opite.

$$p = \frac{I_1}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (2.11)$$

$$q = \sqrt{3J_2} \quad (2.12)$$

Analiza deformacija je u potpunosti analogna sa analizom napona. Tenzor deformacija glasi:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

gde su:

ε – dilatacija (relativno skraćivanje/izduženje)

γ – klizanje (promena prvobitno pravog ugla između pravaca)

Pojam dilatacija iz Mehanike kontinuuma se izbegava u Mehanici tla zbog relativno lakog mešanja sa pojmom dilatancija (povećanje zapremine pri smicanju) i na dalje će se koristiti pojam deformacija.

Invarijante tenzora deformacija su definisane sledećim izrazima:

$$I_{\varepsilon 1} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (2.14)$$

$$I_{\varepsilon 2} = \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x - \left(\frac{1}{2}\gamma_{xy}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\gamma_{yz}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\gamma_{zx}\right)^2 \quad (2.15)$$

$$I_{\varepsilon 3} = \det \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (2.16)$$

Tenzor deformacija se na isti način kao i tenzor napona može razložiti na sferni i devijatorski deo, tako da važi jednakost:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3} I_{\varepsilon 1} \delta_{ij} + \varepsilon'_{ij} \quad (2.17)$$

U tlu se deformacija deli na zapreminsku deformaciju ε_v – promena zapremine tla bez promene oblika i na smičuću deformaciju ε_q – promena oblika bez promene zapremine. I u analizi deformacija je od posebnog značaja druga invarijanta devijatorskog dela tenzora deformacija $I'_{\varepsilon 2}$ preko koje se definiše smičuća deformacija, odnosno deformacija promene oblika ε_q .

$$\varepsilon_v = I_{\varepsilon 1} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (2.18)$$

$$\varepsilon_q = 2 \sqrt{\frac{1}{3} I'_{\varepsilon 2}} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon'_{ij} \varepsilon'_{ij}} \quad (2.19)$$

Sledi:

$$\varepsilon_q = \sqrt{\frac{2}{3} \left[\left(\varepsilon_x - \frac{\varepsilon_v}{3} \right)^2 + \left(\varepsilon_y - \frac{\varepsilon_v}{3} \right)^2 + \left(\varepsilon_z - \frac{\varepsilon_v}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right]} \quad (2.20)$$

Ili izraženo samo preko komponentalnih deformacija, bez zapreminske deformacije:

$$\varepsilon_q = \frac{1}{3} \sqrt{2 \left[(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 \right] + 3(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \quad (2.21)$$

Promena zapreminske deformacije u tlu se može izraziti i preko odnosa promene zapremine ΔV i prvobitne zapremine elementa tla V (Maksimović, 2014) i glasi:

$$\Delta \varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} \quad (2.22)$$

$$V = V_w + V_s \quad (2.23)$$

Zapremina zasićenog tla se sastoji od zapremine vode V_w i zapremine čvrstih čestica V_s i pretpostavlja se da su voda i čvrste čestice praktično nestišljivi, tako da zapremina tla može da se promeni samo ako se voda istisne iz pora ili ako tlo upije vodu, odnosno:

$$\Delta V = \Delta V_w \quad (2.24)$$

Koeficijent poroznosti definisan kao odnos zapremine pora V_v i zapremine čvrstih čestica tla glasi:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{V_w}{V_s} \quad (2.25)$$

Dok je promena koeficijenta poroznosti jednaka:

$$\Delta e = \frac{\Delta V}{V_s} \quad (2.26)$$

Odakle sledi:

$$\Delta V = V_s \Delta e \quad (2.27)$$

Promena zapreminske deformacije postaje:

$$\Delta \varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \frac{V_s \Delta e}{V_s + V_w} \quad (2.28)$$

I konačno veza između promene zapreminske deformacije i promene koeficijenta poroznosti glasi:

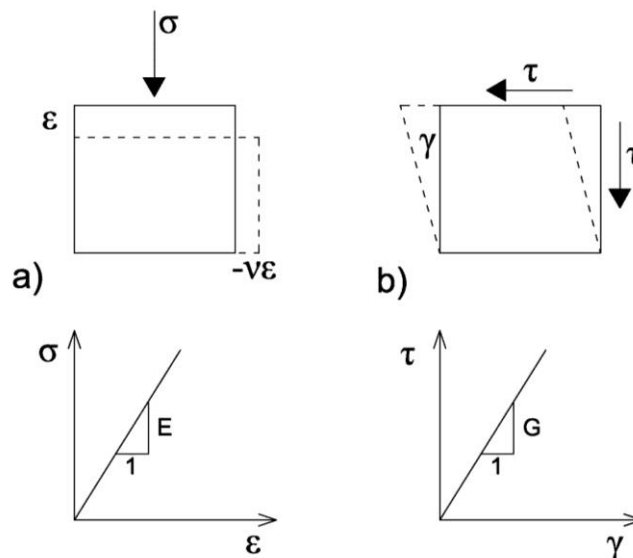
$$\Delta \varepsilon_v = \frac{\Delta e}{1 + e} \quad (2.29)$$

2.3 Osnovni konstitutivni modeli razvijeni za tlo

2.3.1 Elastični modeli

Linearno elastični model

Linearna veza između napona i deformacija je najjednostavnija veza koja daje konstantnu proporcionalnost između inkrementa napona i inkrementa deformacija (Slika 2.2).



Slika 2.2 Linearna veza napona i deformacija: a) čist pritisak, b) čisto smicanje

Konstitutivni modeli za tlo se obično zasnivaju na principu efektivnih napona koji je formulisao Terzaghi (1936), važi za zasićena tla i definiše efektivni normalni napon σ' koji je jednak razlici totalnog normalnog napona σ i pornog pritiska u , a promena zapremine, promena oblika i promena smičuće čvrstoće tla zavise isključivo od efektivnih napona. Nadalje će sve relacije konstitutivnih modela biti izražene preko efektivnih napona.

Ako je materijal linearno elastičan, izotropan i homogen, veza između inkremenata napona i deformacija se može napisati u obliku:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \\ d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \\ d\gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma'_x \\ d\sigma'_y \\ d\sigma'_z \\ d\tau_{yz} \\ d\tau_{zx} \\ d\tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Odnosno:

$$\begin{bmatrix} d\sigma'_x \\ d\sigma'_y \\ d\sigma'_z \\ d\tau_{yz} \\ d\tau_{zx} \\ d\tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \\ d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \\ d\gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Kod matrice fleksibilnosti materijala, izraz (2.30), osnovne promenljive veličine su priraštaji napona, dok su kod matrice krutosti materijala, izraz (2.31), osnovne promenljive priraštaji deformacija. Obe matrice su simetrične za linearno-elastičan izotropan materijal i u potpunosti su definisane preko dva parametra: Poisson-ovog koeficijenta ν i Young-ovog modula elastičnosti E . Matrica krutosti materijala, odnosno konstitutivna matrica D^e za elastičan materijal glasi:

$$D^e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Ako konstitutivne veze izrazimo u formi koja je prikladnija za tlo, preko srednjeg efektivnog napona p' i devijatora napona q , dobijamo sledeće relacije:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

U matricama su uvedena dva modula: zapreminski modul K i modul smicanja G :

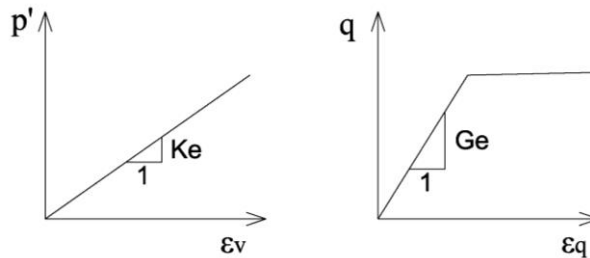
$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2.35)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.36)$$

Nelinearno elastičan model

Linearno elastičan model ne opisuje na adekvatan način realno ponašanje tla koje je nelinearno već pri vrlo malim deformacijama. Prvi korak ka unapređenju konstitutivnog modela je svakako nelinearno elastičan konstitutivni model u kom elastične konstante materijala variraju u zavisnosti od nivoa napona. Opisana su tri nelinearno elastična modela: bilinearni, K-G model i hiperbolički model (Potts i Zdravković, 1999) od kojih je svakako češće koristi hiperbolički model.

Bilinearni model pretpostavlja da su zapreminski modul i modul smicanja konstantni dok stanje napona ne dostigne uslov loma. U tom slučaju, vrednost smičućeg modula se uzima kao veoma mala vrednost, jer za vrednost nula modula smicanja, došlo bi do numeričke nestabilnosti u metodi konačnih elemenata. Ako bi se po dostizanju loma tlo rasteretilo, vrednost modula smicanja bi bila njegova inicijalna vrednost, pre loma. Rezultujuće naponsko-deformacijske zavisnosti su prikazane na Slici 2.3.



Slika 2.3 Bilinearni model

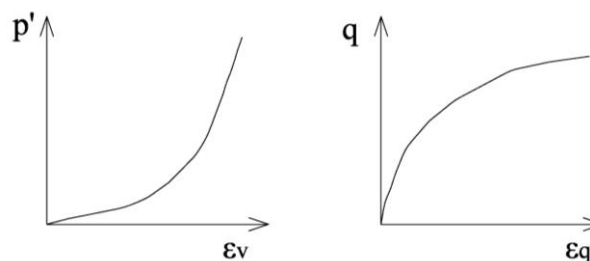
Ovaj model zahteva dva elastična parametra K_e i G_e da bi se definisalo elastično ponašanje materijala pre loma. Pored ova dva parametra, treba odrediti i parametre koji definišu površ loma. Ako koristimo Mohr-Coulomb-ovu anvelopu loma, u tom slučaju treba definisati još dva parametra, koheziju c' i ugao unutrašnjeg trenja φ' .

K-G model predstavlja proširenje prethodnog bilinearnog modela. Tangencijalni (inkrementalni) zapreminski K_t i smičući modul G_t su definisani preko invarijanti napona:

$$K_t = K_{t0} + \alpha_K p' \quad (2.37)$$

$$G_t = G_{t0} + \alpha_G p' + \beta_G q \quad (2.38)$$

Model zahteva pet ulaznih parametara da bi opisao ponašanje materijala koji se mogu dobiti na osnovu laboratorijskih podataka. Rezultujući naponsko-deformacijski dijagrami su prikazani na Slici 2.4.



Slika 2.4 K-G model

Hiperbolički model je svakako najviše korišćen model za tlo od svih nelinearno elastičnih modela. Prethodna dva modela su u osnovi inkrementalna u smislu da direktno definišu promenu u tangencijalnim modulima, dok hiperbolički model daje vezu za akumulirane napone i deformacije. Zatim se model diferencira da bi se dobila inkrementalna forma koja je neophodna za implementaciju u metodi konačnih elemenata.

Model je originalno razvio Kondner (1963), a zatim je proširen od strane Duncan-a i saradnika (1970) i poznat je kao Duncan-Chang model (DC model). Prvenstveno je model razvijen za nedrenirane uslove baziran na dva ulazna parametra sa pretpostavkom vrednosti Poisson-ovog koeficijenta od 0.5, a zatim je dodatno prilagođen i za drenirane uslove u tlu sa ukupno pet ulaznih parametara modela.

Naponsko-deformacijska veza u formi jednačine hiperbole predložena od strane Kondner-a glasi:

$$(\sigma'_1 - \sigma'_3) = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (2.39)$$

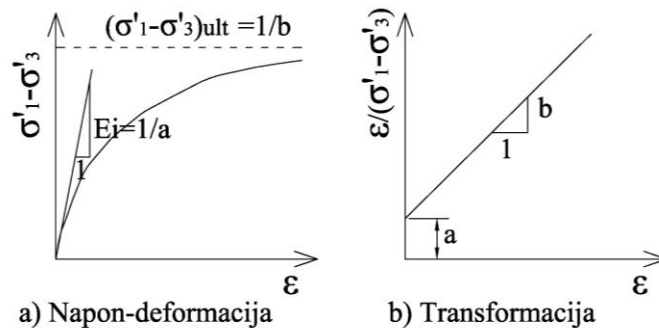
gde su:

σ'_1, σ'_3 – maksimalna i minimalna vrednost normalnog efektivnog napona (glavni naponi)

ε – aksijalna deformacija

a, b – materijalne konstante

Materijalna konstanta a predstavlja recipročnu vrednost inicijalnog tangentskog Young-ovog modula E_i dok je konstanta b jednaka recipročnoj vrednosti ultimativnog (graničnog) devijatora napona $(\sigma'_1 - \sigma'_3)_{ult}$ za beskonačnu deformaciju, što predstavlja asimptotu hiperbole (Slika 2.5).



Slika 2.5 Hiperbolički model

Kondner (1963) je istakao da je ultimativna vrednost devijatora napona veća od vrednosti devijatora napona pri lomu, tako da su Duncan i Chang (1970) uveli redukcioni faktor R_f koji predstavlja odnos ova dva devijatora napona (Slika 2.6):

$$R_f = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f}{(\sigma'_1 - \sigma'_3)_{ult}} \quad (2.40)$$

$(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f$ predstavlja vrednost devijatora napona pri lomu ili pri maksimalnoj vrednosti aksijalne deformacije (obično 20% u triaksijalnim aparatima) i može biti izražen preko Mohr-Coulomb-ovog uslova loma kao:

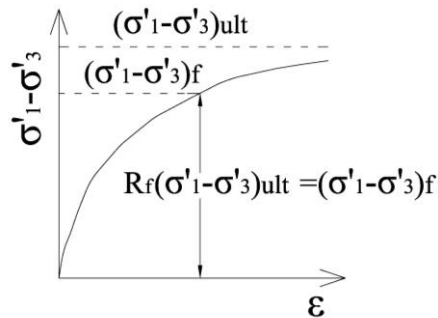
$$(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f = \frac{2c' \cos \varphi' + 2\sigma'_3 \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \quad (2.41)$$

gde su c' , φ' kohezija i ugao unutrašnjeg trenja za efektivno naponsko stanje, a σ'_3 vrednost manjeg glavnog efektivnog napona.

Vrednost inicijalnog tangentnog modula elastičnosti E_i se može izraziti u sledećem obliku (Janbu, 1963):

$$E_i = KP_a \left(\frac{\sigma'_3}{P_a} \right)^n \quad (2.42)$$

gde su P_a vrednost atmosferskog pritiska (101.33 kPa), K i n su bezdimenzionalni parametri koji određuju veličinu i varijaciju modula E_i sa veličinom napona σ'_3 .



Slika 2.6 Naponsko-deformacijska kriva hiperboličkog modela sa prikazom redukcionog faktora

Na osnovu jednačina (2.39), (2.40), (2.41) i (2.42) dobija se konačni izraz za hiperbolički model Duncan-Chang-a:

$$(\sigma'_1 - \sigma'_3) = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{KP_a \left(\frac{\sigma'_3}{P_a} \right)^n} + \frac{\varepsilon R_f (1 - \sin \varphi')}{2c' \cos \varphi' + 2\sigma'_3 \sin \varphi'}} \quad (2.43)$$

Ovako predložen konstitutivni model je definisan koristeći pet parametara: K , n , R_f , c' i φ' koji se mogu odrediti iz konvencionalnih laboratorijskih opita u mehanici tla. Duncan-Chang-ov model važi i za drenirane i za nedrenirane uslove u tlu.

2.3.2 Elasto-plastični modeli

Elasto-plastični konstitutivni modeli na adekvatniji način opisuju ponašanje tla, relativno su jednostavni, ali ne mogu simulirati u potpunosti ponašanje realnog tla. Postoje elastično-idealno plastični modeli, elasto-plastični modeli sa deformacijskim ojačanjem i elasto-plastični modeli sa deformacijskim omekšanjem. U okviru svakog elasto-plastičnog modela, potrebno je definisati: površ tečenja unutar koje su deformacije elastične, zakon tečenja, odnosno površ plastičnog potencijala koja kontroliše način plastičnog deformisanja i zakon ojačanja/omekšanja (ako postoji) koji predstavlja kriterijum za nastavak tečenja nakon dostignute granice tečenja.

Elasto-idealno plastični modeli

Prve elasto-idealno plastične konstitutivne modele su razvili Tresca i von Mises koji važe samo za totalne napone i mogu se primeniti samo za nedrenirane uslove u tlu. Zatim su razvijeni elasto-idealno plastični konstitutivni modeli i za efektivne napone na osnovu Coulomb-ovog uslova loma: Mohr-Coulomb-ov model i Drucker-Prager-ov model.

Kod svih elasto-plastičnih modela vektor inkremenata deformacije $d\boldsymbol{\varepsilon}$ se deli na elastični (reverzibilni) deo $d\boldsymbol{\varepsilon}^e$ i na plastični (ireverzibilni) deo $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$ tako da važi:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (2.44)$$

Inkrement elastične deformacije se javlja pri svakoj promeni napona $d\boldsymbol{\sigma}$, gde je $d\boldsymbol{\sigma}$ vektor inkremenata napona koji ima šest komponenti u Dekartovom koordinatnom sistemu i važi jednakost:

$$d\boldsymbol{\sigma} = D^e d\boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (2.45)$$

gde je:

D^e – elastična matrica krutosti metrijala (izraz (2.32), odnosno (2.34) za invarijante napona – izotropan materijal)

$$\begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{bmatrix} \quad (*2.34)$$

Na ovaj način je definisan prvi korak za elasto-idealno plastičan model, a to je opis elastičnog ponašanja materijala. Sledeći korak je definisanje površi tečenja, odnosno oblasti u okviru koje se materijal ponaša elastično. Kada se dostigne površ tečenja, materijal, u ovom slučaju, počinje da teče pri konstantnom naponu, odnosno počinje da se ponaša idealno plastično. Površ tečenja je matematički opisana preko funkcije tečenja:

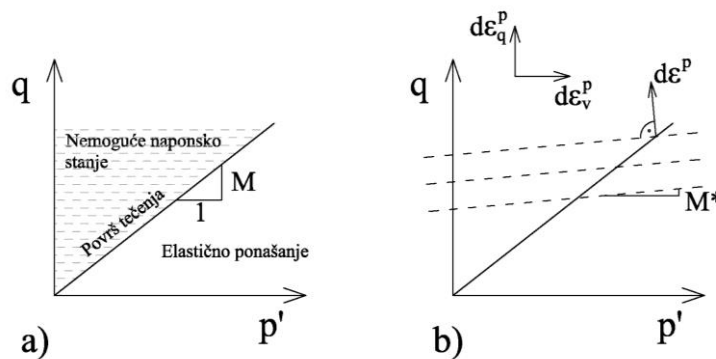
$$f(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \quad (2.46)$$

Inkrement plastičnih deformacija se javlja samo u slučaju da je stanje napona na površi tečenja tako da važi:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \Rightarrow df = \frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (2.47)$$

Kod elastično-idealno plastičnog Mohr-Coulomb-ovog modela, funkcija tečenja je data preko sledeće relacije (u zavisnosti od p' i q) i prikazana je na Slici 2.7.

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = f(p', q) = q - Mp' \quad (2.48)$$



Slika 2.7 Elastično-idealno plastičan Mohr-Coulomb-ov model: a) površ tečenja, b) plastični potencijal

Ako je $f(p', q) < 0$ tlo se ponaša elastično, ako je $f(p', q) = 0$ tlo teče i dolazi do plastičnih deformacija, dok je $f(p', q) > 0$ nemoguće naponsko stanje (Slika 2.7a). Vrednost parametra tla M se može definisati preko ugla unutrašnjeg trenja:

$$M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'} - \text{kompresija} \quad (2.49)$$

$$M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 + \sin \varphi'} - \text{ekstenzija} \quad (2.50)$$

Konačno treba definisati pravac priraštaja plastičnih deformacija kada se naponska tačka nalazi na površi tečenja. Funkcija plastičnog potencijala definiše pravac priraštaja plastičnih deformacija koji je u pravcu normale na površ plastičnog potencijala (Slika 2.7b):

$$g(\sigma) = g(p', q) = q - M^* p' + k = 0 \quad (2.51)$$

gde je k proizvoljna promenljiva koja omogućava da se definiše funkcija plastičnog potencijala za trenutno naponsko stanje, a M^* je još jedan parametar tla definisan u nastavku teksta.

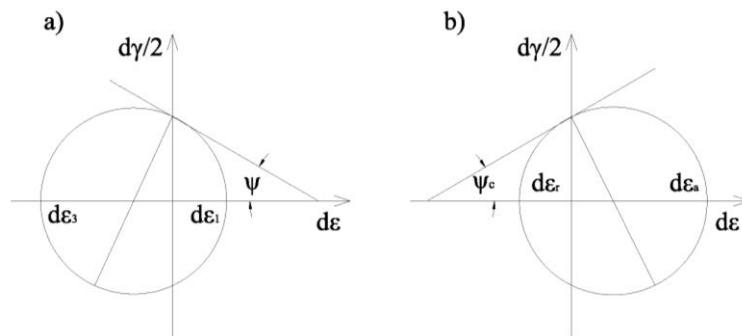
Kao što se može videti sa Slike 2.7b, vektor inkremenata plastične deformacije je upravan na funkciju plastičnog potencijala za trenutno naponsko stanje, tako da važi:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\varepsilon_q^p \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial p'} \\ \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} -M^* \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

gde je μ skalarni multiplikator koji određuje magnitudu inkremenata plastičnih deformacija. Odnos dve komponente plastične deformacije je:

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = -M^* \quad (2.53)$$

Preko koeficijenta M^* se uzima u obzir dilatancija materijala, to jest promena zapremine pri smicanju. Pri ravnom stanju deformacija ugao dilatancije ψ ima geometrijsko značenje i predstavlja tangentu na Mohr-ov krug inkremenata deformacija (Slika 2.8a), dok se u uslovima triaksijalne kompresije definiše sličan tangentni ugao ψ_c (Slika 2.8b).



Slika 2.8 Mohr-ovi krugovi za inkremente deformacija i prikaz ugla dilatancije: a) ravno stanje deformacija, b) triaksijalna kompresija

Za pomenuti koeficijent i uglove važe sledeće relacije:

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{3}{4}(3\sin\psi_c - 1) \quad (2.54)$$

$$M^* = \frac{6\sin\psi}{3 - \sin\psi} \quad (2.55)$$

$$\sin\psi_c = \frac{1 - 3\sin\psi}{3 - \sin\psi} \quad (2.56)$$

Sa ovako nepotpunom definicijom dilatancije, za vrednost $M^* = 0$, plastične deformacije se dešavaju bez promene zapremine. Tla koja smanjuju zapreminu pri plastičnom smicanju imaju negativnu vrednost dilatancije, a samim tim i koeficijenta M^* , dok tla koja povećavaju zapreminu imaju pozitivne vrednosti ψ i M^* . Utvrđeno je da za većinu realnih tla vrednost ugla dilatancije je manja od ugla unutrašnjeg trenja ($\psi < \varphi$), odnosno $M^* < M$.

Elasto-plastična matrica krutosti za ovaj konstitutivni model glasi:

$$\mathbf{D}^{ep} = \left[\begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{pmatrix} - \frac{1}{KMM^* + 3G} \begin{pmatrix} MM^*K^2 & -3M^*GK \\ -3MGK & 9G^2 \end{pmatrix} \right] \quad (2.57)$$

Drugi izraz u jednačini (2.57) je jedino uključen u slučaju idealno plastičnog ponašanja tla. Veza između inkremenata napona i deformacija kada se tlo ponaša idealno plastično je:

$$\begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} = \frac{3GK}{KMM^* + 3G} \begin{bmatrix} 1 & M^* \\ M & MM^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Evidentno je da je elasto-plastična matrica krutosti nesimetrična što može predstavljati problem za određene softvere koji imaju ograničenje da matrica krutosti mora biti simetrična, tako da je korisnik primoran da pretpostavi da je $M = M^*$ što nije realno.

Elasto-idealno plastični konstitutivni modeli ne opisuju na adekvatan način stvarno ponašanje tla, ali su u širokoj primeni pre svega zbog svoje jednostavnosti i implementirani su u svim kompjuterskim programima za numeričku analizu geotehničkih problema. Model zahteva da se definišu elastične osobine tla (dva parametra), granični ugao unutrašnjeg trenja za drenirane uslove, odnosno granični smičući napon za nedrenirane uslove i ugao dilatancije.

Elasto-plastični Modifikovani Cam Clay model (MCC model)

Istorijski gledano Cam Clay model je prvi model sa plastičnim ojačanjem koji je generalno usvojen za opisivanje naponsko-deformacijskog ponašanja tla. Razvijen je ranih 1960-ih godina od strane istraživača sa Kembridža – Roscoe-a i saradnika (Roscoe et al., 1958; Roscoe i Schofield, 1963; Schofield i Wroth 1968) prvenstveno za opisivanje naponsko-deformacijskog ponašanja normalno konsolidovanih do blago prekonsolidovanih glina. Baziran je na konceptu kritičnog stanja, koji je razvijen od strane istih istraživača, gde se stanje tla opisuje u trodimenzionalnom p' - q - e prostoru: p' predstavlja srednji efektivni napon, q devijatorski napon i e koeficijent poroznosti tla. Stanje savršene plastičnosti je poznato kao kritično stanje tla, matematički izraženo kao:

$$\frac{\partial p'}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial v}{\partial \varepsilon_q} = 0 \quad (2.59)$$

Kao što se može videti iz jednačine, pri dostizanju kritičnog stanja tla, smičuće plastične deformacije se odvijaju bez promene srednjeg efektivnog napona, devijatora napona i promene zapremine tla.

Linija kritičnog stanja (CSL – Critical State Line) predstavlja liniju na kojoj se završavaju putanje napona iz nedreniranih i dreniranih triaksijalnih opita. Ona se matematički može opisati i iz opita izotropne kompresije ili edometarskog opita. Ako koristimo polulogaritamski dijagram izotropne kompresije ($\ln p' - v$), izraz za liniju kritičnog stanja glasi (Slika 2.9):

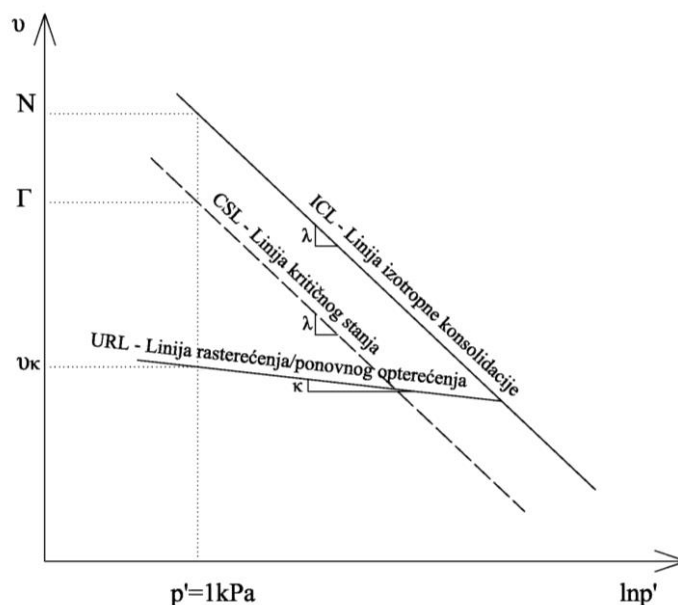
$$v = \Gamma - \lambda \ln p' \quad (2.60)$$

gde su:

Γ – specifična zapremina tla za vrednost $p' = 1$ kPa na liniji kritičnog stanja

λ – nagib linije kritičnog stanja (CSL) i linije normalne konsolidacije u uslovima izotropne kompresije (ICL – Isotropic Compression Line)

κ – nagib linije rasterećenja/ponovnog opterećenja (URL – Unloading Reloading Line)



Slika 2.9 Izotropna kompresija

Jednačina linije izotropne konsolidacije (Slika 2.9) glasi:

$$v = N - \lambda \ln p' \quad (2.61)$$

gde parametar N predstavlja specifičnu zapreminu normalno konsolidovanog tla za vrednost srednjeg efektivnog napona od 1 kPa.

Jednačina linije rasterećenja/ponovnog opterećenja, odnosno linije rekompresije je:

$$v = v_k - \kappa \ln p' \quad (2.62)$$

gde v_k predstavlja vrednost specifične zapremine prekonsolidovanog tla za $p' = 1$ kPa.

Vrednosti parametara λ i κ se takođe mogu odrediti iz edometarskog opita, ne samo iz opita izotropne kompresije, jer su brojna ispitivanja pokazala da je nagib linije normalne konsolidacije u edometarskim uslovima (uslovima jednodimenzionalne konsolidacije) isti kao i nagib linije

izotropne konsolidacije, a samim tim su i obe linije paralelne sa linijom kritičnog stanja u $\ln p'-v$ dijagramu. Za slučaj da K_0 (koeficijent bočnog pritiska tla u stanju mirovanja) ima konstantnu vrednost, mogu se uspostaviti veze između parametara stišljivosti i parametara λ i κ koje glase:

$$\lambda \cong \frac{C_c}{\ln 10} = \frac{C_c}{2.3} \quad (2.63)$$

$$\kappa \cong \frac{C_R}{\ln 10} = \frac{C_R}{2.3} \quad (2.64)$$

gde su:

C_c – indeks stišljivosti

C_R – indeks rekompresije (bubrenja)

Kao što je već napomenuto, u okviru elasto-plastičnih modela potrebno je definisati:

- elastične naponsko-deformacijske karakteristike
- plastične naponsko-deformacijske karakteristike:
 - površ tečenja
 - površ plastičnog potencijala (zakon tečenja)
 - zakon ojačanja

Elastične karakteristike su već prikazane u okviru idealno-elastičnog konstitutivnog modela, s tim što će zapreminski modul K biti definisan na malo drugačiji način. Ako se jednačina linije rasterećenja/ponovnog opterećenja (2.62) napiše u inkrementalnoj formi:

$$dv = -\kappa \frac{dp'}{p'} \quad (2.65)$$

i inkrement elastične zapreminske deformacije prikaže preko promene jedinične zapremine:

$$d\varepsilon_v = \frac{-dv}{v} \quad (2.66)$$

dobija se:

$$d\varepsilon_v^e = \kappa \frac{dp'}{vp'} \quad (2.67)$$

odnosno, zapreminski modul je jednak:

$$K = \frac{vp'}{\kappa} \quad (2.68)$$

Tako da veza između elastičnih deformacija i napona u matričnom obliku glasi:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_v^e \\ d\varepsilon_q^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\kappa}{vp'} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3G'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Površ tečenja je definisana kao funkcija napona p' , q i parametra ojačanja p'_0 :

$$f(p', q, p'_0) = 0 \quad (2.70)$$

Zatim se definiše površ plastičnog potencijala:

$$g(p', q, \zeta) = 0 \quad (2.71)$$

Parametri p'_0 i ζ definišu veličine površi tečenja i površi plastičnog potencijala.

Vektor priraštaja plastičnih deformacija je upravan na površ plastičnog potencijala, tako da važi:

$$d\varepsilon_v^p = \chi \frac{\partial g}{\partial p'} \quad (2.72)$$

$$d\varepsilon_q^p = \chi \frac{\partial g}{\partial q} \quad (2.73)$$

gde je χ skalarni multiplikator čija će se vrednost definisati kasnije na osnovu karakteristika deformacijskog ojačanja tla.

Promena veličine površi tečenja, odnosno promena p'_0 , je povezana sa promenom plastičnih zapreminskih i smičućih deformacija prema zakonu ojačanja:

$$dp'_0 = \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p + \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_q^p} d\varepsilon_q^p \quad (2.74)$$

Diferencijalni oblik površi tečenja (2.70) glasi:

$$dp'_0 = \frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial p'_0} dp'_0 \quad (2.75)$$

Kombinovanjem prethodnih izraza, dobija se izraz za skalarni multiplikator:

$$\chi = \frac{-\left(\frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq\right)}{\frac{\partial f}{\partial p'_0} \left(\frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial g}{\partial q}\right)} \quad (2.76)$$

Zamenjujući ovako definisan skalarni multiplikator u izraze za inkremente plastičnih zapreminskih i smičućih deformacija (2.72, 2.73), dobija se opšta plastična naponsko-deformacijska veza:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\varepsilon_q^p \end{bmatrix} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial p'_0} \left(\frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial g}{\partial q}\right)} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial g}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial p'} \\ \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial g}{\partial q} & \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Iz jednačine (2.77) je jasno da je matrica fleksibilnosti simetrična ako se površ tečenja i površ plastičnog potencijala poklapaju ($f = g$), odnosno ako važi asocijativan zakon tečenja.

U Cam-Clay modelu kriva tečenja je u p' - q ravni definisana kao logaritamska kriva, dok je u Modifikovanom Cam-Clay (MCC) modelu kriva tečenja elipsa koja prolazi kroz koordinatni početak (Slika 2.10). Matematička formulacija elipse može biti definisana na više načina. Ako zadržimo opštu formu definisanja površi tečenja, tada ona za MCC model glasi:

$$f(p', q, p'_0) = \frac{q^2}{M^2} - p'(p'_0 - p') \quad (2.78)$$

gde naravno važi ako je $f < 0$, ponašanje tla je elastično, ako je $f = 0$ dolazi do plastičnog deformisanja, i ako je $f > 0$, nemoguće stanje.

Drugi način definisanja elipse je:

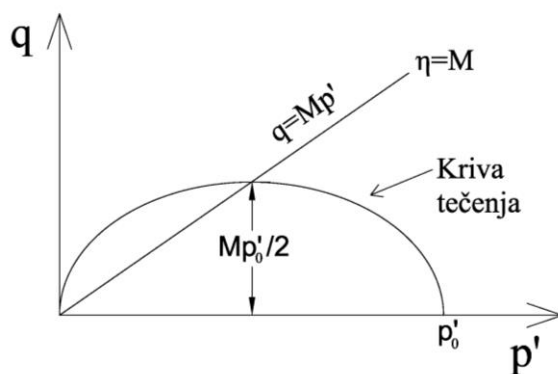
$$\frac{p}{p'_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (2.79)$$

gde su:

M – nagib linije kritičnog stanja u p' - q ravni

p'_0 – parametar ojačanja (prečnik elipse)

η – naponski odnos q/p'



Slika 2.10 MCC model – kriva tečenja u p' - q ravni

Kada tlo počne da se plastično deformiše, promena veličine površi tečenja, odnosno promena parametra ojačanja, je povezana sa promenom napona (dp' i dq) i može se napisati u diferencijalnom obliku:

$$dp'_0 = (2p' - p'_0) \frac{dp'}{p'} + \frac{2q}{M^2} \frac{dq}{p'} \quad (2.80)$$

ili koristeći (2.79):

$$\frac{dp}{dp'} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} - \frac{dp'_0}{p'_0} = 0 \quad (2.81)$$

odnosno:

$$\left(\frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{dp'}{p'} + \left(\frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{dq}{p'} - \frac{dp'_0}{p'_0} = 0 \quad (2.82)$$

Često je pogodnije iskazati površ tečenja preko srednjeg efektivnog napona p' i odnosa napona η , tako da će se nadalje koristiti izrazi (2.79) i (2.81), odnosno (2.82). Ako uporedimo izraz (2.82) sa izrazom (2.75) koji predstavlja opšti diferencijalni oblik površi tečenja, dobijamo:

$$\frac{\partial f}{\partial p'} = \left(\frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{1}{p'} \quad (2.83)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = \left(\frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{1}{p'} \quad (2.84)$$

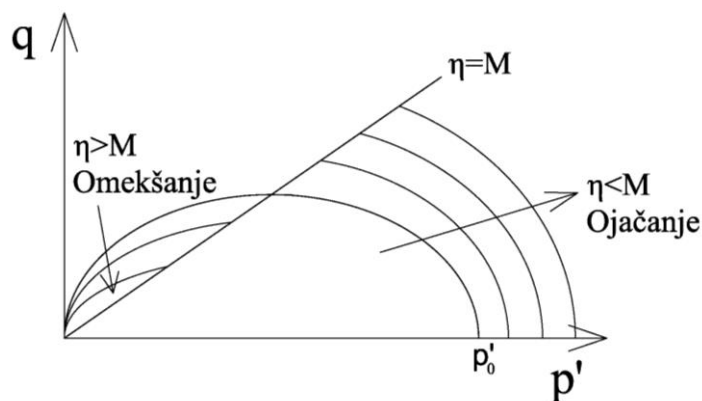
$$\frac{\partial f}{\partial p'_0} = -\frac{1}{p'_0} \quad (2.85)$$

Zakon tečenja je kod Modifikovanog Cam Clay modela asocijativan, odnosno vektor priraštaja plastičnih deformacija je uvek upravan na površ tečenja, tako da je funkcija plastičnog potencijala jednaka funkciji tečenja ($f = g$). Odnos priraštaja plastičnih zapremskih i smičućih deformacija tada glasi:

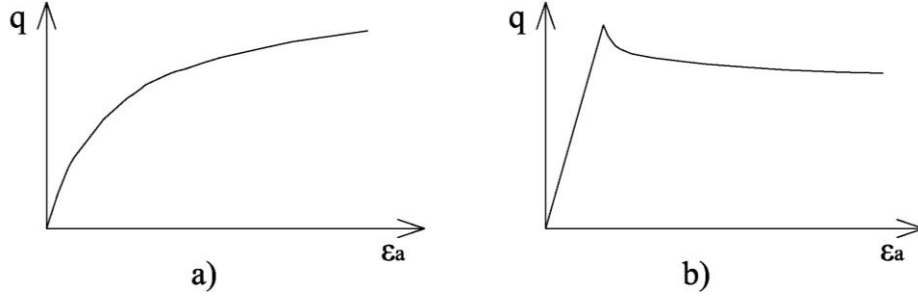
$$\frac{\partial \varepsilon_v^p}{\partial \varepsilon_q^p} = \frac{\frac{\partial g}{\partial p'}}{\frac{\partial g}{\partial q}} = \frac{\frac{\partial f}{\partial p'}}{\frac{\partial f}{\partial q}} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (2.86)$$

Mehanizam plastičnih deformacija zavisi samo od naponskog odnosa pri kom se plastične deformacije javljaju (Slika 2.11):

- $\eta = 0$, $\partial \varepsilon_v^p / \partial \varepsilon_q^p = \infty$ dolazi do promene zapremine bez distorzije i stanje je karakteristično za izotropnu kompresiju
- $\eta = M$, $\partial \varepsilon_v^p / \partial \varepsilon_q^p = 0$ predstavlja kritično stanje (lom) gde nema promene zapremine
- $\eta < M$, $\partial \varepsilon_v^p / \partial \varepsilon_q^p > 0$; $dp'_0 > 0$ u slučaju normalno konsolidovanog tla, dolazi do smanjenja zapremine i površ tečenja se širi, a kod prekonsolidovanog tla se predviđa elastično ponašanje sve dok naponska tačka ne dostigne inicijalnu površ tečenja ($\eta = \eta_{max}$)
- $\eta > M$, $\partial \varepsilon_v^p / \partial \varepsilon_q^p < 0$; $dp'_0 < 0$ dolazi do povećanja zapremine i površ tečenja se skuplja.



Slika 2.11 Ojačanje i omekšanje površi tečenja MCC modela



Slika 2.12 Naponsko-deformacijska kriva: a) deformacijsko ojačanje, b) deformacijsko omekšanje

Zakon ojačanja opisuje zavisnost veličine površi tečenja i plastične deformacije. Modifikovani Cam Clay je model sa zapreminskim ojačanjem u kom je pretpostavljeno da veličina površi tečenja zavisi samo od plastične zapreminske deformacije (površ se izotropno širi pri plastičnom deformisanju, odnosno zadržava oblik elipse):

$$\begin{pmatrix} \partial p'_0 / \partial \varepsilon_v^p \\ \partial p'_0 / \partial \varepsilon_q^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v p'_0 / (\lambda - \kappa) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.87)$$

odnosno:

$$dp'_0 = \frac{v}{\lambda - \kappa} p'_0 d\varepsilon_v^p \quad (2.88)$$

Tako da se na osnovu izraza (2.77), uzimajući u obzir prethodno definisane relacije za MCC model, dobijaju izrazi za plastične deformacije MCC modela:

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{v} \frac{1}{p'} \left(\frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} dp' + \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} dq \right) \quad (2.89)$$

$$d\varepsilon_q^p = \frac{\lambda - \kappa}{v} \frac{1}{p'} \left(\frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} dp' + \frac{4\eta^2}{(M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)} dq \right) \quad (2.90)$$

Sabiranjem prethodno definisanih elastičnih (2.69) i plastičnih deformacija, kompletne konstitutivne relacije MCC modela se mogu predstaviti matricno kao:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} + \frac{\lambda - \kappa}{v p'} \frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} & \frac{\lambda - \kappa}{v p'} \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \\ \frac{\lambda - \kappa}{v p'} \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} & \frac{1}{3G} + \frac{\lambda - \kappa}{v p'} \frac{4\eta^2}{(M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

Ili preko elasto-plastične matrice krutosti materijala:

$$\begin{bmatrix} dp' \\ dq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 3G \end{bmatrix} - \frac{1}{\left(K(2p' - p'_0)^2 + \frac{12Gq^2}{M^4} + \frac{v p' p'_0 (2p' - p'_0)}{\lambda - \kappa} \right)} \begin{bmatrix} K^2 (2p' - p'_0)^2 & \frac{6GKq(2p' - p'_0)}{M^2} \\ \frac{6GKq(2p' - p'_0)}{M^2} & \frac{36G^2 q^2}{M^4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

Modifikovani Cam Clay model je definisan sa pet parametara tla koji se mogu odrediti preko konvencionalnih geomehaničkih opita, što je i prednost MCC modela:

- Elastični parametri:
 - κ – nagib linije rasterećenja/ponovnog opterećenja (linija bubrenja)
 - G ili ν – modul smicanja ili Poisson-ov koeficijent tla

- Plastični parametri:
 - M – nagib linije kritičnog stanja u p' - q dijagramu
 - λ – nagib linije normalne konsolidacije
 - N ili Γ – vrednost specifične zapremine normalno konsolidovanog tla pri $p' = 1$ kPa, odnosno specifična zapremina na liniji kritičnog stanja pri $p' = 1$ kPa

gde je (Slika 2.9):

$$\Gamma = N - (\lambda - \kappa) \ln 2 \quad (2.93)$$

3. SMIČUĆA ČVRSTOĆA I DEFORMABILNOST KOMUNALNOG OTPADA

3.1 Uvod

Konstitutivno modeliranje komunalnog otpada se bazira na postojećim konstitutivnim modelima koji su razvijeni za tlo, a najznačajniji su prikazani u prethodnom poglavlju. Gotovo je nemoguće razviti potpun konstitutivni model čak i za tlo, koji obuhvata sve aspekte mehaničkog ponašanja tla, kao što su: promena čvrstoće u zavisnosti od nivoa napona i deformacija, istorija napona, uticaj dilatancije, anizotropije i slično (Zhang, 2007). Svaki od postojećih konstitutivnih modela razvijenih za tlo opisuje određeni aspekt ponašanja tla, a samim tim se može primeniti i prilikom opisivanja naponsko-deformacijskog ponašanja komunalnog otpada. Tako da je potrebno definisati aspekte ponašanja komunalnog otpada koji imaju najveći uticaj na njegovo naponsko-deformacijsko ponašanje i samim tim ih treba uključiti u konstitutivni model komunalnog otpada.

Vrlo retko se u literaturi mogu naći kompletni konstitutivni modeli koji opisuju mehaničko ponašanje komunalnog otpada. Zbog toga se najčešće odvojeno posmatra smičuća čvrstoća komunalnog otpada i deformabilnost komunalnog otpada. Neosporno je da su smičuća čvrstoća i deformabilnost bilo kog materijala međusobno povezani, tako da je neophodno formirati naponsko-deformacijski model koji će obuhvatiti obe komponente ponašanja komunalnog otpada.

U okviru ovog poglavlja dat je pregled parametara smičuće čvrstoće, na osnovu prethodno definisanog kriterijuma loma komunalnog otpada, koji se mogu naći u literaturi, kao i način određivanja parametara smičuće čvrstoće. Nakon toga prikazani su parametri deformabilnosti komunalnog otpada publikovani u dosadašnjoj literaturi i dat je pregled modela za proračun sleganja komunalnog otpada.

3.2 Smičuća čvrstoća komunalnog otpada

Smičuća čvrstoća komunalnog otpada se definiše na isti način kao i kod tla i predstavlja najveću vrednost napona smicanja koji se može naneti strukturi otpada u određenom pravcu. Smičuća čvrstoća se definiše preko zakona loma i to najčešće linearnog oblika (Coulomb-Mohr-Terzaghi-jev zakon loma), ali može biti i bilinearan, trilinearan, nelinearan (logaritamskog i hiperboličkog oblika).

Linearna anvelopa loma (Slika 3.1) nazvana prvo po Coulomb-u (Coulomb, 1776), često se naziva i Mohr-Coulomb-ov zakon loma, definiše smičuću čvrstoću preko linearne veze između smičućeg i normalnog napona i podrazumeva samo totalne napone:

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (3.1)$$

gde su:

c – kohezija za totalne napone

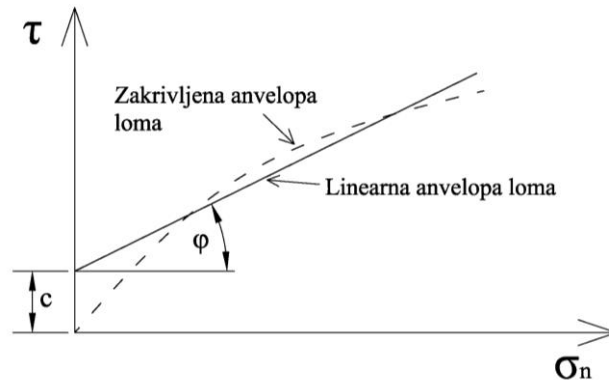
φ – ugao unutrašnjeg trenja za totalne napone

σ_n – totalni normalni napon koji deluje na ravan loma

Ovaj zakon loma je modifikovao Terzaghi uvođenjem efektivnih napona, tako da se smičuća čvrstoća opisuje preko linearne zavisnosti u funkciji efektivnih napona (Coulomb-Mohr-Terzaghi-jev zakon loma):

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - u)\tan\varphi' = c' + \sigma'_n \tan\varphi' \quad (3.2)$$

U jednačini (3.2) figurišu porni pritisak u , efektivni normalni napon σ'_n , kohezija c' i ugao unutrašnjeg trenja za efektivno naponsko stanje - φ' , respektivno.



Slika 3.1 Zavisnost smičuće čvrstoće i normalnog napona

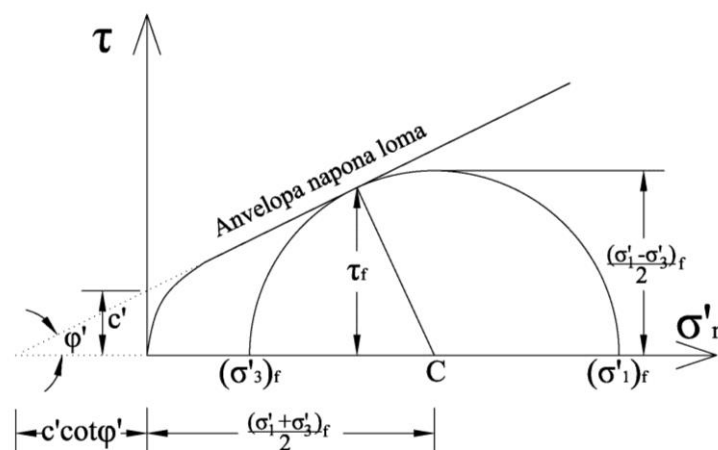
Kao što se može videti sa Slike 3.1 anvelopa loma je zakrivljena, konkavna je u odnosu na osu normalnih napona i prolazi kroz koordinatni početak. Međutim, prava linija je često, ali ne i uvek, dovoljno dobra aproksimacija za određeni interval napona.

Smičuća čvrstoća se može izraziti i preko glavnih efektivnih napona pri lomu $(\sigma'_1)_f$ i $(\sigma'_3)_f$ gde anvelopa loma tangira Mohr-ove krugove napona (Slika 3.2). Može se uspostaviti veza između glavnih efektivnih napona pri lomu i parametara smičuće čvrstoće:

$$\sin\varphi' = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f}{2c' \cot\varphi' + (\sigma'_1 + \sigma'_3)_f} \quad (3.3)$$

odnosno:

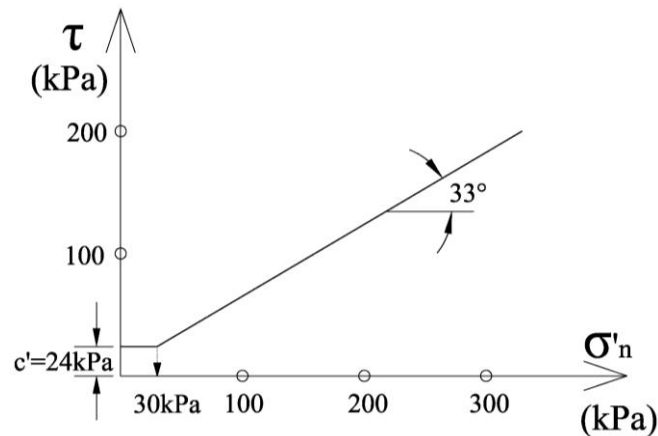
$$(\sigma'_1 - \sigma'_3)_f = (\sigma'_1 + \sigma'_3)_f \sin\varphi' + 2c' \cos\varphi' \quad (3.4)$$



Slika 3.2 Mohr-ov dijagram napona loma

Kavazanjian et al. (1995) su predložili bilinearnu anvelopu loma za komunalni otpad na osnovu povratnih analiza postojećih kosina sa sedam deponija i publikovanih laboratorijskih podataka sa prepakovanih uzoraka komunalnog otpada. Bilinearna anvelopa loma je prikazana na Slici 3.3 za koju važi sledeće:

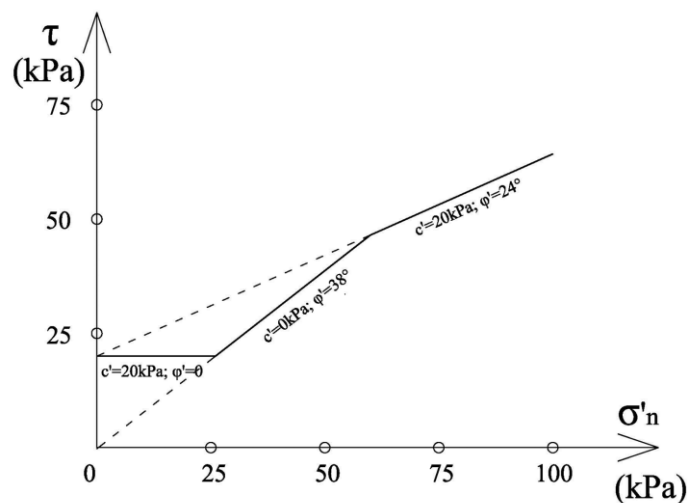
- za efektivne normalne napone manje od 30 kPa, komunalni otpad se ponaša kao čisto kohezivni materijal sa prividnom kohezijom (c') od 24 kPa,
- za efektivne normalne napone veće od 30 kPa, komunalni otpad se ponaša kao čisto frikcioni materijal sa uglom unutrašnjeg trenja (φ') od 33° .



Slika 3.3 Bilinearna anvelopa loma (Kavazanjian et al., 1995)

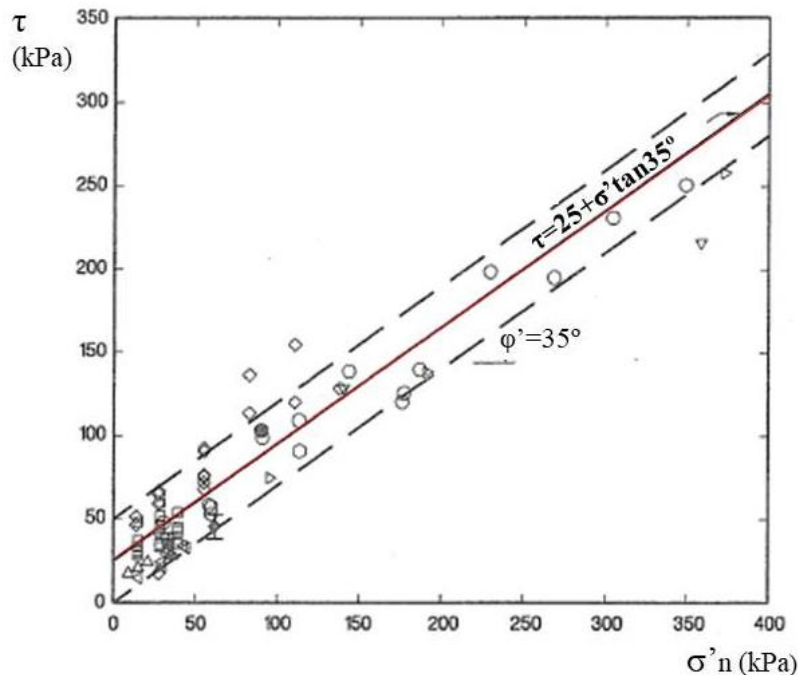
Slična trilinearna anvelopa loma predložena je od strane Manassero et al. (1996), koja je prikazana na Slici 3.4 za koju važi:

- za efektivne normalne napone manje od 26 kPa, komunalni otpad se ponaša kao čist kohezivni materijal sa vrednošću kohezije c' od 20 kPa,
- za interval normalnih efektivnih napona od 26 kPa do 60 kPa, komunalni otpad se ponaša kao čist frikcioni materijal sa uglom unutrašnjeg trenja (φ') od 38° ,
- a za efektivne normalne napone veće od 60 kPa, komunalni otpad ima parametre smičuće čvrstoće – $c' = 20$ kPa, $\varphi' = 24^\circ$.



Slika 3.4 Trilinearna anvelopa loma (Manassero et al., 1996)

Eid et al. (2000) su na osnovu povratnih analiza stabilnih i nestabilnih kosina većeg broja deponija i na osnovu većeg broja laboratorijskih podataka, regresionom analizom predložili linearnu anvelopu loma koja je prikazana na Slici 3.5. Smičuća čvrstoća komunalnog otpada se može prikazati u vrlo uskom opsegu, gde je ugao unutrašnjeg trenja jednak 35° , a vrednost kohezije varira od 0 do 50 kPa, sa prosečnim vrednostima parametara smičuće čvrstoće: $c' = 25$ kPa, $\varphi' = 35^\circ$. Gornja granica, sa vrednošću kohezije od 50 kPa se pripisuje komunalnom otpadu koji sadrži više armirajućih komponenti, dok se niža granica pripisuje otpadu koji sadrži više tla, mulja i sl.



Slika 3.5 Linearna anvelopa loma (Eid et al., 2000)

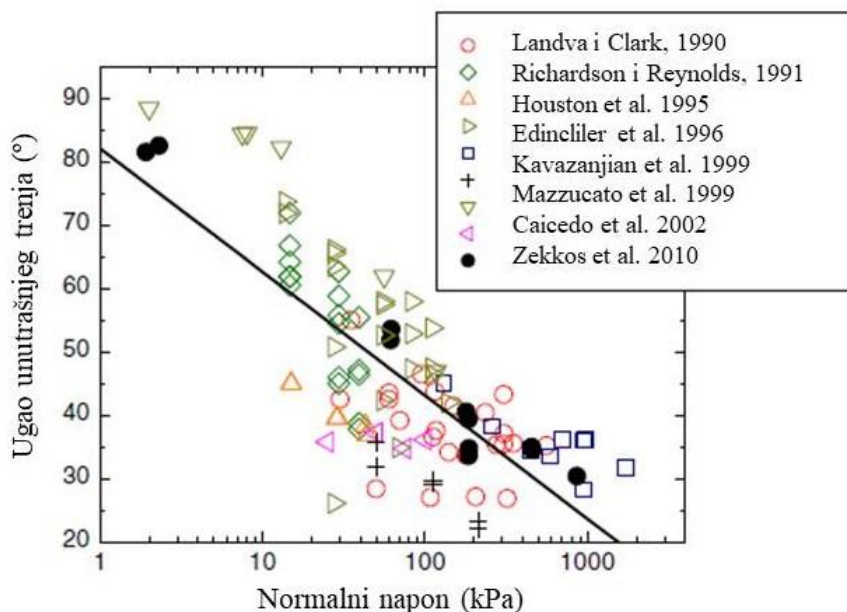
Pored pravolinijskih anvelopa loma, poslednjih godina često se koriste i anvelope loma krivolinijskog oblika – logaritamskog i hiberboličkog. Nelinearna anvelopa loma logaritamskog tipa glasi:

$$\tau_f = c' + \sigma'_n \tan(\varphi'_\sigma) \quad (3.5)$$

gde su τ smičuća čvrstoća komunalnog otpada, c' vrednost kohezije za efektivno naponsko stanje, σ'_n normalni efektivni napon, a φ'_σ je ugao unutrašnjeg trenja koji zavisi od veličine normalnog efektivnog napona i dat je preko izraza:

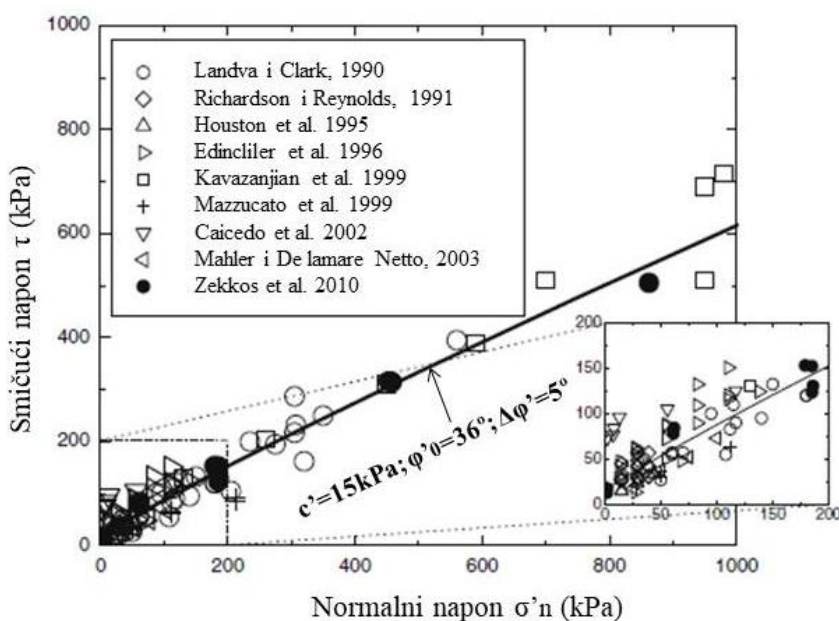
$$\varphi'_\sigma = \varphi'_0 - \Delta\varphi' \log\left(\frac{\sigma'_n}{p_a}\right) \quad (3.6)$$

gde su: φ'_0 – ugao unutrašnjeg trenja pri normalnom naponu atmosferskog pritiska na nivou mora ($p_a = 101.3$ kPa), $\Delta\varphi'$ – promena ugla unutrašnjeg trenja pri jednom logaritamskom ciklusu promene normalnog efektivnog napona, p_a - atmosferski pritisak.



Slika 3.6 Zavisnost ugla unutrašnjeg trenja komunalnog otpada od normalnog napona (Zekkos et al., 2010)

Ovako definisanu nelinearnu anvelopu loma za interpretaciju smičuće čvrstoće komunalnog otpada koristilo je nekoliko istraživača: Zekkos et al. (2005, 2010), Bray et al. (2009), Rakić (2013), Rakić et al. (2016) Basarić et al. (2018), gde su opiti direktnim smicanjem pokazali da Mohr-Coulomb-ova anvelopa loma nije linearna. Ugao unutrašnjeg trenja se smanjuje sa povećanjem normalnih napona. Slično kao i kod tla, može se pretpostaviti da ugao unutrašnjeg trenja komunalnog otpada opada linearno sa logaritmom normalnog efektivnog napona. Zavisnost ugla unutrašnjeg trenja je prikazana na Slici 3.6 na osnovu brojnih literaturnih podataka, dok je logaritamska anvelopa loma prikazana na Slici 3.7 gde su usvojene vrednosti koje najbolje odgovaraju publikovanim podacima: $c' = 15 \text{ kPa}$, $\varphi'_0 = 36^\circ$ i $\Delta\varphi' = 5^\circ$ (Zekkos et al., 2010).



Slika 3.7 Preporučena nelinearna anvelopa loma logaritamskog oblika (Zekkos et al., 2010)

Takođe, Rakić (2013) je u okviru svoje disertacije prezentovao smičuću čvrstoću komunalnog otpada preko nelinearne anvelope loma logaritamskog oblika posebno za otpad manje, a posebno za otpad veće zbijenosti, s tim da je u obzir uzeta i starost otpada. Za manje zbijen otpad predloženi su sledeći parametri: $c' = 10$ kPa; $\varphi'_0 = 37^\circ$ i $\Delta\varphi' = 11^\circ$, dok su za otpad veće zbijenosti i vrednosti efektivne kohezije $c' = 10$ kPa, uglovi unutrašnjeg trenja iznosili $\varphi'_0 = 43^\circ$ i $\Delta\varphi' = 12^\circ$.

Nelinearnu anvelopu loma hiperboličkog tipa je definisao Maksimović (1989, 2014) (Slika 3.8), polazeći od stava da nevezani materijal nema koheziju, smičuća čvrstoća definisana preko efektivnih napona se može napisati u obliku sledećeg izraza:

$$\tau_f = \sigma'_n \tan(\varphi'_\sigma) = \sigma'_n \tan\left(\varphi'_B + \frac{\Delta\varphi'}{1 + \sigma'_n/p_N}\right) \quad (3.7)$$

gde su:

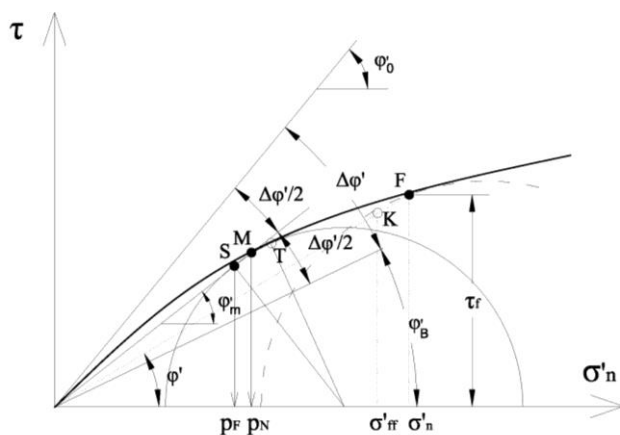
φ'_B – bazni ugao unutrašnjeg trenja

$\Delta\varphi'$ – maksimalna ugaona razlika

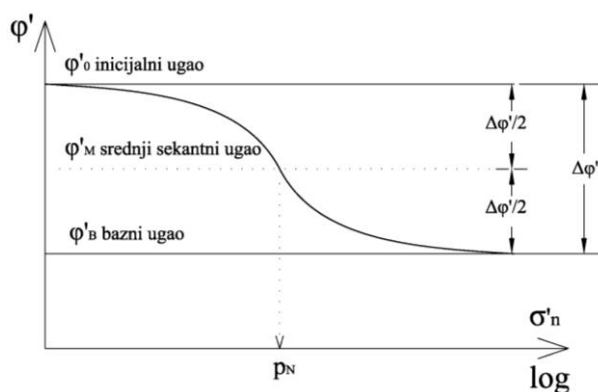
φ'_0 – inicijalni ugao unutrašnjeg trenja

p_N – normalni napon srednjeg sekantnog ugla

Geometrijski prikaz parametara anvelope loma hiperboličkog tipa je dat na Slikama 3.8 i 3.9. Kao što se može videti sa slika, parametar p_N predstavlja efektivni normalni napon pri kom je ugao unutrašnjeg trenja srednja vrednost između baznog i inicijalnog ugla trenja i predstavlja čvrstoću skeleta, odnosno zrna tla i zavisi od oblika čestica, zbijenosti i granulometrijskog sastava tla.

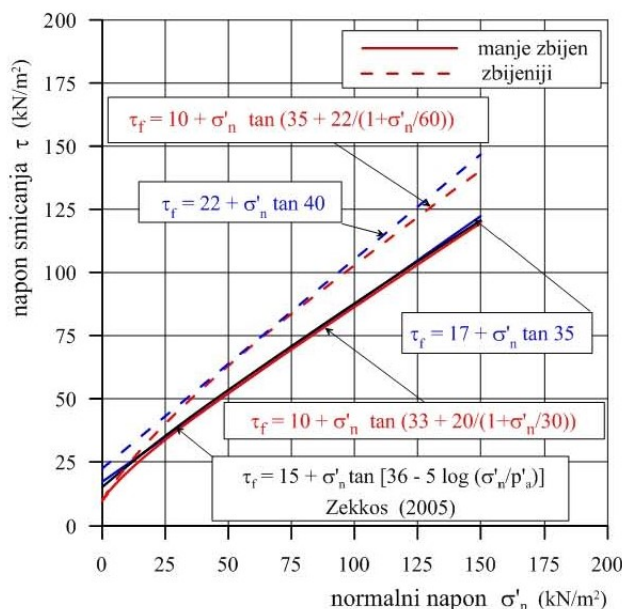


Slika 3.8 Nelinearna anvelopa loma hiperboličkog tipa (Maksimović, 2014)



Slika 3.9 Zavisnost sekantnog ugla trenja od normalnog napona (polulogaritamski dijagram)

Za komunalni otpad, nelinearna anvelopa loma hiperboličkog oblika je jedino prikazana u disertaciji Rakić-a (2013). Na Slici 3.10 su prikazane anvelope loma za komunalni otpad u Srbiji različite zbijenosti, za prethodno usvojenu vrednost efektivne kohezije od $c' = 10$ kPa. Sa Slike 3.10 mogu se videti i linearne anvelope loma sa vrednostima parametara smičuće čvrstoće za manje i više zbijen otpad, a takođe se može videti i dobro poklapanje sa anvelopom loma logaritamskog tipa predložene od strane Zekkos-a (2005).



Slika 3.10 Nelinearne anvelope loma hiperboličkog tipa za komunalni otpad u Srbiji (Rakić, 2013)

3.3 Određivanje parametara smičuće čvrstoće komunalnog otpada

Publikovane vrednosti parametara smičuće čvrstoće komunalnog otpada se kreću u veoma širokim rasponima, prvenstveno zbog nestandardizovanih procedura za njihovo određivanje, aparata različitih dimenzija kojima su ispitivani, izrazite heterogenosti materijala, orijentacije čestica (vlaknastih materijala koji imaju armirajuću funkciju u otpadu), različite brzine smicanja, različitog sastava otpada, načina pripreme uzoraka, zbijenosti, starosti otpada itd. (Rakić et al., 2020). Većina istraživača je zaključila da se ugao unutrašnjeg trenja povećava sa starošću otpada, a da se vrednost kohezije smanjuje. Ovo se može objasniti promenom sastava samog otpada koji se vremenom usitnjava usled razgradnje komponenti otpada, a pogotovo kod deponija kod kojih se koristi zemljani materijal kao dnevna prekrivka.

Smičuća čvrstoća komunalnog otpada se određuje opitima direktnog smicanja, triaksijalnim opitima, povratnim analizama nestabilnih kosina deponija komunalnog otpada i terenskim metodama (CPT, SPT). Prema Stark et al. (2009) od testova za ispitivanje parametara smičuće čvrstoće 48 % su opiti direktnim smicanjem u laboratoriji, 22 % triaksijalni opiti, a ostatak predstavljaju opiti direktnog smicanja in-situ, drugi in-situ opiti i povratne analize.

U laboratorijskim opitima veoma je teško ugraditi reprezentativne uzorke, jer uzorci uzeti sa iste deponije, usled izrazite heterogenosti, se veoma razlikuju po sastavu. Neki istraživači su pravili veštačke uzorke na osnovu prosečnog masenog udela pojedinih komponenti komunalnog otpada na određenoj deponiji, u određenoj zemlji ili regionu. Sa druge strane, veoma je teško, gotovo nemoguće uzeti neporemećen uzorak komunalnog otpada, pogotovo sa veće dubine, gde je potreban veoma veliki prečnik bušotine (preko 760 mm) (Bray et al., 2009). Pored toga, komponente otpada

veće od 1/5-1/10 u odnosu na najmanju dimenziju aparata za ispitivanje (obično su to vlaknaste komponente kao što su: papir, staklo, plastika, drvo, metal) se moraju ukloniti ili usitniti tako da ne utiču na rezultate testa. In-situ opiti su alternativa laboratorijskim opitima kod kojih je moguće uzeti u obzir i vlaknaste komponente većih dimenzija. Ali, kontrola napona i pomeranja kod in-situ opita direktnog smicanja je manja nego u laboratorijskim uslovima i postoji ograničenje da se mogu izvoditi samo u površinskim delovima deponije (na manjim dubinama), jer drugačije nije ekonomski opravdano.

3.3.1 Opiti direktnog smicanja

Najčešće korišćena metoda, kao što je već napomenuto, je određivanje parametara smičuće čvrstoće u aparatu za direktno smicanje, prvenstveno zbog nešto jednostavnije pripreme uzoraka, koji mogu biti različitog poprečnog preseka (kvadratnog, pravougaonog i kružnog) i različitih dimenzija (od 63.5 mm prečnika do 1.5 x 1.5 m kvadratnog oblika). Izvode se direktno na terenu – in situ (Richardson i Reynolds, 1991; Houston et al., 1995; Mazzucato et al., 1999; Caicedo et al., 2002; Ali et al., 2009; Miyamoto et al., 2015; Keramati et al., 2020) i na veštački pripremljenim uzorcima u laboratoriji (Landva i Clark, 1990; Siegel et al., 1990; Gabr i Valero, 1995; Kavazanjian et al., 1999; Caicedo et al., 2002; Dixon et al., 2008; Reddy et al., 2008; Zekkos et al., 2010; Rakić, 2013). U nastavku teksta sledi navođenje ispitivanja publikovanih u literaturi sa kratkim opisom načina izvođenja opita i vrednostima dobijenih rezultata.

Richardson i Reynolds (1991) su koristili aparat za direktno smicanje dimenzija 122 x 122 cm da izvedu opit direktno na terenu i rezultati su prikazani u Tabeli 3.1. Houston et al. (1995) su analizirali smičuću čvrstoću u aparatu za direktno smicanje dimenzija 120 x 120 cm in situ, sa pomeranjem od 2.5 cm i dobili vrednosti od 33-35° za ugao unutrašnjeg trenja i 5 kPa za koheziju. Withiam et al. (1995) su koristili aparat za direktno smicanje od 150 x 150 x 150 cm na komunalnom otpadu koji je sadržao i staklo, papir, pepeo, metal i plastiku. Opseg normalnih napona je bio od 0 do 21 kPa, a vrednost kohezije 10 kPa i ugla unutrašnjeg trenja 30°. Edincliler et al. (1996) su izveli opit direktnog smicanja na uzorcima prečnika 30 cm. Rezultujuća Mohr-Coulomb-ova anvelopa loma je definisana sa $c' = 27$ kPa i $\varphi' = 42^\circ$. Mazzucato et al. (1999) su koristili aparat za direktno smicanje kružnog preseka prečnika 80 cm i visine 22 cm za ispitivanje komunalnog otpada sa deponije u Veroni. Uređaj je korišćen i za ispitivanje prepakovanih uzoraka koji su nakon toga ugrađeni u aparat i za ispitivanje "neporemećenih" uzoraka komunalnog otpada utiskivanjem prstenova direktno u otpad. Autori nisu uočili značajne razlike u parametrima smičuće čvrstoće prepakovanih i "neporemećenih" uzoraka. Kriterijum za dobijanje parametara smičuće čvrstoće je bilo pomeranje od 2.5 cm, a dobijene vrednosti su: $c' = 22$ kPa, $\varphi' = 17^\circ$ (poremećeni uzorci), $c' = 24$ kPa, $\varphi' = 18^\circ$ (neporemećeni uzorci). Thomas et al. (1999) su odredili mobilisane parametre smičuće čvrstoće pri pomeranju od 2.5 cm na aparatu za direktno smicanje dimenzija 100 x 100 cm (in situ) – kohezija 23.4 kPa i ugao unutrašnjeg trenja 29.6°. Caicedo et al. (2002) su sprovedi ispitivanja na svežem komunalnom otpadu sastava: 48% organskih komponenti, 45% papir tkanina i plastika i 7 % tlo, metal i staklo. Aparat za direktno smicanje je bio kružnog poprečnog preseka prečnika 90 cm, a dobijene vrednosti su: kohezija 67 kPa, ugao unutrašnjeg trenja 23°. Ali et al. (2009) su sprovedi ispitivanja na deponiji komunalnog otpada u Pakistanu aparatom za direktno smicanje in situ dimenzija 122 x 122 cm, vrednostima normalnih napona od 6, 13 i 20 kPa i relativnim deformacijama od 2%, 3% i 4%. Dobijene vrednosti kohezije i ugla unutrašnjeg trenja su: 6.63 kPa i 25.077°. Bareither et al. (2012a) su vršili laboratorijska ispitivanja na uzorcima prečnika 28 cm, sa dve deponije komunalnog otpada i dobili su vrednosti smičuće čvrstoće: $c' = 20$ kPa, $\varphi' = 37^\circ$, koji važe za konvencionalne i bioreaktorske deponije za opseg normalnih napona od 12 do 90 kPa. Miyamoto et al. (2015) su koristili in situ aparat za direktno smicanje dimenzija 30 x 50 cm na dve deponije, jednoj u Japanu i jednoj u Kini. Istraživači su zaključili da sa porastom procentualnog sadržaja vlaknastih čestica, smičuća čvrstoća je kontrolisana kohezijom, a ne uglom unutrašnjeg trenja. Dobijene vrednosti su: kohezija – 3-6 kPa, ugao unutrašnjeg trenja – 42-50°.

Falamaki et al. (2020) su ispitivali uticaj temperature na smičuću čvrstoću komunalnog otpada aparatom za direktno smicanje dimenzija 30 x 30 x 16.5 cm i došli do zaključka da sa porastom temperature (preko 45°C) vrednost ugla unutrašnjeg trenja se smanjuje sa 21° na 17° i vrednost kohezije se smanjuje sa 19.9 na 13.1 kPa.

Uticaj starosti otpada na parametre smičuće čvrstoće nije jedinstven. Na primer, Landva i Clark (1990) su u svom radu naveli da i kohezija i ugao unutrašnjeg trenja opadaju sa starošću otpada, dok je Oweiss (1993) naveo porast smičuće čvrstoće starijeg otpada zbog veće zbijenosti. Kavazanjian (2001) tvrdi da je drenirana smičuća čvrstoća degradiranog otpada slična čvrstoći svežeg otpada, dok su Caicedo et al. (2002) uočili smanjenje ugla unutrašnjeg trenja sa starošću otpada i malu promenu kohezije. Machado et al. (2008) su zaključili da se smičuća čvrstoća otpada povećava sa starošću, sa čim se slaže i Nascimento (2007). Bareither et al. (2012a) su ustanovili porast ugla unutrašnjeg trenja sa degradacijom otpada i nisu uočili izraženu zavisnost kohezije od degradacije, sa čim se slažu i Gomes et al. (2013), s tim što su oni ustanovili blago smanjenje kohezije sa povećanjem starosti otpada i degradacije. Sa druge strane, neki istraživači su ustanovili smanjenje ugla unutrašnjeg trenja, a povećanje kohezije sa starošću otpada (Gabr et al., 2007; Reddy et al., 2015). Shariatmadari et al. (2014) su pokazali ispitivanjem uzoraka svežeg otpada i otpada starosti 5.5, 14 i 21 godinu, da se sa starošću otpada povećava sadržaj vlaknastih komponenata i samim tim da se povećava smičuća čvrstoća. Uzorci starijeg otpada su imali veći ugao unutrašnjeg trenja, a manju koheziju u poređenju sa vrednostima svežeg otpada. Pulat i Yuklselen-Aksoy (2017) su prikazali na opitu direktnog smicanja velikih dimenzija (30 x 30 cm) uticaj sastava i starosti otpada na njegovu smičuću čvrstoću. Na koheziju direktno utiče sadržaj organskih komponenti, kako se on sa vremenom smanjuje raste ugao unutrašnjeg trenja, a kohezija se smanjuje. Dobijen je ugao unutrašnjeg trenja u opsegu 21-27° za svež, a 29-36° za stariji otpad, dok se kohezija kretala u rasponu 32-50 kPa za svež, a 32-36 kPa za stariji otpad.

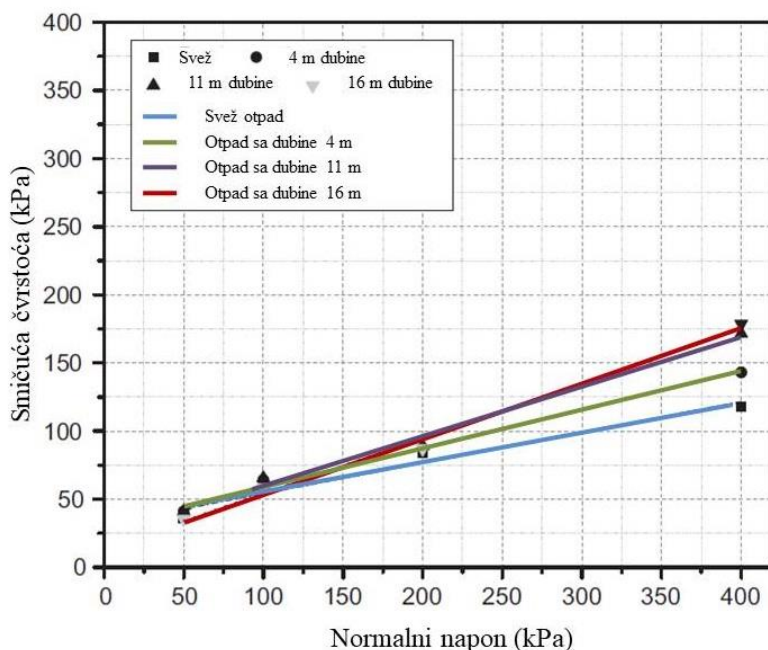
Keramati et al. (2020) su ispitivali smičuću čvrstoću komunalnog otpada starosti 5 i 16 godina, sa in situ aparatom za direktno smicanje dimenzija 122 x 122 cm, jer se, prema autorima, dobijaju tačniji rezultati sa terenskim ispitivanjem u aparatu većih dimenzija zbog manje poremećenosti uzoraka. Dobijeni rezultati su: otpad starosti 5 godina: kohezija – 1.17 kPa, ugao unutrašnjeg trenja 31.51°; otpad starosti 16 godina: kohezija – 2.215 kPa, ugao unutrašnjeg trenja 21.51° (na Slici 3.11 je prikazan postupak izvođenja opita direktnog smicanja na terenu). Ovako različiti rezultati se mogu delimično pripisati različitom početnom sastavu komunalnog otpada koji je ispitivan. Trend povećanja ugla unutrašnjeg trenja sa razgradnjom otpada je validan za komunalni otpad sa deponija na kojima se koristi dnevna prekrivka od tla i/ili inertnog materijala.



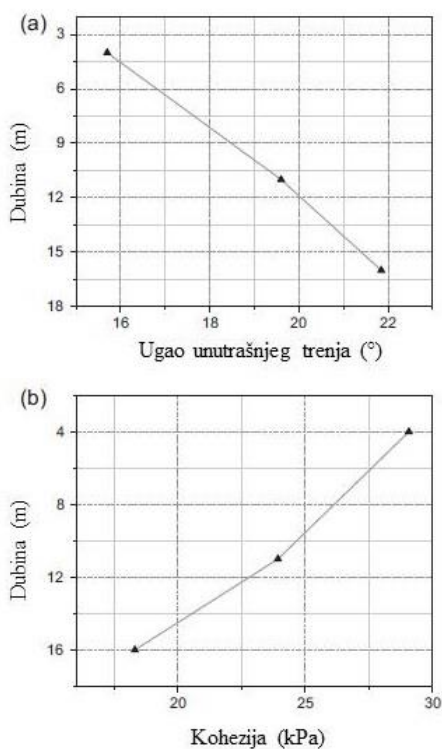
Slika 3.11 Izvođenje opita direktnog smicanja in situ (Keramati et al., 2020)

A-sklanjanje prekrivke, B-formiranje uzorka približnih dimenzija 122x122 cm, C-postavljanje donjeg dela kutije, D-postavljanje bočnih strana kutije, E-postavljanje podupirača, F-postavljanje mernog sata i nanošenje opterećenja (normalnog napona)

Feng et al. (2017) su ispitivali smičuću čvrstoću komunalnog otpada u aparatu za direktno smicanje dimenzija 30 x 30 cm na uzorcima: svežeg otpada (na površini deponije), otpada starog 0.3 godine (na 4 m dubine), 2 godine (na 11 m dubine) i 4 godine (na 16 m dubine). Pre ubacivanja otpada u kutiju aparata, metalne i staklene komponente velikih dimenzija su uklonjene, a plastika i papir su usitnjeni na manje dimenzije. Zatim je otpad ugrađen u slojevima zbijajući svaki sloj da bi se dobila unapred definisana zapreminska težina uzorka. Maksimalno horizontalno pomeranje je bilo 60 mm (20%), a brzina smicanja je bila 1 mm/min. Sastav otpada je bio takav da su manje bile zastupljene vlaknaste komponente u poređenju sa drugim sastavima otpada u svetu. Zaključak autora je sledeći: sastav otpada se menja sa dubinom, tako što se smanjuje sadržaj organskih komponenti, papira, drveta; od 0 do 16 m zapreminska težina otpada se povećala sa 7.2 na 12.5 kN/m³, dok se koeficijent poroznosti smanjio sa 2.5 na 1.76, jer je otpad više zbijen na većoj dubini; deformacijsko ojačanje je uočeno tokom procesa smicanja, smičuća čvrstoća raste sa veličinom normalnih napona, brzinom smicanja i zapreminskom težinom; smičuća čvrstoća se menja znatno u plićim slojevima, ali dosta sporije sa porastom dubine; ugao unutrašnjeg trenja i kohezija varirali su od ($\varphi' = 15.7^\circ$, $c' = 29.1$ kPa) do ($\varphi' = 21.9^\circ$, $c' = 18.3$ kPa) sa dubinom od 4 m do 16 m. Smičuća čvrstoća dobijena ovim istraživanjem je nešto niža u poređenju sa drugim istraživačima što je najviše uslovio sadržaj manje vlaknastih komponenti nego u ostalim istraživanjima. Uticaj starosti otpada i dubine na smičuću čvrstoću je prikazan na Slici 3.12, a promena parametara smičuće čvrstoće sa dubinom na Slici 3.13.

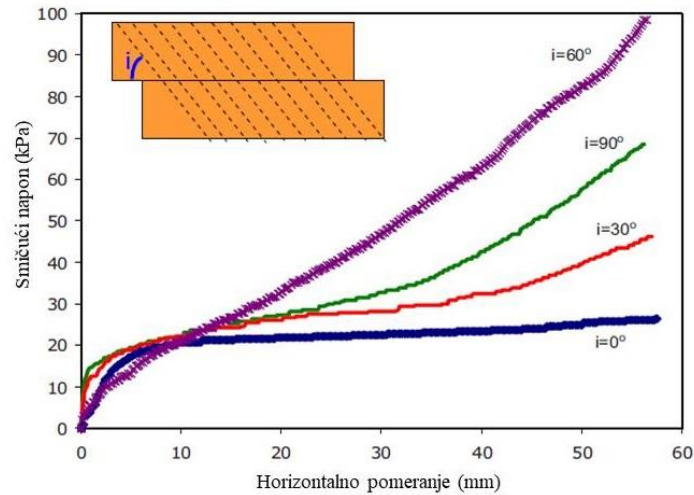


Slika 3.12 Uticaj starosti i dubine na smičuću čvrstoću komunalnog otpada (Feng et al., 2017)



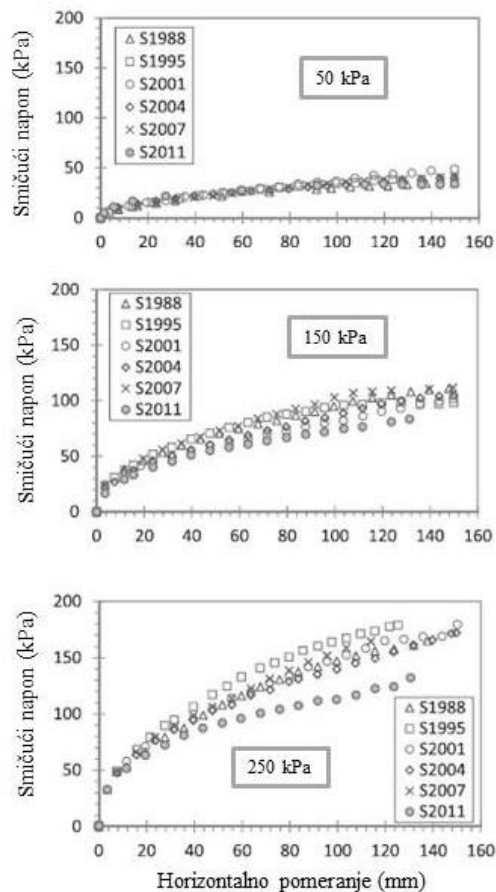
Slika 3.13 Promena parametara smičuće čvrstoće sa dubinom: a) ugla unutrašnjeg trenja, b) kohezije (Feng et al., 2017)

Može se zaključiti da je u većem broju ispitivanja uočen porast smičuće čvrstoće sa povećanjem smičućih deformacija, tako da se otpad ponaša kao materijal sa deformacijskim ojačanjem, što se pripisuje vlaknastim česticama koje se ponašaju kao armirajuće komponente u otpadu. U opitu direktnog smicanja, ponašanje otpada je anizotropno, odnosno zavisi od orijentacije vlaknastih čestica (Slika 3.14), dok ugao unutrašnjeg trenja opada sa porastom normalnih napona (Bray et al., 2009; Zekkos et al., 2010).



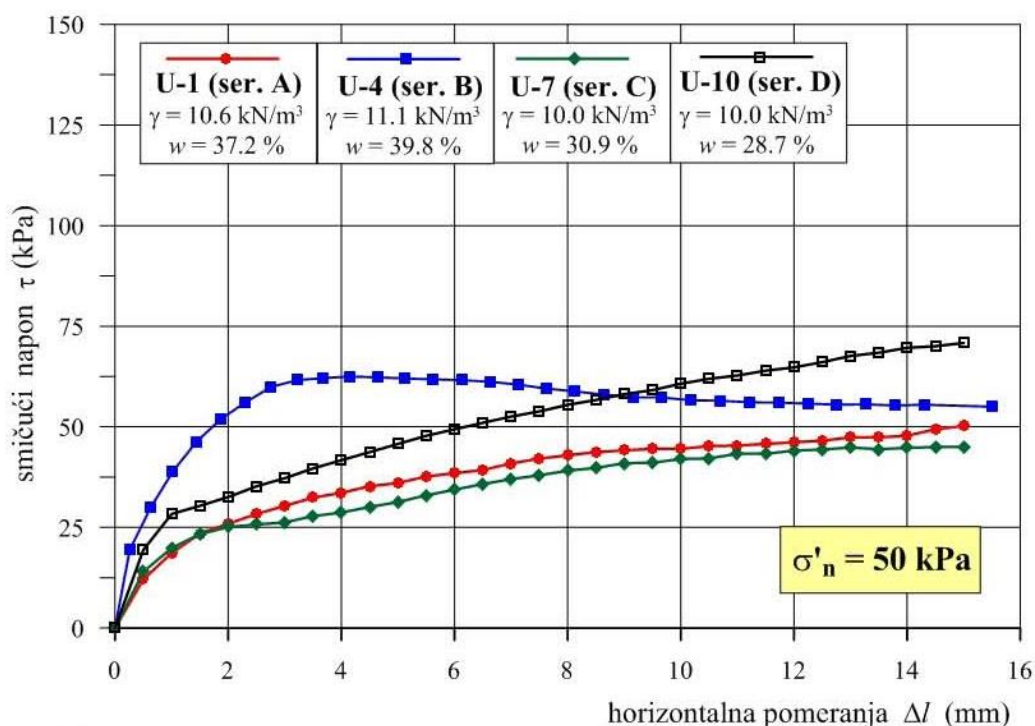
Slika 3.14 Uticaj orijentacije vlakana (Bray et al., 2009)

Takođe, često vršna čvrstoća komunalnog otpada nije jasno definisana, odnosno ona se dostiže pri dosta većim horizontalnim pomeranjima, zbog armirajućih komponenti komunalnog otpada koje se tada aktiviraju (Slika 3.15). Stoga se usvaja čvrstoća na smicanje pri unapred definisanoj veličini pomeranja $\Delta l = 7 - 150$ mm (u zavisnosti od dimenzija aparata), odnosno pri vrednosti smičuće deformacije od 20 % (Grisolia et al., 1995). Neki istraživači su usvajali i druge vrednosti smičuće deformacije pri kojoj je određivana vršna čvrstoća komunalnog otpada (na primer Zekkos (2005) – 5%), ali je većina istraživača usvojila vrednost od 15% ili 20% smičuće deformacije za definisanje parametara smičuće čvrstoće pri lomu sa objašnjenjem da bi veće deformacije dovele do nestabilnosti ostalih elemenata deponije (prekrivke, geosintetika, drenažnih sistema itd.).



Slika 3.15 Tipični rezultati opita direktnog smicanja komunalnog otpada (Abreu i Vilar, 2017)

Smičuća čvrstoća otpada je takođe ispitivana u konvencionalnim aparatima za direktno smicanje prvenstveno namenjenim za ispitivanje smičuće čvrstoće tla (Gabr i Valero, 1995; Rakić, 2013). U tom slučaju, uzorci su veštački pripremljeni sa procentualnim masenim udelom pojedinih komponenti, tako da je na taj način predstavljen sastav komunalnog otpada koji se ispituje. Komponente su usitnjavane prema preporuci da odnos najmanje dimenzije uzorka (obično je to visina uzorka) i veličine najkrupnije frakcije u uzorku bude veći ili jednak 5 ($h/d \geq 5$). Rakić (2013) je u okviru svoje disertacije ispitivao uzorke sa dve deponije komunalnog otpada u Srbiji različite starosti – aktivne deponije u Novom Sadu i zatvorene deponije Ada Huja u Beogradu. Uzorci su ispitivani u aparatima za direktno smicanje dimenzija 60 x 60 mm (serija A – Ada Huja, serija B – Novi Sad i serija D – mešani otpad) i 100 x 100 mm (serija C – mešani otpad). Za svaku seriju uzoraka formirana su po tri uzorka, tako da je ukupno ispitano 12 uzoraka. Smičuća sila je očitavana do horizontalnih pomeranja od 15 mm, što je 25 % od početne dužine uzorka u manjem aparatu, odnosno 15 % u većem aparatu. Tipične zavisnosti smičućeg napona i pomeranja su prikazane na Slici 3.16 za vrednost normalnog napona od 50 kPa. Izraženo ponašanje materijala sa deformacijskim očvršćavanjem je uočeno kod uzoraka iz serije D kod kojih je orijentacija vlaknastih čestica bila upravna na ravan smicanja, tako da je na taj način pokazan i uticaj orijentacije armirajućih čestica na smičuću čvrstoću.



Slika 3.16 Prikaz rezultata ispitivanja direktnim smicanjem (Rakić, 2013)

Zaključci koji se mogu dati na osnovu izvedenih i dokumentovanih ispitivanja direktnim smicanjem su sledeći:

- smičuća čvrstoća komunalnog otpada nelinearno raste sa porastom veličine normalnog napona, a nagib anvelope smičuće čvrstoće opada sa nivoom normalnih napona;
- za niske vrednosti normalnih napona deo čvrstoće je obezbeđen od armirajućih komponenti otpada koje daju porast kohezije;
- poklapanje nelinearne anvelope loma sa linearnom Mohr-Coulomb-ovom anvelopom važi samo za određeni opseg normalnih napona i prema tome se određuju vrednosti kohezije i ugla unutrašnjeg trenja;
- rezultati opita zavise od načina pripreme uzorka i od uslova pri ispitivanju;

- u okviru uobičajenih opsega napona, zbijenost uzoraka ima uticaj na smičuću čvrstoću otpada;
- degradacija i starost otpada imaju značajan uticaj na smičuću čvrstoću otpada, s obzirom da se starenjem otpada smanjuje vrednost kohezije, a povećava ugao unutrašnjeg trenja;
- naponsko-deformacijska kriva komunalnog otpada pokazuje značajno deformacijsko očvršćavanje, pa se vršna čvrstoća teško dostiže i sa velikim deformacijama, tako da je neophodno definisati određenu veličinu pomeranja pri lomu – kriterijum loma;
- naponsko-deformacijsko ponašanje komunalnog otpada zavisi i od orijentacije armirajućih komponenti u odnosu na ravan smicanja.

Mogu se izdvojiti tri osnovna faktora koja utiču na smičuću čvrstoću otpada: sadržaj organskih i armirajućih komponenti, starost otpada i uslovi deponovanja komunalnog otpada (način zbijanja, količina dnevne prekrivke koja se koristi i ako se koristi). Dodatno utiču i klimatski uslovi, procedna voda i način dreniranja.

Rezultati publikovanih opita direktnim smicanjem su prikazani u okviru Tabele 3.1

3.3.2 Triaksijalni opiti

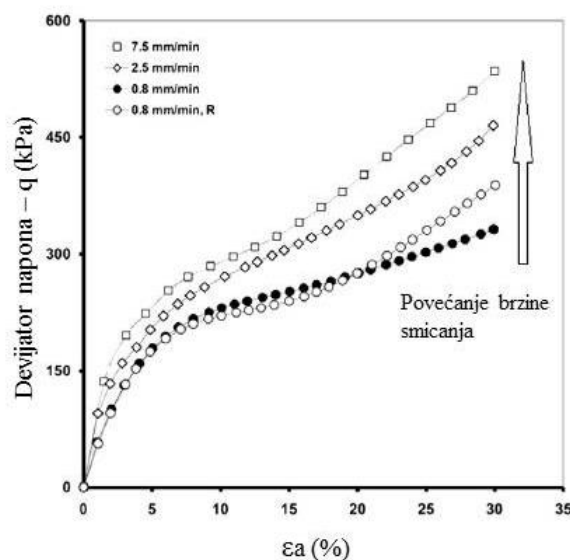
Određivanje parametara smičuće čvrstoće komunalnog otpada je takođe vršeno i u triaksijalnim aparatima različitih dimenzija, od standardnih dimenzija uzoraka za ispitivanje tla (\emptyset 5, 10 cm) do uzoraka velikih dimenzija (\emptyset 30 cm). Istraživači su došli do zaključka da pored sastava otpada, zapreminske težine, brzine smicanja, sadržaja vlaknastih/armirajućih komponenti, orijentacije vlakana, zbijenosti, putanja napona ima veliki uticaj na mehaničke karakteristike komunalnog otpada (Zekkos et al., 2012; Li i Shi, 2016).

Singh (2008) je u okviru svoje disertacije vršio ispitivanje na uzorcima koji su uzeti direktno sa deponije i na veštački pripremljenim (prepakovanim) uzorcima. Čelija triaksijalnog aparata je bila za maksimalne dimenzije uzorka od 21 cm prečnika i 45 cm visine. Uzorci dobijeni direktno sa deponije Brock West u blizini Toronta su bili prečnika 15 cm i 20 cm (ukupno šest uzoraka) koji su nakon merenja zapreminske težine i vlažnosti, zasićeni i zamrznuti da bi se sačuvala njihova in-situ struktura. Veštački uzorci su pripremljeni od istog materijala od kog su formirani neporemećeni uzorci, nakon završetka triaksijalnih opita na njima. Ukupno je izvedeno pet konsolidovanih nedreniranih (CU) triaksijalnih opita na neporemećenim uzorcima, jer se jedan uzorak raspao, pa nije bilo moguće izvršiti ispitivanje na njemu. Devet opita je sprovedeno na veštački pripremljenim uzorcima. Nelinearno naponsko-deformacijsko ponašanje je uočeno kod obe vrste uzoraka. Nekoliko veštačkih uzoraka je dostiglo vršnu čvrstoću, dok nijedan neporemećen uzorak nije. Dostizanje vršne čvrstoće nije dokumentovano od strane drugih istraživača koji su sprovedeli triaksijalne opite većih dimenzija (Grisolia et al., 1995; Machado et al., 2002 itd.). Dobijene vrednosti efektivnih parametara smičuće čvrstoće su: $c' = 0-8.4$ kPa, $\phi' = 35-47^\circ$.

Tabela 3.1 Pregled rezultata opita direktnog smicanja

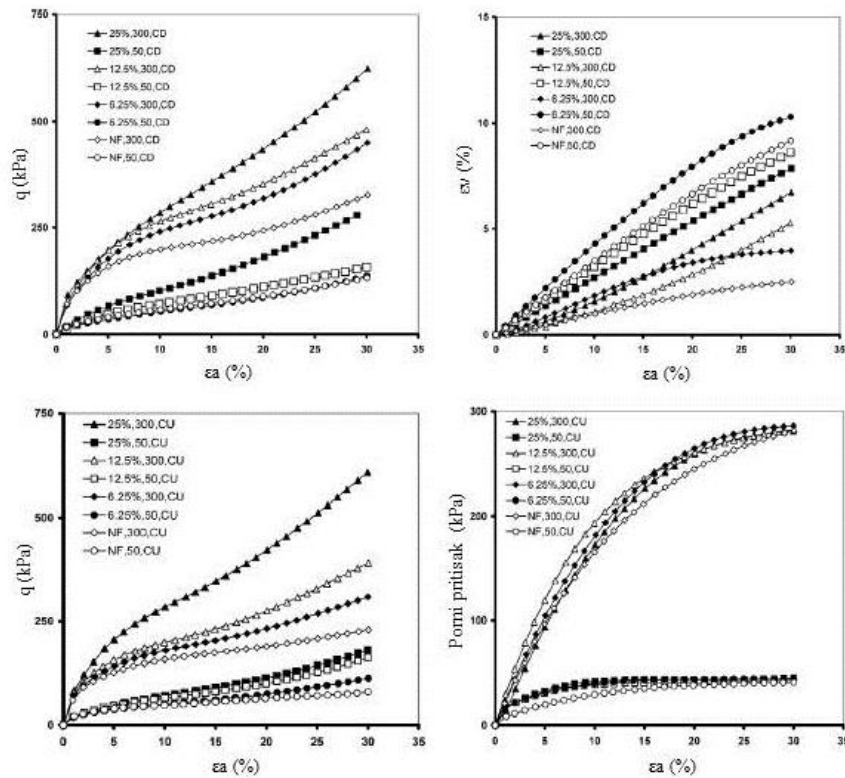
Deponija	Vrsta testa	Veličina aparata (cm)	Raspon normalnih napona (kPa)	Broj testova	c' (kPa)	ϕ' (°)	Referenca
4 deponije, Kanada	lab	43 x 29	30.3-565	23	0-23	24-41	Landva and Clark (1990)
Central Maine deponija, USA	in-situ	122 x 122	15-40	17	10	18-43	Richardson and Reynolds (1991)
North West deponija Arizona, USA	in-situ	122 x 122	15.3-44.5	6	5	33-35	Houston et al. (1995)
Wisconsin deponija, USA	lab	Ø 30	13.8-138	18	27	42	Edinliler et al. (1996)
Durham deponija, UK	lab	30 x 30	50-400	32	0	7-30	Jones et al. (1997)
Deponija u Veroni, Italija	in-situ/lab	Ø 80	50-220	6	22-24	17-18	Mazzucato et al. (1999)
Oll deponija, California, USA	lab	Ø 46	137.5-1730	9	16-30	33-59	Kavazanjian et al. (1999)
Normandy deponija, Beirut, Liban	lab	60 x 60	49.1-245.3	5	6-44	22-28	Sadek et al. (1999)
Torcy deponija, Francuska; Montech deponija, Francuska	in-situ	100 x 100	50-125	10	10-50	5-42	Gotteland et al. (2000)
Dona Juana deponija, Kolumbija	in-situ	Ø 90	2.2-117	6	67	23	Caicedo et al. (2002)
Outer Loop deponija, USA	lab	30 x 30	172-690	3	9-14	20-29	Harris et al. (2006)
Brock West deponija, Kanada	lab	100 x 100	60-150	3	14	36	Singh et al. (2009)
A deponija, Pakistan	in-situ	122 x 122	6-20	3	6.63	25.1	Ali et al. (2009)
Deponija Site N, Francuska	lab	30 x 30	50-200	21	0-36	28-38	Arif (2010)
Tri-Cities deponija, California, USA	lab	300 x 300	1.8-700	11	21-23	32-33	Zekkos et al. (2010)
Deer Track Park deponija, USA	lab	Ø 280	12-90	22	20	37	Bareither et al. (2012a)
Deponija Novi Sad i Ada Huja, Srbija	lab	6 x 6; 10 x 10	25-100	12	17-22	35-40	Rakić (2013)
Sao Carlos deponija, Brazil	lab	50 x 50	25-250	19	4.4-13.7	22-30	Abreu (2015)
Laogang deponija, Kina	in-situ	30 x 30	7.5-22.3	6	3-6	42-50	Miyamoto et al. (2015)
Ghazipur deponija, Delhi, Indija	lab	30 x 30	7-400	15	17	34	Ramaiah et al. (2017)
Okhla deponija, Delhi, Indija	lab	30 x 30	25-300	9	17	34	Ramaiah et al. (2017)
Tri deponije, Sao Carlos, Brazil	lab	50 x 50	50-250	6	4.4-13.7	22-30	Abreu i Vilar (2017)
Laogang deponija, Kina	lab	30 x 30	50-400	4	18.3-29.1	15.7-21.9	Feng et al. (2017)
Manisa deponija, Turska	lab	30 x 30	49-196	9	32-50	21-36	Pulat i Aksoy (2017)
Barmshoor deponija, Iran	lab	30 x 30	50-200	8	13.1-19.9	17-21	Falamaki et al. (2020)
Tabriz deponija, Iran	in-situ	122 x 122	6.7-22.2	2	1.2-2.2	21.5-31.5	Keramati et al. (2020)

Karimpour-Fard et al. (2011) su vršili ispitivanje uzoraka komunalnog otpada (40 uzoraka) sa Metropolitan Center deponije u Salvadoru, u Brazilu. Ispitivanje je vršeno u dreniranim i nedreniranim uslovima triaksijalnog aparata gde su uzorci bili prečnika 20 cm i visine 35 cm, max veličine opterećenja do 300 kPa. Autori su izvršili uklanjanje vlaknastih (armirajućih) komponenti (tekstila i plastike) da bi se ispitali uzorci sa različitim procentualnim sadržajem vlaknastih komponenti i video njihov uticaj na smičuću čvrstoću. Oštri predmeti su takođe uklonjeni iz uzoraka, a komponente veće od 50 mm su ili uklonjene ili usitnjene do odgovarajuće veličine. Brzina smicanja uzoraka je iznosila od 0.8 mm/min do 7.5 mm/min da bi se ispitaio uticaj brzine smicanja na mehaničko ponašanje komunalnog otpada. Smicanje je vršeno do 30 % aksijalne deformacije. Na Slici 3.17 je prikazan uticaj brzine smicanja na smičuću čvrstoću komunalnog otpada. Može se videti da sa porastom brzine smicanja, raste i smičuća čvrstoća komunalnog otpada. Povećanje iznosi do 15% sa promenom brzine smicanja od 0.8 mm/min do 7.5 mm/min.



Slika 3.17 Uticaj brzine smicanja na mehaničko ponašanje komunalnog otpada u triaksijalnom aparatu (Karimpour-Fard et al., 2011)

Uticaj sadržaja armirajućih komponenti na mehaničko ponašanje komunalnog otpada je prikazano na Slici 3.18. Može se videti da sa porastom sadržaja armirajućih komponenti, raste i smičuća čvrstoća komunalnog otpada što se slaže i sa rezultatima Zekkos-a (2005), Machado-a et al. (2002, 2008) i drugih. Takođe, može se uočiti tipično naponsko-deformacijsko ponašanje komunalnog otpada sa deformacijskim ojačanjem. Ovakvo ponašanje se slaže i sa istraživanjima drugih autora: Carvalho (1999), Machado et al. (2002, 2008, 2017), Zekkos (2005), Nascimento (2007), Bray et al. (2009). Takođe, slaže se i sa ispitivanjima opitom direktnog smicanja opisanom u prethodnom delu poglavlja. Ono što je posebno interesantno kod komunalnog otpada, da u CU opitima, veoma brzo raste porni pritisak do vrednosti približne svestranom pritisku (80-90%), a da pri tome nema izraženog oblika krive koji ukazuje na lom, već imamo deformacijsko ojačanje (Slika 3.18). Slično ponašanje je uočeno i kod treseta. Prema Shariatmandari-u et al. (2009) ovakvo ponašanje se objašnjava uklještenjima između armirajućih komponenti koje daje stabilnost čak i pri velikim pornim pritisacima usled izražene stišljivosti pojedinačnih komponenti otpada.

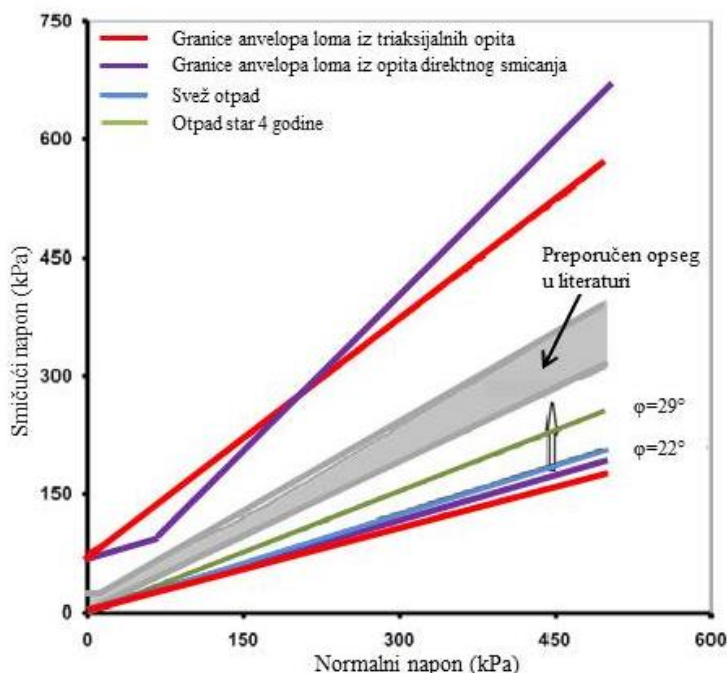


Slika 3.18 Uticaj sadržaja armirajućih komponenti na smičuću čvrstoću komunalnog otpada (CU – konsolidovani nedrenirani triaksijalni opit; CD – konsolidovani drenirani triaksijalni opit) (Karimpour-Fard et al., 2011)

Gomes et al. (2013) su ispitivali otpad sa deponije Santo Tinto, u Portugalu. Ispitivanja su obavljena na ukupno 27 uzoraka iz 13 istražnih bušotina i dve jame, a urađeno je 12 CD traksijalnih opita u aparatu većih dimenzija, za uzorke prečnika 15 cm i visine 30 cm. Autori su ispitivali uticaj starosti i sastava otpada na naponsko-deformacijsko ponašanje komunalnog otpada i došli do zaključka kao i većina autora. Ponašanje je bilo sa deformacijskim ojačanjem bez izraženog loma, čak i pri velikim aksijalnim deformacijama od 40-45% do kojih je vršeno merenje. Parametre smičuće čvrstoće su odredili za prethodno definisan uslov loma koji odgovara vrednostima aksijalnih deformacija od 5-25%, s tim što su napomenuli da je većina autora predložila veličinu od 15% ili 20% za određivanje parametara smičuće čvrstoće. Sa starošću otpada opada vrednost kohezije, a blago se povećava ugao unutrašnjeg trenja što se slaže sa već navedenim autorima (Zhan et al., 2008; Reddy et al., 2009b; Bareither et al., 2012a i drugima).

Machado et al. (2014) su u radu naveli da je izvedeno ukupno oko 100 triaksijalnih opita (uglavnom na uzorcima dimenzija Ø20 cm, H40 cm) u poslednjih 5 godina na deponiji u Salvadoru, u Brazilu, i došli su do sličnih zaključaka kao i Karimpour-Fard et al. (2011). Takođe su naveli da kriterijum loma zavisi od nivoa deformacija, ali da su istraživači usvajali različite vrednosti aksijalnih deformacija za određivanje vršne čvrstoće. Na primer, Zekkos (2005) je predložio kao kriterijum loma vrednost od 5% aksijalne deformacije, dok su Stark et al. (2009) predložili vrednost od 20% koju je većina istraživača i prihvatila. Na Slici 3.19 su prikazane anvelope loma za komunalni otpad sa predmetne deponije za vrednost aksijalne deformacije od 20% za svež otpad (ugao unutrašnjeg trenja 22°) i otpad star 4 godine (ugao unutrašnjeg trenja 29°), plava i zelena linija respektivno. Na istoj slici su prikazane i granične vrednosti smičuće čvrstoće iz literature. Ljubičaste linije predstavljaju gornju i donju granicu smičuće čvrstoće publikovane u dotadašnjoj literaturi, dobijene opitima direktnog smicanja, dok crvene linije predstavljaju granice smičuće čvrstoće sa parametrima dobijenim iz triaksijalnih opita. Siva oblast predstavlja opseg smičuće čvrstoće komunalnog otpada predložene od strane Kavazanjian-a et al. (1995), Manassero-a et al. (1996),

Eid-a et al. (2000), Zekkos-a (2005) i Stark-a et al. (2009). Sa slike se vidi da je smičuća čvrstoća ispitivanog otpada niža od preporučene zone u literaturi što se može pripisati velikom sadržaju organskih komponenti u odnosu na na primer otpad iz Amerike koji ima veći procenat sadržaja zemljastog materijala koji se koristi kao dnevna prekrivka, a ispitivan je od strane Zekkos-a (2005).



Slika 3.19 Preporučeni opseg anvelopa smičuće čvrstoće (Machado et al., 2014)

Shariatmadari et al. (2014) su vršili ispitivanje komunalnog otpada sa deponije Kahrizak u Teheranu, u Iranu, u triaksijalnom aparatu većih dimenzija – za uzorke prečnika 15 cm i visine 30 cm. Fokusirali su se na ispitivanje uticaja starosti otpada na njegovo mehaničko ponašanje (svež otpad, otpad starosti 5.5, 14 i 21 godinu) i ustanovili su sledeće: sadržaj organskih komponenti otpada se smanjio sa 65% za svež otpad na 20% za stariji otpad, bez obzira na starost otpada; naponsko-deformacijske krive su pokazale deformacijsko ojačanje bez dostignute vršne čvrstoće pri aksijalnim deformacijama od 30%; smičuća čvrstoća je uslovljena starošću otpada tako što ugao unutrašnjeg trenja raste, a kohezija opada sa starošću otpada. Vršne parametre smičuće čvrstoće su definisali za usvojeni kriterijum loma pri vrednosti aksijalne deformacije od 15%. Po autorima deformacija veća od 15% dovodi do stvaranja pukotina i nestabilnosti na kontaktu prekrivke od tla i otpada. Naglašeno je takođe da su mnogi istraživači koristili upravo vrednost aksijalne deformacije od 15% za definisanje vršnih parametara smičuće čvrstoće (Reddy et al., 2009a, 2009b, 2009c, 2011; Caicedo et al., 2002). Vrednosti su navedene u Tabeli 3.2.

Reddy et al. (2015) su ispitivali otpad sa deponije Orchard Hills, u Illinois-u, Amerika, gde su analizirali uticaj degradacije na fizičko-mehaničko ponašanje otpada. Ispitivanja su obavljena na svežem otpadu i degradiranom otpadu, koji je po stepenu degradacije razvrstan u pet faza. Sadržaj organskih materija je opao sa 84.1% za svež otpad na 58% za veoma degradiran otpad (faza 5 – 73% završenog procesa degradacije). Kod svih uzoraka je dobijeno isto naponsko-deformacijsko ponašanje sa deformacijskim ojačanjem, bez dostignute vršne čvrstoće. Za kriterijum loma je usvojena vrednost od 15% za aksijalnu deformaciju pri kojoj se definišu parametri smičuće čvrstoće. Dobijeni efektivni parametri smičuće čvrstoće su se kretali u opsegu: za koheziju $c' = 14-48$ kPa, za ugao unutrašnjeg trenja $\phi' = 6-13^\circ$. Nije uočena određena korelacija između parametara smičuće čvrstoće i stepena degradacije. Autori su ovo objasnili heterogenošću svežeg otpada i nemogućnošću da se postigne isti sastav uzoraka koji su uzeti sa same deponije. Treba naglasiti da je za pet uzoraka, određeni stepen degradacije postignut pomoću bioreaktora.

Rezultati ispitivanja komunalnog otpada u triaksijalnim aparatima su prikazani u Tabeli 3.2.

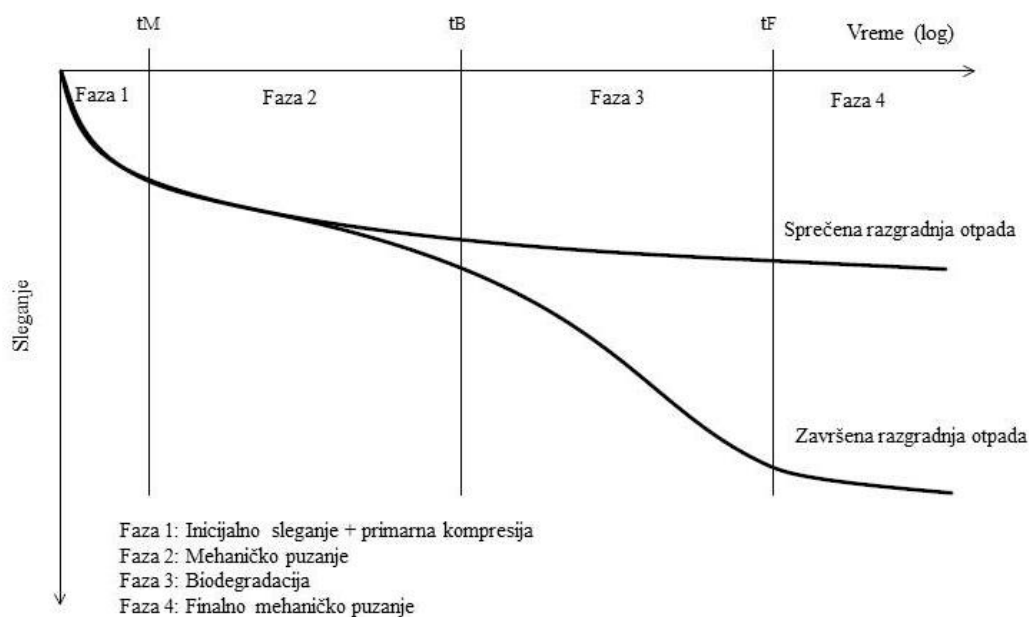
Tabela 3.2 Pregled rezultata triaksijalnih opita

Deponija	Vrsta testa	Veličina uzoraka (cm)	Raspon normalnih napona (kPa)	Aksijalna deformacija	c' (kPa)	ϕ' (°)	Referenca
Malagrotta deponija, Italija	CU	Ø25 H60	-	15%	3	20	Grisolia et al. (1995)
Deponija Pennsylvania, USA	CU	Ø7 H14	-	5-10%	0-28	20-39	Gabr i Valero (1995)
Bandeirantes deponija, Sao Paulo, Brazil	CD, CU	Ø15 H30 Ø20 H40	100-400	-	3-200	17-26	Carvalho (1999)
Dona Juana deponija, Kolumbija	CU CD	Ø30 H60	50-350	15%	45	14	Caicedo et al. (2002)
Deponija Sao Paulo, Brazil	CD	Ø15 H30 Ø20 H40	100-400	10-20%	22-70	16.5-27.4	Machado et al. (2002)
Bandeirantes deponija, Sao Paulo, Brazil	CD	Ø15 H30 Ø20 H40	100-400	20%	60.4	23.2	Vilar i Carvalho (2004)
Laogang deponija, Kina	CD	Ø30 H60	-	5/10/15%	7/15/30	14/17/19	Feng (2005)
Suzhou deponija, Kina	CD	Ø10 H20	50-400	10%	0-23.3	9.9-26	Zhan et al. (2008)
Orchard Hills deponija, USA	CU	Ø7 H14	69-276	15%	38	16	Reddy et al. (2009a)
Orchard Hills deponija, USA	CU	Ø7 H14	69-276	15%	34	23	Reddy et al. (2009b)
Metropolitan Center deponija, Salvador, Brazil	CD, CU	Ø20 H35	50-300	5-20%	5-15	12-51	Shariatmadari et al. (2009)
Brock West deponija, Toronto, Kanada	CU	Ø15 (Ø20) H45	50-350	20%	0-8.4	35-47	Singh et al. (2009)
Spadina deponija, Saskatoon, Kanada	CU	Ø15 H45	75-200	20%	16-36	21-41	Singh et al. (2009)
Metropolitan Center deponija, Salvador, Brazil	CD, CU	Ø20 H35	50-300	15/20%	34/46	18/20	Karimpour-Fard et al. (2011)
San Tirso deponija, Portugal	CD	Ø15 H30	35-180	15%	9.4-23.8	30.1-36.2	Gomes et al. (2013)
Kahrizak deponija, Teheran, Iran	CU	Ø15 H30	50-300	15%	11.2-25	24.8-45.8	Shariatmadari et al. (2014)
Orchard Hills deponija, USA	CU	Ø7 H14	69-276	15%	14-48	6-13	Reddy et al. (2015)

3.4 Deformabilnost komunalnog otpada

Komunalni otpad je porozan i heterogen materijal koji se vremenom sleže usled kompleksnih fizičko-mehaničkih i bioloških procesa. Sleganje komunalnog otpada se odvija u tri faze: inicijalno sleganje, primarna kompresija i sekundarna kompresija (El-Fadel i Khoury, 2000; Hossain et al., 2003; Marques et al., 2003; Gourc et al., 2010; Bareither et al., 2013). Inicijalno sleganje se dešava trenutno i povezano je sa nanošenjem opterećenja ili usled sopstvene težine otpada. Primarna kompresija predstavlja konsolidacionu fazu usled disipacije pornih pritisaka i vazduha iz pora i uobičajeno se završava oko 30 dana nakon odlaganja otpada na deponiju (El-Fadel i Khoury, 2000).

Sekundarna kompresija predstavlja dugotrajno sleganje komunalnog otpada i nastaje usled puzanja materijala kao i biološke razgradnje organskih komponenti otpada, a može da traje godinama. U praksi je prihvaćeno da na sekundarnu kompresiju utiču mehanički i biološki procesi (Dixon i Jones, 2005; Machado et al., 2008; Hettiarachchi et al., 2009). Mehaničko sleganje nastaje usled distorzije, lomljenja, promene orijentacije i prepakivanja komponenti otpada, a biološko sleganje nastaje kao posledica gubitka mase usled razgradnje organskih komponenti. Najveći udeo u ukupnom sleganju komunalnog otpada ima upravo sekundarna kompresija i teoretski može dostići i do 40% prvobitne visine deponije.



Slika 3.20 Krive sleganja sa fazama sleganja komunalnog otpada (Kwak, 2014)

Na Slici 3.20 prikazane su tipične krive sleganja komunalnog otpada, u zavisnosti od načina njegove razgradnje. Gornja granica je karakteristična za otpad kod kog je sprečena razgradnja i praktično su uključene samo prve dve faze, a donja granica je karakteristična za otpad kod kog je u potpunosti završena razgradnja organskih komponenti (npr. u biorektorskim deponijama). Za konvencionalne deponije, kriva sleganja se nalazi između ove dve granice, i zavisi od: sadržaja organskih komponenti, pH vrednosti, vlažnosti, klimatskih uslova itd. Kada se radi o konvencionalnim deponijama, potpuna razgradnja organskih komponenti je gotovo nemoguća bez određenih „pomagača“ koji postoje u biorektorskim deponijama (recirkulacija otpadnih voda čime se povećava vlažnost otpada, injektiranje hemijskih jedinjenja koji optimizuju pH vrednost, kontrolisanje temperature itd.). Na Slici 3.20 na vremenskoj osi su oznake tri karakteristična vremena: t_M – vreme završetka trenutnog sleganja (koje se sastoji od inicijalnog sleganja i primarne kompresije) i početak mehaničkog puzanja; t_B – početak biodegradacije komunalnog otpada; t_F – vreme završetka biodegradacije i početak finalnog mehaničkog puzanja. Često se četvrta faza zanemaruje u proračunu sleganja komunalnog otpada, jer se smatra da se sa završetkom biodegradacije, završava i proces sekundarnog sleganja komunalnog otpada, koji obično traje između 10 i 20 godina. U modelu koji je razvijen u okviru disertacije četvrta faza je takođe zanemarena.

Proračun sleganja komunalnog otpada je kompleksan zbog velikog broja faktora koji na njega utiču, kao što su: sastav otpada, početna zapreminska težina, koeficijent poroznosti, vlažnost, dimenzije deponije, način zbijanja otpada, mehaničko ili biološko tretiranje otpada pre deponovanja, nivo otpadnih voda, recirkulacija, temperatura, postojanje sistema za prikupljanje gasa, karakteristike prekrivke i klimatski uslovi (Simões i Catapreta, 2013).

3.4.1 Trenutno i sekundarno sleganje komunalnog otpada

Da bi se obavio proračun sleganja, neophodno je poznavanje parametara stišljivosti komunalnog otpada koji se dobijaju laboratorijskim ispitivanjima ili merenjima na samoj deponiji. Laboratorijski se vrši ispitivanje u edometarskim aparatima različitih prečnika (od 64 mm do 2000 mm). Izrađuju se i posebne ćelije u kojima se može simulirati ubrzana biodegradacija komunalnog otpada sa recirkulacijom filtrata, kontrolom temperature, merenjem količine metana nastale procesom raspadanja otpada. Često se takve ćelije nazivaju biorektorskim ćelijama, jer pored simulacije ponašanja otpada u konvencionalnim deponijama imaju i mogućnost simuliranja ponašanja otpada u biorektorskoj deponiji (ubrzana biodegradacija).

Modeli za proračun sleganja mogu se podeliti na:

- a) jednofazne vremenski zavisne modele kao što su reološki i regresioni modeli,
- b) višefazne vremenski zavisne modele, koji takođe uzimaju u obzir reološke elemente i matematičke funkcije (logaritamsku, eksponencijalnu i hiperboličku),
- c) takozvane fundamentalne modele koji uzimaju u obzir mehaničke, biodegradacijske i fizičko-hemijske efekte.

Kao što je navedeno u radu Marques et al. (2003), različiti pristupi i modeli za proračun sleganja komunalnog otpada mogu odgovoriti na bar jedan od tri mehanizma sleganja komunalnog otpada: trenutno sleganje usled nanetog opterećenja, vremenski uslovljeno mehaničko puzanje i biološku razgradnju komunalnog otpada. Međutim, postoje i modeli koji uzimaju u obzir sva tri mehanizma.

Sleganje komunalnog otpada (S_{MSW}) se može izraziti kao:

$$S_{MSW} = S_I + S_T \quad (3.8)$$

gde su:

S_I – trenutno sleganje koje se sastoji od inicijalnog sleganja i primarne kompresije

S_T – vremenski uslovljeno sleganje – sekundarna kompresija, koje se sastoji od sleganja usled mehaničkog puzanja $S_M(t)$ i sleganja usled biodegradacije otpada $S_B(t)$, tj. $S_T = S_M(t) + S_B(t)$

Ako izrazimo sleganje preko deformacija, dobija se:

$$S_{MSW} = H_0 \varepsilon_I + H_1 (\varepsilon_M + \varepsilon_B) \quad (3.9)$$

gde su:

H_0 – početna debljina otpada

H_1 – debljina otpada nakon završene prve faze (trenutnog sleganja)

$\varepsilon_I, \varepsilon_M, \varepsilon_B$ - deformacije usled trenutnog sleganja, mehaničkog puzanja i biodegradacije.

Često se debljina H_1 ne uzima u obzir, već se modeli zasnivaju samo na početnoj debljini otpada (Marques et al., 2003; Babu et al., 2010b; itd.).

Trenutno sleganje - S_I se najčešće računa prema teoriji konsolidacije koristeći indeks primarne kompresije C_c ili modifikovani indeks primarne kompresije C'_c :

$$S_I = H_0 \frac{C_c}{1 + e_0} \log \left(\frac{\sigma'_0 + \Delta\sigma}{\sigma'_0} \right) = H_0 C'_c \log \left(\frac{\sigma'_0 + \Delta\sigma}{\sigma'_0} \right) \quad (3.10)$$

gde su, pored prethodno definisanih parametara:

e_0 – početni koeficijent poroznosti

σ'_0 – efektivni vertikalni napon u sredini sloja za koji se računa sleganje

$\Delta\sigma$ – dopunski napon u sredini sloja za koji se računa sleganje

Često se koristi modifikovani indeks primarne kompresije, jer se on izražava preko promene vertikalnih deformacija, a ne preko promene koeficijenta poroznosti koji se dosta teže određuje kod komunalnog otpada nego kod tla, jer se promene dešavaju i usled biodegradacije, a pore postoje i u okviru samih komponenti otpada – sekundarna poroznost. Vrednosti modifikovanog indeksa primarne kompresije C'_c publikovanih u dosadašnjoj literaturi su prikazane u Tabeli 3.3.

Tabela 3.3 Uobičajene vrednosti modifikovanog indeksa primarne kompresije

Opis otpada	C'_c	Referenca
Svež	0.31-0.33	
Usitnjen otpad	0.32-0.47	Beaven i Powrie (1995)
Otpad star 20 godina (UK)	0.26	
Test polje oko 80 ari i 4 m visine (Sao Paolo, Brazil)	0.106 (prosek)	Marques et al. (2003)
Veštački pripremljen otpad (Kina)sa različitim sadržajem OC		
OC 0%	0.08	Liao et al. (2007)
OC 30%	0.24	
OC 60%	0.30	
OC 80%	0.32	
OC 100%	0.31	
Veštački pripremljen otpad (Kina)sa različitom vlažnošću w		
w 0%	0.30	Liao et al. (2007)
w 30%	0.29	
w 50%	0.30	
w 70%	0.29	
w 132%	0.28	
Svež otpad Orchard Hills (USA)		
w 44%	0.28	Reddy et al. (2009c)
w 60%	0.25	
w 80%	0.33	
w 100%	0.24	
Svež otpad (USA)	0.27	Bareither et al. (2012b)
Razgrađen otpad (USA)	0.18	
Otpad star 15 godina (Novi Sad)	0.074-0.119	Rakić (2013)
Otpad star 40 godina (Ada Huja)	0.102-0.125	
Izmešan otpad sa dve deponije	0.159	
Svež otpad (Kina)	0.20	Xu et al. (2015)
Razgrađen otpad (Kina)	0.10	

Modifikovana tabela publikovana od strane Powrie et al. (2019)

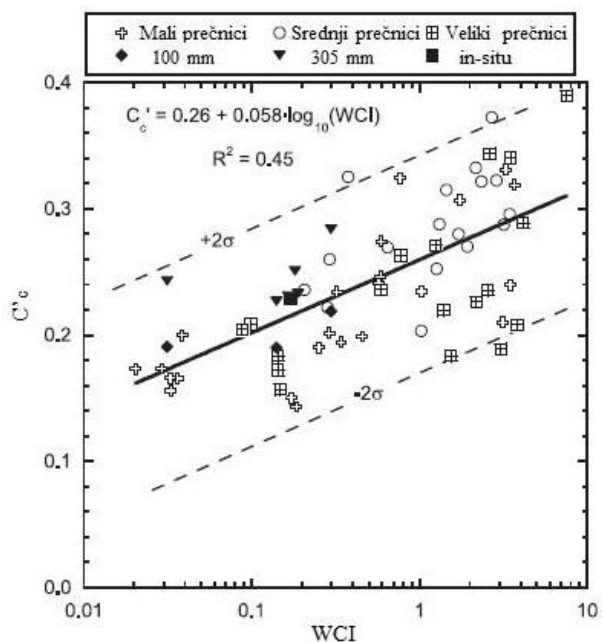
Iz Tabele 3.3 se može videti da modifikovani indeks primarne kompresije zavisi od sadržaja organskih komponenti do nekih 60 %, dok vlažnost otpada ne utiče znatno na vrednost modifikovanog indeksa primarne kompresije (Liao et al., 2007). Takođe, preporuka je da se laboratorijsko ispitivanje otpada edometarskim opitom vrši u aparatima dimenzija većim od 300 mm (Bareither et al., 2012b), jer se u manjim ćelijama dobijaju niže vrednosti modifikovanog indeksa primarne kompresije, što se može videti i po rezultatima Rakić-a (2013) gde su uzorci ispitivani u ćelijama prečnika 100 mm i jedna serija uzoraka prečnika 200 mm.

Bareither et al. (2012b) su u svom radu prikazali zavisnost modifikovanog indeksa primarne kompresije i indeksa kompresibilnosti otpada (WCI – Waste Compressibility Index) koji je funkcija vlažnosti (w), suve zapreminske težine (γ_d), zapreminske težine vode (γ_w) i procentualnog učešća organskih komponenti u otpadu (OW – papira, kartona, otpada od hrane (kuhinjskog otpada) i baštenskog otpada).

Izraz za WCI glasi:

$$WCI = w \left(\frac{\gamma_w}{\gamma_d} \right) \left(\frac{OW}{100 - OW} \right) \quad (3.11)$$

Na Slici 3.21 je prikazana zavisnost između C'_c i WCI na osnovu eksperimenata izvršenih laboratorijski i in situ sa različitim prečnicima edometarskih ćelija (od 64 mm do 2000 mm). Mali prečnici su prečnici ćelija od 63 mm do 95 mm (Gabr i Valero, 1995; Chen et al., 2009; Reddy et al., 2009a,b,c) srednji prečnici su od 190 mm do 365 mm (Chen i Lee, 1995; Vilar i Carvalho, 2004; Stolz i Gourc, 2007; Chen et al., 2010; Stolz et al., 2010), a veliki prečnici su od 600 mm do 2000 mm (Rao et al., 1977; Beaven i Powrie, 1995; Landva et al., 2000; Olivier et al., 2003; Olivier i Gourc, 2007). Takođe, uključeni su i podaci dobijeni ispitivanjem Bareither-a et al. (2012b) na uzorcima prečnika 100 mm i 305 mm (u specijalnom edometarskom aparatu u kom je moguće pored napona, kontrolisati i temperaturu, procednu vodu i gas) i in-situ na samoj Deer Track deponiji u Viskonsinu preko lizimetra dimenzija 2.4 m prečnika i 8.4 m visine u koji su na određenim dubinama postavljene merne ploče dimenzija 600x600 mm. U lizimetru su pored sleganja praćeni i sadržaj vode, porni pritisak i temperatura. Ispitivanje je trajalo 1067 dana, sa početkom dodavanja filtrata od 399-og dana.



Slika 3.21 Zavisnost modifikovanog indeksa primarne kompresije i indeksa kompresibilnosti otpada (Bareither et al, 2012b)

Na osnovu ovako predložene zavisnosti, a poznavajući sastav otpada, njegovu vlažnost i suhu zapreminsku težinu, može se odrediti modifikovani indeks primarne kompresije. Na Slici 3.21 su prikazane i gornja i donja granica, gde se za određeni WCI može dobiti opseg očekivanih vrednosti modifikovanog indeksa primarne kompresije. Landva et al. (2000) i Chen et al. (2009) su zaključili da C'_c opada sa povećanjem zbijenosti otpada, a Dixon et al. (2008) su istakli da C'_c opada sa većim sadržajem nestišljivih komponenti što se slaže sa prikazanom zavisnošću. Takođe, može se videti i da veličina uzorka nije značajan faktor pri određivanju primarne kompresije komunalnog otpada na ovaj način.

Primarno sleganje se može odrediti i prema konceptu kritičnog stanja preko indeksa nagiba λ i κ gde je sleganje izraženo preko elastične i plastične deformacije (Machado et al., 2002, 2008; Babu et al., 2010b):

$$S_I = H_0(\varepsilon_e + \varepsilon_p) = H_0 \left[\frac{\lambda}{1+e} \ln \left(\frac{\sigma'_0 + 2\Delta\sigma}{3\sigma'_0} \right) + \left(\frac{\lambda - \kappa}{1+e} \right) \ln \left(\frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \right) \right] \quad (3.12)$$

Sve vrednosti su već prethodno definisane, osim srednjeg efektivnog napona $p' = (\sigma'_0 + 2\Delta\sigma)/3$, a napon prekonsolidacije odgovara geostatičkom efektivnom naponu $p'_c = \sigma'_0$.

Sekundarno sleganje - S_T je vremenski zavisno i uglavnom se razdvaja na mehaničko puzanje ($S_M(t)$) i sleganje usled biodegradacije organskih komponenti komunalnog otpada ($S_B(t)$), što zahteva određivanje parametara svakog procesa pojedinačno vodeći računa o vremenu početka i završetka procesa. U nekim predloženim modelima uključena je i faza finalnog mehaničkog puzanja, ali se u većini slučajeva ona zanemaruje.

Mehaničko puzanje se sračunava ili preko modifikovanog indeksa kompresije mehaničkog puzanja $C'_{\alpha M}$ koji predstavlja odnos promene vertikalne deformacije $\Delta\varepsilon$ po promeni logaritma vremena $\Delta \log t$ u okviru Faze 2 (Slika 3.20) ili preko reološkog modela koji uključuje parametre kompresije i brzine sleganja (Gibson i Lo, 1961).

Proračun preko modifikovanog indeksa $C'_{\alpha M}$ je prvi predložio Sowers (1973), a kasnije su modifikovali Bjarngard i Edgers (1990), gde sleganje usled mehaničkog puzanja S_M za određeno vreme t glasi:

$$S_M(t) = H_0 C'_{\alpha M} \log \left(\frac{t}{t_M} \right), t_M < t < t_B \quad (3.13)$$

$$C'_{\alpha M} = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta \log t}, t_M < t < t_B \quad (3.14)$$

gde su:

t_M – vreme početka mehaničkog puzanja i sekundarne kompresije

t_B – vreme početka biodegradacije.

Jedinstveni indeks $C'_{\alpha M}$ se može primeniti za celokupno vremenski uslovljeno sleganje otpada u slučaju da je biodegradacija zanemarljiva (Ivanova et al., 2008; Bareither et al., 2013; Siddiqui et al., 2013), bez obzira što neki autori definišu njegovu minimalnu i maksimalnu vrednost (Rakić, 2013). Tipične vrednosti $C'_{\alpha M}$ su prikazane u Tabeli 3.4.

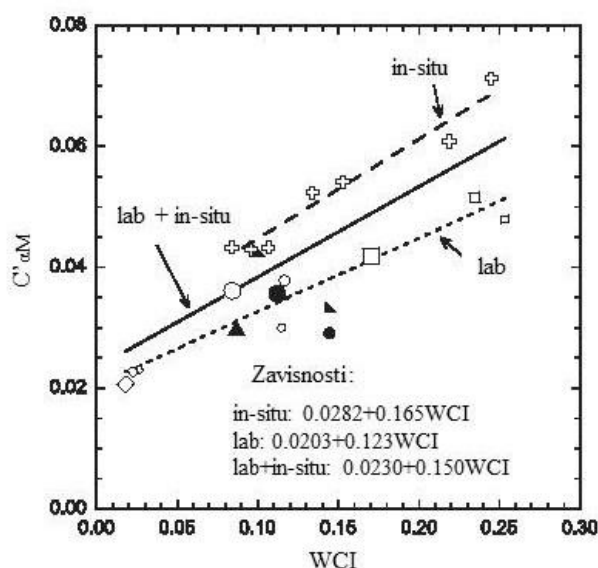
I u ovom slučaju može se uspostaviti veza između indeksa kompresibilnosti otpada (WCI) i vrednosti modifikovanog indeksa kompresije usled mehaničkog puzanja ($C'_{\alpha M}$) (Bareither et al., 2013). Zavisnost je prikazana za svež otpad, koji je ispitivan u laboratoriji na uzorcima prečnika $\varnothing 100$ mm i $\varnothing 305$ mm i terenskim opitom koji je opisan u prethodnom delu poglavlja prečnika $\varnothing 2400$ mm (Slika 3.22). Generalno, modifikovani indeks $C'_{\alpha M}$ raste sa porastom indeksa kompresibilnosti otpada, što je i logično, a opada sa starošću otpada (što se može videti iz Tabele 3.4), jer se značajan deo mehaničkog puzanja već završio.

Tabela 3.4 Tipične vrednosti modifikovanih indeksa kompresije mehaničkog puzanja

Opis otpada	$C'_{\alpha M}$	Referenca
Svež otpad	0.024-0.037	Park i Lee (2002)
Stari otpad	0.008-0.01	
Uzorci zasićeni sirćetnom kiselinom-sprečena biodegradacija Uzorci sa recirkulacijom filtrata	0.015-0.03 0.02	Hossain et al. (2003)
Monitoring sleganja na samim deponijama	0.026-0.029	Benson et al. (2007)
Svež otpad-White's Pit deponija (UK) Degradacija je sprečena za prvih 350 dana opita	0.05	Ivanova et al. (2008)
Veštački pripremljeni uzorci (Hangzhou, Kina) Sprečena degradacija	0.007-0.012	Chen et al. (2010)
Sprečena degradacija tokom trajanja testa 150-50kPa MBT* – aerobno degradiran otpad MBT* – anaerobno/aerobno degradiran otpad	0.016-0.02 0.015-0.018	Siddiqui et al. (2013)
Svež otpad Ø305mm 400-64kPa Svež otpad Ø2440mm	0.036-0.038 0.048-0.056	Bareither et al. (2013)
Starost otpada oko 15 godina – Novi Sad Starost otpada oko 40 godina – Ada Huja Izmešani otpad	0.009 – 0.051 0.004 – 0.03 0.017-0.023	Rakić (2013)
Usitnjen svež otpad, sprečena degradacija 12.5-1600kPa	0.078-0.113	Shi et al. (2016)

Modifikovana tabela publikovana od strane Powrie et al. (2019)

* - MBT – mehaničko-biološki tretiran otpad



Slika 3.22 Zavisnost modifikovanog indeksa sekundarne kompresije usled mehaničkog puzanja i indeksa kompresibilnosti otpada (Bareither et al., 2013)

Reološki model predložen od strane Gibson-a i Lo-a (1961), prvenstveno razvijen za proračun sleganja treseta, koristi se za proračun sleganja usled mehaničkog puzanja komunalnog otpada:

$$S_M(t) = H_0 \Delta \sigma \left[b \left(1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{b}\right)t} \right) \right] \quad (3.15)$$

gde su:

b – parametar sekundarne kompresije (1/kPa)

$\frac{\lambda}{b}$ – brzina sekundarne kompresije (1/vreme)

$\Delta \sigma$ – vertikalni dopunski napon (kPa)

t – vreme od početka nanošenja opterećenja (deponovanja otpada)

Sleganje usled biodegradacije se može sračunati analogno kao i usled mehaničkog puzanja. Menja se nagib krive sleganja u polulogaritamskom dijagramu, samim tim i vrednost modifikovanog indeksa sekundarne kompresije koji sada predstavlja modifikovani indeks sekundarne kompresije usled biodegradacije $C'_{\alpha B}$, a definiše se na isti način kao i $C'_{\alpha M}$, samo u vremenu od t_B do t_F (Slika 3.20).

$$S_B(t) = H_0 C'_{\alpha B} \log\left(\frac{t}{t_B}\right), t_B < t < t_F \quad (3.16)$$

$$C'_{\alpha B} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta \log t}, t_B < t < t_F \quad (3.17)$$

Vreme t_B se definiše ili preko promene nagiba krive sleganja u polulogaritamskom dijagramu, ili preko početka stvaranja metana (Gourc et al., 2010; Bareither et al., 2013), a često i preko povećanja pH vrednosti (Olivier i Gourc, 2007; Ivanova et al., 2008; Bareither et al., 2013).

Sleganje usled biodegradacije se može sračunati i preko jednačine bazirane na zakonima kinetike prvog reda – first-order kinetics (Park i Lee, 1997) koja glasi:

$$S_B(t) = H_0 E_{dg} [1 - e^{-k_b(t-t_B)}] \quad (3.18)$$

gde su:

E_{dg} – ukupna deformacija usled biodegradacije

k_b – konstanta brzine biodegradacije (1/vreme)

Tipične vrednosti ovih parametara su prikazane u Tabeli 3.5.

Tabela 3.5 Vrednosti parametara biodegradacije otpada

Opis otpada/eksperimenta	k_b (1/dan)	E_{dg} (%)	Referenca
Svež otpad; ćelija 3x3 m, 1.5 m visine	1.0×10^{-3}	11	Rao et al. (1977)
Usitnjen svež otpad pomešan sa muljem	1.0×10^{-3} - 1.1×10^{-3}	21	Gandolla et al. (1992)
Test polje oko 80 ari i 4 m visine (Sao Paulo, Brazil)	1.14×10^{-3} (prosek)	16 (prosek)	Marques et al. (2003)
Svež otpad 150 kPa	3.7×10^{-3}	17	Ivanova et al. (2008)
Svež otpad 50 kPa	6.1×10^{-3}	13	
Stari otpad 50 kPa	7.3×10^{-3}	5	
Svež otpad Ø305mm, 64 kPa	1.2×10^{-2} - 1.6×10^{-2}	12-16	Bareither et al. (2013)
Svež otpad Ø2440 mm, 20-67 kPa	2.3×10^{-3} - 2.9×10^{-3}	18-21	
Degradiran otpad Ø305mm, 64 kPa	3.5×10^{-3}	4.9	
MBT otpad	2.03×10^{-2}	1.7	Siddiqui et al. (2013)
Svež otpad 150 kPa	4.4×10^{-3}	13.8	
Svež otpad 50 kPa	4.9×10^{-3}	11.2	
Svež otpad 100-400 kPa	5×10^{-3} - 1.1×10^{-2}	10.9-16.9	Xu et al. (2015)

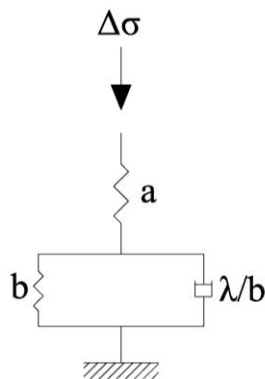
Modifikovana tabela publikovana od strane Powrie et al. (2019)

3.4.2 Kompozitni modeli sleganja komunalnog otpada

Ovi modeli su razvijeni kako bi se prikazali višefazni procesi sleganja samog komunalnog otpada, a omogućavaju kombinaciju sa prethodno opisanim matematičkim formulacijama u jedinstvene modele sleganja. U nastavku je prikazano nekoliko predloženih modela, od kojih neki predstavljaju deo potpunih konstitutivnih modela razvijenih za komunalni otpad.

Edil et al. (1990)

Reološki model predložen od strane Edil-a et al. (1990) zasnovan je na reološkom modelu Gibson-a i Lo-a (1961) razvijenom za proračun sleganja treseta. Model se sastoji od dva serijski povezana elementa (Slika 3.23): Hook-ovog tela (konstante a) i Kelvin-ovog modela (koji se po definiciji sastoji od Hook-ovog tela (u ovom slučaju konstante b) i Newton-ovog tela koji su povezani paralelno (koeficijenta viskoznosti λ/b)).



Slika 3.23 Reološki model

Pri nanošenju inkrementa napona, koji može predstavljati težinu otpada ili neko spoljašnje opterećenje na površini deponije, prvo se kompresuje Hook-ov element slično primarnom sleganju tla, dok Kelvin-ov model predstavlja sekundarnu kompresiju. Ovako prikazan fizički model se može matematički opisati u sledećem obliku:

$$S_{MSW}(t) = H_0 \Delta \sigma [a + b(1 - e^{-(\lambda/b)t})] \quad (3.19)$$

gde su parametri već prethodno definisani osim parametra a – parametar primarne kompresije, odnosno on je analogan parametru m_v koji u mehanici tla predstavlja koeficijent zapreminske stišljivosti (1/kPa).

Sowers (1973), Bjarngard i Edgers (1990), Hossain i Gabr (2005)

Model se bazira na tradicionalnoj Tercagijevoj teoriji konsolidacije proračuna sleganja tla, preko indeksa primarne i sekundarne kompresije (Sowers, 1973; Bjarngard i Edgars, 1990). Model su modifikovali Hossain i Gabr (2005) koji su u obzir uzeli sve faze sleganja komunalnog otpada. Jednačina za proračun sleganja glasi:

$$S_{MSW}(t) = H_0 C'_c \log \left(\frac{\sigma'_0 + \Delta \sigma}{\sigma'_0} \right) + H_1 \left[C'_{\alpha M} \log \left(\frac{t}{t_M} \right) + C'_{\alpha B} \log \left(\frac{t}{t_B} \right) + C'_{\alpha MF} \log \left(\frac{t}{t_F} \right) \right] \quad (3.20)$$

Aplikacija ovog modela za proračun dugotrajnog sleganja komunalnog otpada zahteva definisanje vremena prelaska iz faze biodegradacije u fazu finalnog mehaničkog puzanja, jer biodegradacija ne traje neograničeno (Bareither et al., 2013). Iz praktičnih razloga može se usvojiti da su modifikovani indeksi mehaničkog puzanja ($C'_{\alpha M}$) i finalnog mehaničkog puzanja ($C'_{\alpha MF}$) približno jednaki, tako da u slučaju ako nemamo biodegradaciju, model se može pojednostaviti korišćenjem jedinstvenog $C'_{\alpha M}$.

Marques et al. (2003)

Marques (2001) je u okviru svoje disertacije predložio kompozitni model za proračun sleganja komunalnog otpada, koji uzima u obzir i sleganje usled mehaničkog puzanja i usled biodegradacije.

Test polje je izgrađeno od svežeg otpada na deponiji Bandeirantes u Sao Paulu, u Brazilu površine 8400 m² i visine 4 m. Glavni cilj je bilo određivanje stišljivosti otpada, kontrola ponašanja drenažnih sistema i određivanje karakteristika filtrata. Ploče za merenje sleganja su postavljene ispod test polja da bi se osmatralo sleganje otpada, a postavljene su i na površini test polja (ukupno oko 20). Osmatranje je trajalo tri godine, u periodu od 1997 do 2000.

Ukupna deformacija ε se sastoji od tri komponente: deformacije usled trenutno nanetog opterećenja (primarna kompresija) ε_P , deformacije usled mehaničkog puzanja ε_C i deformacije usled biodegradacije ε_B i glasi:

$$\varepsilon = \varepsilon_P + \varepsilon_C + \varepsilon_B \quad (3.21)$$

Komponente ukupne deformacije glase:

$$\varepsilon_P = C'_c \log \left(\frac{\sigma_0 + \Delta\sigma}{\sigma_0} \right) \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_C = b\Delta\sigma(1 - e^{-ct'}) \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_B = E_{dg}(1 - e^{-dt''}) \quad (3.24)$$

Zadržana je originalna notacija, gde pored već ranije definisanih parametara, u ovom slučaju, c predstavlja konstantu brzine mehaničkog puzanja, d predstavlja konstantu brzine biološke degradacije, a vremena t' i t'' predstavljaju vreme od nanošenja dodatnog opterećenja $\Delta\sigma$ i vreme proteklo od deponovanja otpada, respektivno. Park i Lee (1997) su koristili jedinstveno vreme t'' , dok su u ovom modelu korišćena različita vremena za svaki sloj otpada koji se deponuje.

Sleganje komunalnog otpada u vremenu t , nakon nanošenja svih slojeva otpada, prema Marques et al. (2003) glasi:

$$S_{MSW}(t) = \sum_{i=1}^N \Delta H_i [\varepsilon_{Pi} + \varepsilon_{Ci}(t) + \varepsilon_{Bi}(t)] \quad (3.25)$$

gde je N broj slojeva otpada, ΔH_i je početna debljina zbijenog sloja i , ε_{Pi} je deformacija sloja i usled trenutnog sleganja, ε_{Ci} je deformacija u vremenu t sloja i usled mehaničkog puzanja koja zavisi od sopstvene težine sloja i i od težine slojeva iznad, ε_{Bi} predstavlja deformaciju u vremenu t sloja i usled biološke degradacije sloja i . Različiti vidovi deformacija se određuju na osnovu sledećih izraza:

$$\varepsilon_{Pi} = C'_c \log \left(\frac{\frac{1}{2}\gamma_i \Delta H_i + \sum_{j=i+1}^N \Delta\sigma_{i,j}}{\frac{1}{2}\gamma_i \Delta H_i} \right) \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_{Ci}(t) = b \left[\frac{1}{2}\gamma_i \Delta H_i (1 - e^{-c(t-t_i)}) + \sum_{j=i+1}^N \Delta\sigma_{i,j} (1 - e^{-c(t-t_j)}) \right] \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_{Bi}(t) = E_{dg}(1 - e^{-d(t-t_i)}) \quad (3.28)$$

gde su γ_i zapreminska težina sloja i , $\Delta\sigma_{i,j}$ priraštaj vertikalnog napona u sloju i usled nanošenja sloja j za $j > i$, t_i i t_j su vremena u kojima su naneti sloj i odnosno sloj j . Pošto je vreme t vreme nakon nanošenja svih slojeva, uvek će važiti: $t - t_i > 0$ i $t - t_j > 0$. Marques (2001) je u okviru svoje disertacije razvio kompjuterski kod za proračun sleganja komunalnog otpada prema predloženom modelu.

Machado et al. (2009)

Machado et al. (2009) su predložili model za proračun sleganja komunalnog otpada uzimajući u obzir vremenski zavisno mehaničko puzanje i biodegradaciju otpada. Model kombinuje izraz za sleganje usled mehaničkog puzanja prikazan u jednačini (3.13) i izraz za sleganje usled biodegradacije koji je baziran na pretpostavci da se komunalni otpad deli na armirajući materijal (koji se sastoji uglavnom od plastike) i na mešavinu ostalih komponenti koju su istraživači nazvali pasta. Priraštaj deformacije otpada usled biodegradacije je povezan sa proizvodnjom metana i gubitkom mase komunalnog otpada i izražena je na sledeći način:

$$d\varepsilon_B = \left[\frac{\rho_s^* L_0 (1+w) k}{\rho_p^* C_m (1+e_0)} e^{-kt} \left(1 + \alpha^* \frac{L_0 (1+w) (1-e^{-kt})}{C_m} \right) \right] dt \quad (3.29)$$

gde su:

ρ_s^* - početna gustina čvrstih komponenti komunalnog otpada (Mg/m^3)

ρ_p^* - početna gustina paste (Mg/m^3)

L_0 – parametar potencijala proizvodnje metana otpada ($\text{m}^3(\text{CH}_4)/\text{Mg}(\text{suvog otpada})$)

w – vlažnost komunalnog otpada

k – koeficijent degradacije prvog reda, odnosno konstanta brzine biodegradacije (1/god)

e_0 – početni koeficijent poroznosti

C_m – parametar potencijala proizvodnje metana ($400\text{-}500 \text{ m}^3(\text{CH}_4)/\text{Mg}(\text{suvog otpada})$)

α^* - parametar promene poroznosti usled biodegradacije

Integracijom jednačine (3.29), dobijamo izraz za sekundarno sleganje komunalnog otpada:

$$S_T = H_0 \left[C'_{\alpha M} \log \left(\frac{t}{t_M} \right) + \frac{\rho_s^* L_0 (1+w)}{\rho_p^* C_m (1+e_0)} \left\{ \left(1 + \frac{\alpha^* L_0 (1+w)}{C_m} \right) (1 - e^{-kt}) - \frac{\alpha^* L_0 (1+w)}{2C_m} (1 - e^{-2kt}) \right\} \right] \quad (3.30)$$

Babu et al. (2010a,b)

Model je baziran na koceptu kritičnog stanja tla i u narednom će biti detaljno opisan. Model sleganja obuhvata proračun trenutnog sleganja na osnovu elasto-plastičnog ponašanja materijala, zatim su uzeti u obzir mehaničko puzanje primenom jednačine predložene od Gibson-a i Lo-a (1961) i biodegradacija otpada prema jednačini Park i Lee-a (1997). Izraz za sleganje glasi:

$$S_{MSW}(t) = H_0 \left[\frac{\lambda}{1+e} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) + \left(\frac{\lambda - \kappa}{1+e} \right) \ln \left(\frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \right) + b\Delta\sigma_v (1 - e^{-ct}) + \varepsilon_{bio} (1 - e^{-k(t-t_B)}) \right] \quad (3.31)$$

Pored već ranije definisanih parametara u prethodnom i tekućem poglavlju, u ovom slučaju je sa k označena konstanta brzine biološke degradacije, a sa ε_{bio} ukupna deformacija usled biodegradacije (E_{dg}). U slučaju da je proteklo vreme od početka deponovanja otpada kraće od vremena t_B , koje

označava početak biodegradacije, u obzir se ne uzima poslednji član jednačine (sama biodegradacija).

Chen Y. et al. (2010)

Predstavljen je model koji kombinuje izraz za trenutno sleganje preko indeksa primarne kompresije i izraz za vremenski zavisnu komponentu sleganja koji obuhvata i deo od mehaničkog puzanja materijala i deo usled biodegradacije. Model glasi:

$$S_{MSW}(t) = H_0 C'_c \log\left(\frac{\sigma_0 + \Delta\sigma}{\Delta\sigma}\right) + H_1 \varepsilon_{MB} (1 - e^{-c_t t}) \quad (3.32)$$

ε_{MB} predstavlja ukupnu deformaciju komunalnog otpada usled mehaničkog puzanja i biodegradacije, a c_t je konstanta brzine za udruženo dejstvo mehaničkog puzanja i biodegradacije. Na ovaj način je pojednostavljen model za sleganje komunalnog otpada.

Gourc et al. (2010)

Autori su iskoristili ranije opisane modele, i u svom radu su posmatrali samo sekundarno sleganje koje se javlja bez dodatnog opterećenja, a sastoji se od sleganja usled mehaničkog puzanja i usled biodegradacije otpada. U radu su predstavili dva modela, koja se razlikuju u izrazu za deformaciju usled biodegradacije. Prvi glasi:

$$S_T = H_0 \left(C'_{\alpha M} \log\left(\frac{t}{t_M}\right) + E_{DG} (1 - e^{-k(t-t_B)}) \right) \quad (3.33)$$

gde je dat predlog za procenu ukupne deformacije usled biodegradacije:

$$E_{DG} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{so}} c \quad (3.34)$$

gde su:

γ_d – početna suva zapreminska težina komunalnog otpada

γ_{so} – početna suva zapreminska težina organskih komponenti (predloženo 8.34 kN/m³)

c – odnos mase organskih komponenti i ukupne suve mase otpada.

Drugi izraz za proračun sleganja glasi:

$$S_T = H_0 \left(C'_{\alpha M} \log\left(\frac{t}{t_M}\right) + E_{DG} \left[1 + \frac{k'}{s'} e^{-(k'+s')(t-t'_B)} - \left(\frac{k'+s'}{s'}\right) e^{-k'(t-t'_B)} \right] \right) \quad (3.35)$$

U jednačini su sa ' označeni parametri modela samo da bi se razlikovalo šta se odnosi na koji model, a parametri imaju isto značenje kao i parametri bez ' u prethodnom izrazu. U izrazu 3.35, s' predstavlja parametar oblika koji zavisi od vremena u kom se javlja maksimalna proizvodnja biogasa, dok k , odnosno k' (konstanta brzine biološke degradacije) se može sračunati na sledeći način:

$$k = k' = \frac{\ln(2)}{t_{1/2} - t_B} \quad (3.36)$$

gde $t_{1/2}$ predstavlja vreme za koje se obavi polovina ukupnog potencijala proizvodnje biogasa.

Model je validovan preko podataka dobijenih ispitivanjem uzoraka u bioreaktorskim ćelijama velikih dimenzija i preko podataka publikovanih od strane Ivanova et al. (2008) koji su vršili ispitivanja u dva konsolidaciona anaerobna reaktora (Consolidating Anaerobic Reactors - CAR). Ove specijalne edometarske ćelije, pored merenja vertikalnih deformacija (sleganje), imaju mogućnost recirkulacije filtrata, podešavanje temperature i merenje proizvodnje biogasa (metana).

Gao et al. (2017)

Za razliku od Bareither-a et al. (2013) koji su predložili da se proces sleganja komunalnog otpada podeli na četiri faze, što je prikazano na Slici 3.20, prema Gao et al. (2017) proces sleganja je podeljen u dve faze: naponsko zavisnu primarnu kompresiju i vremenski zavisnu sekundarnu kompresiju. Primarna kompresija obuhvata prvu fazu, a sekundarna kompresija ostale tri faze (mehaničko puzanje, biodegradaciju i finalno puzanje, Slika 3.20). Dužina trajanja primarne kompresije je usvojena u zavisnosti od samih rezultata opita. Model je validovan na osnovu pet publikacija (Olivier i Gourc, 2007; Ivanova et al., 2008; Bareither et al., 2013; Siddiqui et al., 2013 i Fei et al., 2014).

Prema Gao et al. (2017) ukupna deformacija se sastoji od elasto-plastične deformacije koja je vremenski nezavisna (ε^{ep}) i od vremenski zavisne plastične deformacije izazvane mehaničkim puzanjem i biodegradacijom (ε^{tp}).

$$\varepsilon = \varepsilon^{ep} + \varepsilon^{tp} \quad (3.37)$$

Autori su razdvojili izraze za deformaciju u uslovima ubrzanе biodegradacije (karakteristične za bioreaktore) i u uslovima normalne biodegradacije koji glase:

Za ubrzanu biodegradaciju:

$$\varepsilon = \varepsilon_p + C'_{c0} \log \frac{\sigma}{\sigma_p} + \frac{1}{c^2} \left[\Phi(\sigma_p) - \chi \log \left(\frac{\sigma}{\sigma_p} \right) \right] [1 - (1 + ct_e) e^{-ct_e}] \quad (3.38)$$

Za normalnu biodegradaciju:

$$\varepsilon = \varepsilon_p + C'_{c0} \log \frac{\sigma}{\sigma_p} + \frac{1}{c} \left[\Phi(\sigma_p) - \chi \log \left(\frac{\sigma}{\sigma_p} \right) \right] (1 - e^{-ct_e}) \quad (3.39)$$

gde su:

ε_p – deformacija u referentnoj tački polulogaritamskog dijagrama ($\varepsilon - \log \sigma$)

σ_p – vertikalni napon u referentnoj tački

$t_e = t - t_0$ – gde je t_0 vreme završetka primarne kompresije (1-7 dana (lab); 30-60 dana (teren))

C'_{c0} – modifikovani indeks primarne kompresije

$\Phi(\sigma_p)$ – viskozni koeficijent, određuje se fitovanjem krive sleganja

c – parametar zavisan od veličine viskozne deformacije usled mehaničkog puzanja i biodegradacije

χ – parametar koji predstavlja varijaciju viskoznog koeficijenta sa veličinom napona ili varijaciju modifikovanog indeksa kompresije sa vremenom

Prosečne vrednosti parametara prethodno opisanih modela su prikazane tabelarno (Tabela 3.6).

Tabela 3.6 Vrednosti parametara navedenih modela za proračun sleganja

Kompozitni model	Parametar	Jedinica	Prosečna vrednost
Edil et al. (1990)	a	1/kPa	1.9×10^{-4}
	b	1/kPa	0.0048
	λ/b	1/god	7.67
Sowers (1973), Bjarngard i Edgers (1990), Hossain i Gabr (2005)	C'_c	-	0.106
	$C'_{\alpha M}$	-	0.03
	$C'_{\alpha B}$	-	0.19
	$C'_{\alpha MF}$	-	0.022
Marques et al. (2003)	C'_c	-	0.106
	b	1/kPa	5.27×10^{-4}
	c	1/god	0.653
	E_{dg}	-	0.159
	d	1/god	0.416
Machado et al. (2009)	$C'_{\alpha M}$	-	0.041
	α^*	-	20 (15.3)
	k	1/god	0.21
Babu et al. (2010a,b)	λ	-	0.129/0.046
	κ	-	0.013/0.0046
	b	1/kPa	$0.007/5.27 \times 10^{-4}$
	c	1/god	7.933/0.653
	ϵ_{bio}	-	0.162/0.158
	k	1/god	14.089/0.416
Chen et al. (2010)	C'_c	-	0.254
	ϵ_{MB}	-	0.206
	c_t	1/god	1.196
Gourc et al. (2010)	$C'_{\alpha M}$	-	0.054
	k	1/god	3.19
	E_{dg}	-	0.115
Gao et al. (2017)	C'_{c0}	-	0.15
	c	-	0.025
	Φ	-	4.1×10^{-4}

Najveći broj istraživača je u proračunu dugotrajnog sleganja komunalnog otpada koristio upravo prethodno opisane kompozitne modele gde se trenutno sleganje računa preko modifikovanog indeksa primarne kompresije C'_c , sekundarno sleganje usled mehaničkog puzanja preko modifikovanog indeksa sekundarne kompresije $C'_{\alpha M}$ ili preko izraza Gibson-a i Lo-a (1961) i sekundarno sleganje usled biodegradacije preko izraza Park i Lee-a (1997) (Ivanova et al., 2008; Bareither et al., 2012b, 2013; Siddiqui et al., 2013; Simoes i Catapreta, 2013; Bareither i Kwak, 2015; Van Geel i Murray, 2015; Xu et al., 2015). Uobičajeno vreme trajanja trenutnog sleganja se kreće od 1-7 dana za laboratorijske, a 30-60 dana za terenske opite (Gao et al., 2017).

4. KONSTITUTIVNI MODELI ZA KOMUNALNI OTPAD

4.1 Uvod

Kao relativno mlada disciplina, mehanika otpada se u potpunosti bazira na mehanici tla i intenzivnije se razvija u poslednjih 20-ak godina. Već je napomenuto i prikazano, da su sleganje i smičuća čvrstoća komunalnog otpada posmatrani odvojeno. Međutim, opšte je poznato da je smičuća čvrstoća otpada, kao i tla, u funkciji istorije napona i deformacije, tako da se njegovo ponašanje može opisati složenijim konstitutivnim modelima koji uzimaju u obzir istoriju opterećenja, deformacije, puzanje i biodegradaciju. U literaturi se može naći relativno mali broj predloženih konstitutivnih modela za komunalni otpad, pogotovo kompletan konstitutivni model za komunalni otpad koji uzima u obzir istoriju opterećenja, mehaničko puzanje i biodegradaciju materijala. Nekoliko predloženih konstitutivnih modela prikazano je u okviru ovog poglavlja.

4.2 Konstitutivni model - Singh (2008)

Reddy et al. (1996) su koristili Duncan-Chang hiperbolički model da opišu naponsko-deformacijsko ponašanje otpada, a predloženi parametri modela odgovaraju tipičnim vrednostima za organska tla. Model je prikazan u prethodnom poglavlju (jednačina 2.43).

Singh (2008) je u okviru svoje disertacije takođe koristio ovaj model, a na osnovu rezultata ispitivanja u triaksijalnom aparatu velikih dimenzija koji je ranije opisan, odredio je pored parametara čvrstoće i ostale parametre Duncan-Chang-ovog modela (n , k , R_f). U Tabeli 4.1 su prikazane vrednosti ovih parametara za podatke iz literature i za istraživanje sprovedeno od strane Singh-a (2008). Kao kriterijum loma, to jest, vrednost devijatora napona pri lomu $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ je usvojena vrednost pri 20% aksijalne deformacije u triaksijalnom aparatu.

Tabela 4.1 Prikaz parametara hiperboličkog modela (Singh, 2008)

Referenca		n	K	R_f
Jessberger i Kockel (1993)		0.39	42	0.33
Kockel (1995)		0.76	55	0.55
Grisolia et al. (1995)		0.61	12	0.53
Machado et al. (2002)		1.26	25	0.72
Caicedo et al. (2002)		0.31	68	0.90
Vilar i Carvalho (2004)	CD	0.83	29	0.70
	CU	1.05	28	0.91
Singh (2008) Spadina deponija, Saskatoon, Kanada	veštački uz.	0.65	34	0.68
	neporemećeni uz.	0.53	75	0.87
	zbijeni uz.	0.56	44	0.86
Singh (2008) Brockwest deponija, Ontario, Kanada	veštački uz.	0.87	93	0.92
	neporemećeni uz.	1.12	58	0.82
Gornja granica		0.88	58	0.82
Donja granica		0.61	36	0.64

Treba napomenuti da ovaj model ne opisuje adekvatno naponsko-deformacijsko ponašanje komunalnog otpada u dreniranim i nedreniranim uslovima usled udruženih/obostranih uticaja izazvanih smičućom čvrstoćom i deformabilnošću/stišljivošću. Takođe, model ne uzima u obzir vrlo bitne karakteristike komunalnog otpada, a to su mehaničko puzanje i biodegradacija.

4.3 Konstitutivni model - Machado et al. (2002, 2008)

Tipična karakteristika naponsko-deformacijskog ponašanja komunalnog otpada je da čvrstoća otpada raste sa porastom deformacija bez izražene vršne čvrstoće, što se često pripisuje prisustvu armirajućih komponenti u samom otpadu, kao što je plastika. Machado et al. (2002) su predložili elasto-plastični konstitutivni model koji opisuje mehaničko ponašanje komunalnog otpada koje je kontrolisano preko armirajućih (vlaknastih) komponenti i preko paste (preostale mešavine otpada) uglavnom organskog porekla. Pasta je modelirana koristeći koncept kritičnog stanja sa neasocijativnim zakonom tečenja. U kasnije objavljenom radu (Machado et al., 2008) autori su uzeli u obzir uticaj mehaničkog puzanja materijala i uticaj biodegradacije organskih komponenti na mehaničko ponašanje komunalnog otpada. Uticaj biodegradacije i gubitak mase otpada je uveden preko modela raspadanja prvog reda, dok je degradacija vlakana uvedena preko promena karakteristika vlaknastih komponenti kroz vreme.

Prema autorima, sanitarna deponija često konceptualizovana kao biohemijski reaktor ima otpad i vodu kao glavne ulazne, a gas i otpadnu vodu kao najveće izlazne parametre. Gas i otpadna voda su povezani sa razgradnjom organskog sadržaja. Rezultujući gubitak zapremine (mase) prouzrokuje promenu poroznosti unutar otpada i dodatno sleganje koje se javlja tokom veoma dugog perioda, sve dok god se ne završi degradacija organskog sadržaja. Promena mehaničkih karakteristika otpada tokom vremena, kao posledica degradacije, je bila tema mnogim istraživačima, ali je veoma mali broj podataka, laboratorijskih i terenskih, dostupan da potvrdi i ustanovi ove varijacije. Uticaj biodegradacije otpada se može uzeti u obzir preko zapreminske deformacije otpada, dok je prema autorima indeks mehaničkog puzanja nezavistan od stepena biodegradacije i varira između 0.02 i 0.03.

Hipoteze konstitutivnog modela su: ponašanje komunalnog otpada je kontrolisano preko armirajućih komponenti (sačinjenih uglavnom od plastike) i preko paste (drvo, organske komponente, staklo, voda, filtrat itd.). Tako da, komunalni otpad predstavlja kompozitni materijal gde svaka od dve komponente ima svoj konstitutivni model; devijator napona, $q = (\sigma_1 - \sigma_3)$, ima doprinos i od paste i od armirajućih komponenti, a srednji napon p je isti za obe komponente (armirajuće komponente povećavaju smičuću čvrstoću, ali ne i normalne napone); deformacije zavise od obe komponente, a koeficijent poroznosti je vezan samo za pastu; zapreminske deformacije su kontrolisane samo pastom, dok se zapreminska deformacija armirajućih komponenti zanemaruje.

Konstitutivne zavisnosti usvojene za pastu i armirajuće (vlaknaste) komponente (nadalje će se armirajuće komponente nazivati vlaknastim zbog usklađenosti sa indeksom f – *fiber*) glase:

Moduli smicanja za vlakna i pastu:

$$G_f = \frac{E}{2(1 + \mu_f)} \quad (4.1)$$

$$G_p = \frac{3(1 - 2\mu_p)p}{2(1 + \mu_p)\kappa} \quad (4.2)$$

gde su:

E – Young-ov moduo elastičnosti vlakana

μ_f, μ_p – Poasonovi koeficijenti za vlakna i pastu (respektivno)

p – srednji normalni napon

κ – nagib linije rasterećenja (bubrenja)

Površni tečenja za vlakna i pastu:

$$f_f = q_f - q_{max} = 0 \quad (4.3)$$

$$f_p = q_p - M[p^n(p_0 - p)]^{\frac{1}{1+n}} \cdot n^{\frac{1}{1+n}} = 0 \quad (4.4)$$

gde su:

q_f, q_p – devijator napona za vlakna, odnosno pastu

q_{max} – maksimalna vrednost devijatora napona

M – nagib linije kritičnog stanja u p - q ravni

p_0 – napon prekonsolidacije za pastu

n – parametar oblika površi tečenja paste, usvojena vrednost $n=2$

Zakon ojačanja – samo za pastu:

$$d\varepsilon_{vp}^p = (\lambda - \kappa) \frac{dp_0}{p_0}, e_p = \frac{N}{p^\lambda} - 1 \quad (4.5)$$

gde su:

$d\varepsilon_{vp}^p$ – priraštaj zapreminskih plastičnih deformacija paste

λ – nagib linije izotropne konsolidacije

e_p – koeficijent poroznosti paste

N – specifična zapremina paste za $p = 1$ kPa.

Zakon tečenja (neasocijativan) – samo za pastu:

$$\frac{d\varepsilon_{vp}^p}{d\varepsilon_{sp}^p} = \left(\frac{1}{1+n} \right) M [p^n(p_0 - p)]^{\left(\frac{1}{n+1}-1\right)} [p^{n-1}n(p_0 - p) - p^n] \left(1 + \sin \left[\frac{\pi}{2 \left(\frac{n}{n+1}\right)^\beta} \left(\frac{p}{p_0}\right)^\beta \right] 2n \right)^{-1} \quad (4.6)$$

gde su:

$d\varepsilon_{sp}^p$ – priraštaj smičućih plastičnih deformacija paste

β – parametar koji osigurava da je $d\varepsilon_{sp}^p/d\varepsilon_{vp}^p = 0$, za $p=p_0$

Modul elastičnosti – samo za vlakna:

$$E = E_u + a_f \sigma_r \quad (4.7)$$

gde su:

E_u – moduo elastičnosti za $\sigma_r = 0$

a_f – koeficijent povećanja modula elastičnosti E sa povećanjem radijalnog napona σ_r

Priraštaj smičućih elastičnih deformacija vlakana ($d\varepsilon_{sf}^e$) je sračunat preko priraštaja smičućih elastičnih deformacija paste ($d\varepsilon_{sp}^e$). Pri tome je korišćena funkcija f_m koja je predložena na osnovu ponašanja samog otpada kod kog prisustvo vlakana na početku smicanja nema značajnu ulogu, ali postaje veoma značajno sa povećanjem smicanja.

$$d\varepsilon_{sf}^e = f_m d\varepsilon_{sp}^e \quad (4.8)$$

$$f_m = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\left(\frac{q}{p} \right)^2 \right) \quad (4.9)$$

Model je dopunjen 2008 godine, tako što su biodegradacija i mehaničko puzanje komunalnog otpada uključeni preko ukupne promene zapreminske deformacije i koeficijenta poroznosti:

$$d\varepsilon_{vd} = \left[\frac{C_\alpha}{(1 + e_0) \ln(10) t} - \left(\frac{\gamma_{so}}{\gamma_{sp}} \right) \left(\frac{1}{1 + e_0} \right) \left(1 - \alpha^* \frac{\Delta m_s}{m_{so}} \right) \frac{\partial m_s}{\partial t} \frac{1}{m_{so}} \right] dt \quad (4.10)$$

$$de_d = \left[\left(\frac{\gamma_s}{\gamma_{sp}} \right) \left(-\alpha^* \frac{\Delta m_s}{m_{so}} - e \right) \frac{\partial m_s}{\partial t} \frac{1}{m_{so} \left(1 + \frac{\Delta m_s}{m_{so}} \right)} - \frac{C_\alpha}{\ln(10) t} \right] dt \quad (4.11)$$

gde su:

$d\varepsilon_{vd}$ – inkrement zapreminske deformacije (d oznaka za dugotrajno)

de_d – promena koeficijenta poroznosti (d oznaka za dugotrajno)

$C_\alpha = -\Delta e / \Delta \log(t)$ – koeficijent sekundarne kompresije

e_0 – početni koeficijent poroznosti

t – vreme proteklo od odlaganja otpada

γ_{so}, γ_s – suva zapreminska težina čvrstih čestica otpada (o – početna)

γ_{sp} – suva zapreminska težina paste

α^* – parametar koji je funkcija količine mase koja je razgrađena

m_{so} – početna suva masa čvrstih čestica otpada

Δm_s – promena suve mase čvrstih čestica otpada

e – koeficijent poroznosti komunalnog otpada za proteklo vreme t

Dalji uticaj biodegradacije na opšte naponsko-deformacijsko ponašanje komunalnog otpada je uključeno uvođenjem pretpostavke da se deo devijatora napona prenosi preko vlaknastih čestica. Na ovaj način je uključena i vremenska promena mehaničkog ponašanja vlaknastih čestica na ponašanje komunalnog otpada u celosti. Kao posledica razlaganja vlakana, inkrement devijatora napona vlaknastih čestica se menja:

$$dq_f = 3G_f d\varepsilon_{sf}^e + 3 \frac{\partial G_f}{\partial t} dt \varepsilon_{sf}^e \quad (4.12)$$

$$dq_f = dq_{max} \quad (4.13)$$

Uzimajući u obzir uticaj promene vlaknastih komponenti i gubitka mase usled biodegradacije na ponašanje komunalnog otpada, dobijamo izraze za inkrement devijatora napona i priraštaj smičućih deformacija otpada kao celine:

$$dq = 3V_p G_p d\varepsilon_{sp}^e + 3V_f f_m G_f d\varepsilon_{sf}^e + q_f dV_f + q_p dV_p + 3V_f \frac{\partial G_f}{\partial t} dt \varepsilon_{sf}^e \quad (4.14)$$

$$d\varepsilon_s = d\varepsilon_{sp} V_p + d\varepsilon_{sf} V_f + dV_f (d\varepsilon_{sf} - d\varepsilon_{sp}) \quad (4.15)$$

gde je priraštaj elastičnih smičućih deformacija paste jednak:

$$d\varepsilon_{sp}^e = \frac{\frac{dq - (q_f - q_p)dV_f}{3V_f} - \frac{\partial G_f}{\partial t} dt \varepsilon_{sf}^e}{\frac{G_p V_p}{V_f} + G_f f_m} \quad (4.16)$$

Priraštaj zapreminskih deformacija komunalnog otpada jednak je:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_{vd} + d\varepsilon_{vp} V_e \left(\frac{1 + e_p}{1 + V_e e_p} \right) \quad (4.17)$$

$$V_e = \frac{e}{e_p} = \left(\frac{\frac{P_p}{\gamma_{sp}}}{\frac{P_p}{\gamma_{sp}} + \frac{P_f}{\gamma_{sf}}} \right) \quad (4.18)$$

gde su:

P_p, P_f – odnos između suve zapreminske težine paste, odnosno vlakana i suve zapreminske težine otpada

Površ tečenja i zakon ojačanja koji su definisani za pastu se koriste za proračun preostalih dugotrajnih priraštaja zapreminskih deformacija paste. Na primer, priraštaj plastičnih zapreminskih deformacija paste, uzimajući u obzir promenu zapreminskog modula vlakana, devijatora napona i udela zapremine vlakana u ukupnoj zapremini otpada kroz vreme glasi:

$$d\varepsilon_{vp}^p = \frac{3G_p(\lambda - \kappa)(n + 1) \left(\frac{p - p_0}{p} \right)^{\frac{n}{n+1}} \left[\frac{-\partial G_f}{\partial t} dt \varepsilon_{sf}^e + \frac{dq - (q_f - q_p)dV_f}{3V_f} \right]}{p_0 M n^{\frac{n}{n+1}} \left[\frac{G_p V_p}{V_f} + G_f f_m \right]} \quad (4.19)$$

Vremenska promena mehaničkih karakteristika vlakana je takođe uzeta u obzir u ovom konstitutivnom modelu. Pretpostavka je da su maksimalne vrednosti modula elastičnosti i devijatora napona vlakana na početku, a da opadaju sa vremenom. Vremenska zavisnost je prikazana preko modela razgradnje prvog reda:

$$E(t) = E_{(t=0)} e^{-k_E t} \quad (4.20)$$

$$q_{max}(t) = q_{max(t=0)} e^{-k_q t} \quad (4.21)$$

gde su:

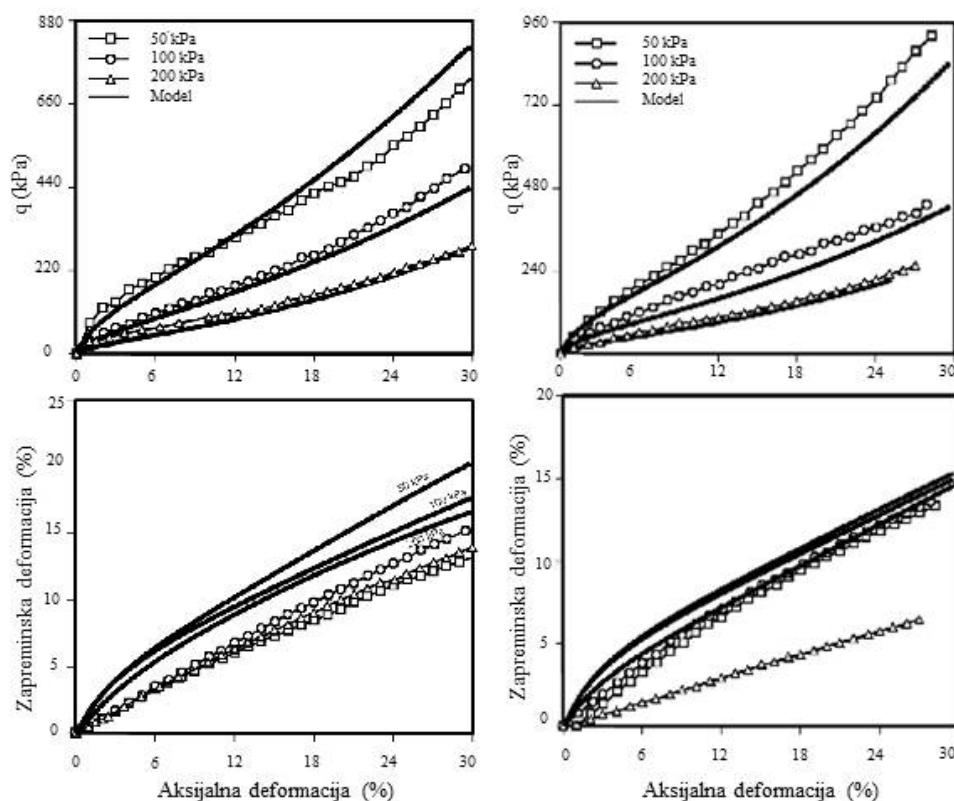
k_E, k_q – konstante vezane za brzinu promene modula elastičnosti, odnosno graničnog napona zatezanja vlakana kroz vreme (1/godina)

Usvojeni parametri konstitutivnog modela su određeni na osnovu nekoliko referenci (Carvalho, 1999; Mehta et al., 2002; Britto, 2006; Machado et al., 2006; Olivier i Gourc, 2007) i prikazani su u Tabeli 4.2.

Tabela 4.2 Parametri modela (Machado et al., 2008)

Carvalho (1999)													
P_{fo}	V_{fo}	γ_{sp}	γ_{sf}	E_u	a_f	q_{max}	μ_f	μ_p	λ	κ	N	e_0	φ
-	-	kN/m ³	KN/m ³	MPa	-	MPa	-	-	-	-	-	-	°
0.218	0.13	22.1	10	82.4	10000	7.7	0.25	0.36	0.16	0.007	8.26	2.82	22
Mehta et al. (2002), Machado et al. (2006), Olivier i Gourc (2007)													
L_0	w	C_m	k	$C\alpha$	α^*	k_q	k_E						
m ³ CH ₄ /Mg	-	m ³ CH ₄ /dMg	l/god	-	-	l/god	l/god						
85	0.8	420	0.21	0.04	20	0.024	0.067						

Validacija opisanog modela je prikazana na Slici 4.1 za drenirani triaksijalni opit za svež komunalni otpad i za komunalni otpad star četiri godine. Kao što se može videti, slaganje modela sa izmerenim laboratorijskim vrednostima su zadovoljavajuća. Nedostatak opisanog konstitutivnog modela je prvenstveno u velikom broju parametara koji su potrebni da se odrede da bi se ovaj konstitutivni model i primenio, što ga čini dosta nepraktičnim za upotrebu. Većina parametara se može odrediti iz konvencionalnih laboratorijskih opita, osim parametra α^* čije je određivanje kompleksno, jer zahteva ispitivanje komunalnog otpada različitog sastava i starosti. Takođe, model nije implementiran ni u jedan softverski paket baziran ili na metodi konačnih razlika ili na metodi konačnih elemenata.



Slika 4.1 Rezultati CD triaksijalnih opita za svež komunalni otpad (levo) i otpad star četiri godine (desno) i poređenje sa opisanim modelom (Machado et al., 2008)

4.4 Konstitutivni model - McDougall (2007)

U radu McDougall (2007) je predstavljen vrlo složen hidro-bio-mehanički model sa velikim brojem potrebnih ulaznih parametara. Hidraulički model uključuje sukciju i razvijen je za nezasićene sredine, biodegradacijski model je dvofazni anaerobno digestivni model koji uzima u obzir enzimatsku hidrolizu razgradljive materije otpada, a mehanički model uzima u obzir posledice razgradnje preko uključenog mehaničkog puzanja otpada.

Hidraulički model je baziran na 2D formulaciji Richards-a:

$$\frac{\partial}{\partial x} k_x(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} k_z(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial k_z(\theta)}{\partial z} = C_w \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (4.22)$$

gde su:

ψ –hidraulični potencijal

k_x, k_z – koeficijenti vodopropustljivosti u horizontalnom i vertikalnom pravcu

θ – vlažnost

t – vreme

$C_w = \frac{\partial \theta}{\partial \psi}$ – specifični kapacitet vode

Za sukciju je korišćen izraz van Genuchten-a:

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{(1 + (\alpha|\psi|)^n)^m} \quad (4.23)$$

gde su:

θ_s, θ_r – zasićena, odnosno zaostala vlažnost

α, n, m – parametri modela koji se određuju laboratorijski

U biodegradacijskom modelu glavne dve promenljive su koncentracija isparljivih masnih kiselina (čije su funkcije razgradnja organskih materija i generisanje gasova, metana i ugljen-dioksida) i koncentracija metanogene biomase. Maseni udeo biorazgradljivih čvrstih komponenti se sračunava za svaki vremenski korak.

Dve parcijalne diferencijalne jednačine su definisane u ovom modelu i one se rešavaju simultano:

$$D_c \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_c \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \frac{q_x}{\theta} \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{q_z}{\theta} \frac{\partial c}{\partial z} + [r_g - r_h] = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (4.24)$$

$$D_m \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + D_m \frac{\partial^2 m}{\partial z^2} - \frac{q_x}{\theta} \frac{\partial m}{\partial x} - \frac{q_z}{\theta} \frac{\partial m}{\partial z} + [r_j - r_k] = \frac{\partial m}{\partial t} \quad (4.25)$$

gde su:

c – koncentracija isparljivih masnih kiselina

D_c, D_m – difuzioni koeficijenti isparljivih masnih kiselina, odnosno biomase, respektivno

q – advektivni fluks (odnosi se na kretanje jedinjenja kroz vodu ili vazduh)

r_g, r_h - parametri vezani za hidrolizu

m – koncentracija biomase

r_j, r_k – parametri vezani za metanogenezu

Mehanički model kombinuje opterećenje, puzanje i biodegradaciju za sračunavanje ukupnog sleganja deponije. Naneto opterećenje izaziva inicijalno sleganje koje je elastično ili elastoplastično, a vremenski uslovljeno puzanje i biodegradacija predstavljaju dugotrajna sleganja. Ukupna deformacija preko koje se sračunava sleganje se može napisati kao zbir četiri komponente:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^e + \varepsilon_i^p + \varepsilon_i^c + \varepsilon_i^d \quad (4.26)$$

ε_i predstavlja tenzor (vektor) deformacija, dok indeksi e, p, c i d predstavljaju elastične, plastične, plastične deformacije od puzanja i biodegradacije. Sleganje usled opterećenja je elasto-plastično i sračunato je preko Modifikovanog Cam-Clay modela koji je prikazan u Poglavlju 2. Sleganje uzrokovano puzanjem materijala je sračunato preko promene koeficijenta poroznosti kroz vreme:

$$\frac{de}{dt} = - \frac{\chi}{(t - t_0 + t_{eq} + t_{ref})} \quad (4.27)$$

gde su:

de – promena koeficijenta poroznosti

χ – viskozni koeficijent

t – trenutno vreme

t_0 – vreme u kom počinje mehaničko puzanje

t_{eq} – ekvivalentno vreme koje omogućava da doprinos deformaciji usled puzanja i ojačanje materijala budu povezani sa linijom normalne konsolidacije

t_{ref} – referentno vreme koje je u ovom slučaju usvojeno kao 1 dan.

Kao što se već zna, biodegradacija značajno utiče u veličini sekundarnog sleganja komunalnog otpada. McDougall i Pyrah (2004) su predložili vezu između promene zapremine čvrstih čestica (dV_s) i promene zapremine pora (dV_v) preko parametra promene poroznosti usled biodegradacije Λ u sledećem obliku:

$$dV_v = \Lambda dV_s \quad (4.28)$$

Vrednosti parametra Λ su prikazane tabelarno (Tabela 4.3).

Tabela 4.3 Vrednost parametra Λ (McDougall, 2007)

Λ	Koeficijent poroznosti	Ukupna zapremina	Promena zbijenosti/čvrstoće
-1	Max povećanje	Bez promene	Smanjenje zbijenosti i čvrstoće
0	Povećanje	Smanjenje	Smanjenje zbijenosti i čvrstoće
e	Bez promene	Značajnije smanjenje	Bez promene
> e	Smanjenje	Max smanjenje	Povećanje zbijenosti i čvrstoće

Ovako definisan model je izuzetno kompleksan, jer sadrži veliki broj parametara koji se ne određuju samo preko konvencionalnih metoda tako da je model krajnje nepraktičan za upotrebu u svakodnevnoj praksi.

4.5 Konstitutivni model - Babu et al. (2010a)

Model razvijen od Babu et al. (2010a) je elasto-plastični konstitutivni model koji uzima u obzir vremenski zavisne deformacije usled mehaničkog puzanja i biodegradacije otpada. On je razvijen na osnovu sledećih pretpostavki:

- mehaničko ponašanje je elasto-plastično ponašanje u okvirima koncepta kritičnog stanja u mehanici tla sa asocijativnim zakonom tečenja
- opšti naponsko-deformacijski odgovor komunalnog otpada je diktiran njegovom vlaknastom strukturom
- sekundarna kompresija je uslovljena vremenskom zavisnošću u obliku eksponencijalne funkcije koja je data preko sledeće jednačine (Gibson i Lo, 1961):

$$\varepsilon_c = b\Delta\sigma(1 - e^{-ct'}) \quad (4.29)$$

gde su:

b – koeficijent mehaničkog puzanja

$\Delta\sigma$ – promena vertikalnog napona (dopunski napon)

c – konstanta brzine mehaničkog puzanja

t' – vreme od nanošenja inkrementa napona.

– Izraz za vremenski uslovljenu biološku degradaciju su predložili Park i Lee (1997) i glasi:

$$\varepsilon_b = E_{dg} (1 - e^{-dt''}) \quad (4.30)$$

gde su:

E_{dg} – ukupan iznos deformacije koja se može desiti usled biološke degradacije

d – konstanta brzine biodgradacije

t'' – vreme proteklo od odlaganja otpada na deponiju.

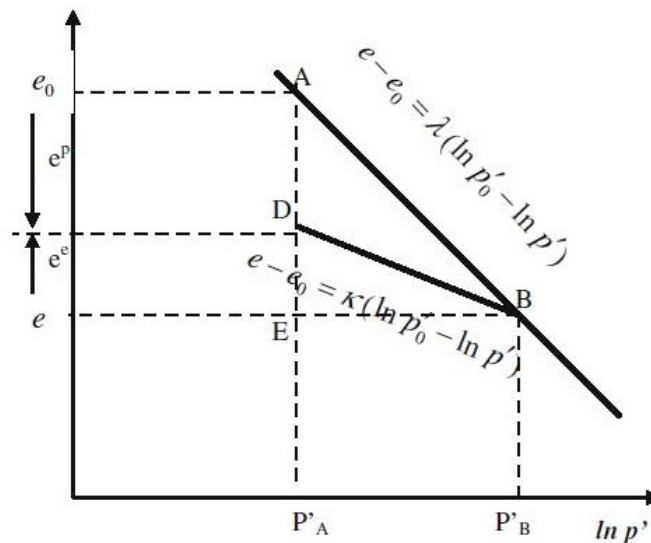
Preko polulogaritamskog dijagrama izotropne kompresije $e - \ln(p')$, određuje se nagib linije opterećenja (λ) i nagib linije rasterećenja (κ) koji predstavljaju potrebne parametre elasto-plastičnog modela (Slika 4.2). Pošto je u pitanju elasto-plastično ponašanje materijala, linija rasterećenja neće biti ista kao linija opterećenja. Kada se komunalni otpad ponovo optereti do vrednosti srednjeg efektivnog napona p'_B uglavnom će to biti po istoj putanji što ukazuje na elastično ponašanje.

Ukupna promena koeficijenta poroznosti duž putanje opterećenja je:

$$e = e_A - e_B = \lambda \ln \left(\frac{p'_B}{p'_A} \right) = \lambda (\ln p'_B - \ln p'_A) \quad (4.31)$$

Dok je promena koeficijenta poroznosti duž putanje rasterećenja:

$$e^e = e_D - e_E = \kappa \ln \left(\frac{p'_B}{p'_A} \right) = \kappa (\ln p'_B - \ln p'_A) \quad (4.32)$$



Slika 4.2 Izotropna kompresija

Inkrementi koeficijenata poroznosti glase:

$$de = -\lambda \frac{dp'}{p'} \quad (4.33)$$

$$de^e = -\kappa \frac{dp'}{p'} \quad (4.34)$$

$$de^p = de - de^e = -(\lambda - \kappa) \frac{dp'}{p'} \quad (4.35)$$

Priraštaj ukupne zapreminske deformacije uzimajući u obzir izraz (4.33) glasi:

$$d\varepsilon_v = -\frac{de}{1 + e_0} = \frac{\lambda}{1 + e_0} \frac{dp'}{p'} \quad (4.36)$$

gde e_0 predstavlja početni koeficijent poroznosti.

Elastična komponenta priraštaja zapreminske deformacije se može izraziti:

$$d\varepsilon_v^e = -\frac{de^e}{1 + e} = \frac{\kappa}{1 + e} \frac{dp'}{p'} \quad (4.37)$$

Dok se priraštaj plastične zapreminske deformacije preko uslova normalnosti vektora plastičnih deformacija na površ tečenja može napisati u obliku:

$$d\varepsilon_v^p = \left(\frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \right) \left[\frac{dp'}{p'} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} \right] \quad (4.38)$$

gde η predstavlja naponski odnos (q/p'), a M predstavlja nagib linije kritičnog stanja u p' - q ravni.

Izazi za priraštaje zapreminske deformacije (elastične i plastične), su ustanovljeni prema konceptu kritičnog stanja u mehanici tla. Elasto-plastični model za komunalni otpad je proširen uzimajući u obzir vremenski zavisne komponente, a to su: mehaničko puzanje i biodegradacija materijala. U tom slučaju, priraštaj ukupne zapreminske deformacije glasi:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p + d\varepsilon_v^c + d\varepsilon_v^b \quad (4.39)$$

gde su:

$d\varepsilon_v^c$ – priraštaj zapreminske deformacije usled mehaničkog puzanja

$d\varepsilon_v^b$ – priraštaj zapreminske deformacije usled biodegradacije materijala.

Iz jednačina (4.29, 4.30), posle diferenciranja sledi:

$$d\varepsilon_v^c = cb\Delta\sigma e^{-ct'} dt' \quad (4.40)$$

$$d\varepsilon_v^b = dE_{dg} e^{-dt''} dt'' \quad (4.41)$$

gde su:

t' – vreme od početka nanošenja dodatnog opterećenja

t'' – vreme od trenutka odlaganja otpada na deponiju.

U modelu je usvojeno jedinstveno vreme t , odnosno usvojeno je da su vremena t' i t'' jednaka.

Zamenjujući prethodne izraze (4.37, 4.38, 4.40 i 4.41) u izraz za priraštaj ukupne zapreminske deformacije (4.39), dobija se:

$$d\varepsilon_v = \frac{\kappa}{1+e} \frac{dp'}{p'} + \left(\frac{\lambda - \kappa}{1+e} \right) \left[\frac{dp'}{p'} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} \right] + cb\Delta p' e^{-ct} dt + dE_{dg} e^{-dt} dt \quad (4.42)$$

Odnosno:

$$d\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e} \frac{dp'}{p'} + \left(\frac{\lambda - \kappa}{1+e} \right) \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} + cb\Delta p' e^{-ct} dt + dE_{dg} e^{-dt} dt \quad (4.43)$$

Izražavajući promenu zapreminske deformacije preko promene koeficijenta poroznosti, sledi:

$$d\varepsilon_v = -\frac{de}{1+e_0} \Rightarrow \quad (4.44)$$

$$-\frac{de}{1+e_0} = \frac{\lambda}{1+e} \frac{dp'}{p'} + \left(\frac{\lambda - \kappa}{1+e} \right) \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} + cb\Delta p' e^{-ct} dt + dE_{dg} e^{-dt} dt$$

Integracijom prethodnog izraza u granicama koje odgovaraju početnom stanju i trenutnom stanju, što znači: za koeficijent poroznosti granice su od e_0 do e , za srednji napon od p'_0 do p' , za naponski odnos od θ do η i za vreme od θ do t , dobija se:

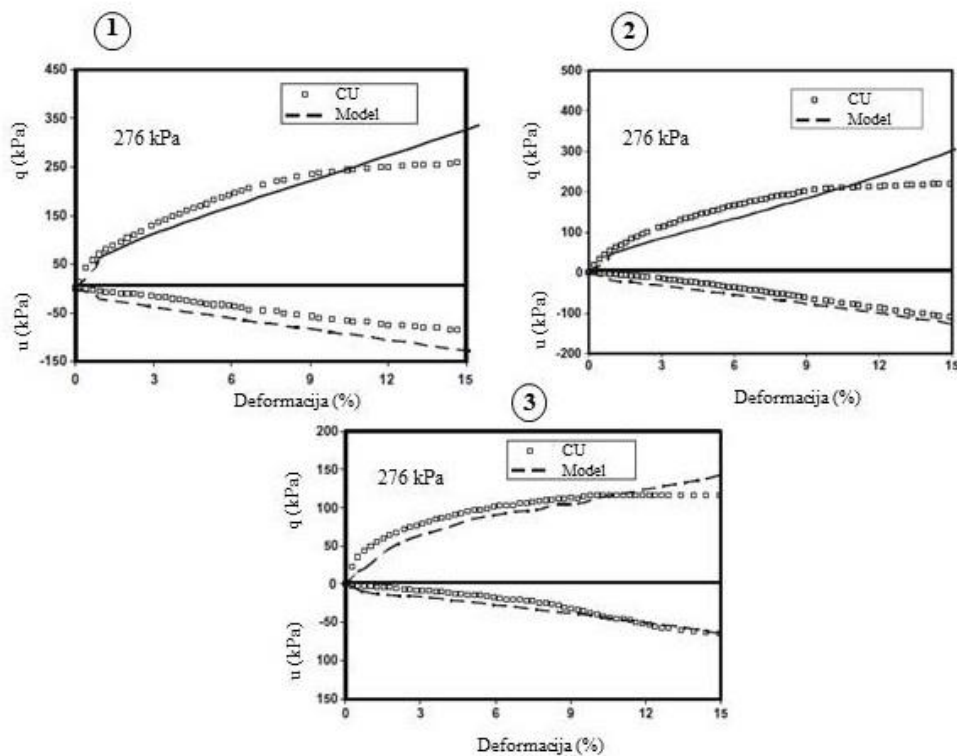
$$-\int_{e_0}^e \frac{de}{1+e_0} = \quad (4.45)$$

$$\frac{\lambda}{1+e} \int_{p'_0}^{p'} \frac{dp'}{p'} + \left(\frac{\lambda - \kappa}{1+e} \right) \int_{\theta}^{\eta} \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} + cb\Delta p' \int_{\theta}^t e^{-ct} dt + dE_{dg} \int_{\theta}^t e^{-dt} dt$$

Pojednostavljenjem prethodnog izraza sledi jednačina površi tečenja u obliku:

$$q = Mp' \sqrt{\left\{ \left[\left(\frac{p'_0}{p'} \right)^\lambda \exp \left\{ \left[\frac{(e_0 - e)}{1+e_0} + b\Delta p' e^{-ct} + E_{dg} e^{-dt} \right] (1+e) \right\} \right]^{\frac{1}{\lambda - \kappa}} - 1 \right\}} \quad (4.46)$$

Validacija modela je prikazana na Slici 4.3 za ponašanje komunalnog otpada u nedreniranom triaksijalnom aparatu (uzorak prečnika 70 mm i visine 140 mm) pri svestranom pritisku od 276 kPa. Rezultati su prikazani za tri tipa komunalnog otpada: 1) svež otpad koji je uzet sa deponije Orchard Hills u Illinois-u (USA), 2) deponovan otpad uzet iz bušotine sa iste deponije na dubini od 20 m za koji se pretpostavlja da je proteklo oko 1.5 godine od početka biodegradacije i 3) veštački pripremljen komunalni otpad koji reprezentuje tipičan sastav otpada u Americi. Treba napomenuti da model definisan od strane Babu-a et al. (2010a) nije implementiran ni u jedan softver baziran na metodi konačnih elemenata, već je jedino implementiran u metodi konačnih razlika u okviru softverskog paketa FLAC 2D (Ering i Babu, 2018).



Slika 4.3 Validacija predloženog modela za CU triaksijalni opit: 1-svež otpad, 2-deponovan otpad, 3-veštački pripremljen otpad (Babu et al., 2010a)

4.6 Konstitutivni model - Lü et al. (2017, 2018)

Prema autorima je zbog izuzetne heterogenosti i složenog sastava komunalnog otpada, njegovo mehaničko ponašanje nelinearno, što je u skladu i sa ostalim istraživačima. Međutim, u mnogim studijama, nelinearnost je zanemarivana, pa je najčešće korišćen Mohr-Coulomb-ov model za opisivanje smičuće čvrstoće što može rezultirati određenim greškama u numeričkim analizama. Konstitutivni model razvijen od strane Lü-a et al. (2017,2018) uzima u obzir promenu zapreminske deformacije, ali i dilatanciju materijala koja je uslovljena vremenskim razlaganjem vlaknastih komponenti, koje se u početku smatraju vrstom ojačanja. Konstitutivni model sa deformacijskim ojačanjem u kom je na adekvatan način uzet u obzir mehanizam napon-dilatancija može vrlo dobro simulirati ponašanje mehanički i biološki tretiranog komunalnog otpada. Konstitutivni modeli u koje su uključeni efekti degradacije na fizičke i mehaničke karakteristike komunalnog otpada kao i stišljivost komponenti takođe mogu dovoljno tačno opisati fizičko-mehaničko ponašanje komunalnog otpada, ali su uopšteno kompleksniji za numeričku implementaciju.

Dosadašnja istraživanja nisu uzela u obzir deformacijsko očvršćavanje u proračunu granične nosivosti. Tako da granična nosivost komunalnog otpada nije analizirana koristeći adekvatan konstitutivni model, već konvencionalne modele, uglavnom elastični-idealno plastični model. Literaturni podaci pokazuju da je ponašanje komunalnog otpada slično armiranom tlu i samim tim postoji značajno povećanje smičuće čvrstoće. Na primer, Hedge i Sitharam (2017) su analizirali graničnu nosivost armiranog tla koristeći Modifikovani Cam Clay model koji je baziran na linearnom kriterijumu loma, tako da se ovaj model ne može primeniti direktno za proračun granične nosivosti deponija. Lü et al. (2017, 2018) su predložili elasto-plastični model u koji je uključeno povećanje smičuće čvrstoće preko nelinearne funkcije tečenja. Povratna Euler-ova integracija je korišćena da se sračunaju naponi, parametri stanja i matrica krutosti. Drenirani triaksijalni opiti su

numerički simulirani da prikažu mogućnosti predloženog konstitutivnog modela u predviđanju naponsko-deformacijskog ponašanja i zapreminskih deformacija komunalnog otpada.

Konvencionalni konstitutivni modeli za komunalni otpad uglavnom uključuju funkciju tečenja preko plastičnih zapreminskih deformacija koje postepeno rastu sa porastom opterećenja, tako da se sračunava samo smanjenje zapremine (kompresiju). Da bi se uključila i dilatancija komunalnog otpada, pogotovo starog komunalnog otpada, uzet je u obzir mehanizam povećanja smičuće čvrstoće u kombinaciji sa odnosom napon-dilatancija.

Funkcija tečenja predloženog modela glasi:

$$F = q + Mp^\xi = 0 \quad (4.47)$$

gde su:

p – vrednost srednjeg napona

q – devijator napona

ξ – parametar čvrstoće, definiše nelinearnost modela; $\xi = 1$ – linearni model smičuće čvrstoće

M – funkcija ojačanja.

Za inkrement plastičnih smičućih deformacija važi:

$$d\varepsilon_s^p = \frac{-pM}{h_s G(M_f - M)} dM \quad (4.48)$$

gde su:

G – modul smicanja

M_f – definiše kritično stanje

$d\varepsilon_s^p$ – inkrement plastičnih smičućih deformacija

h_s – fitting parametar

Plastični potencijal je definisan preko sledeće jednačine:

$$Q = q - \frac{AM_c p}{1-A} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-(1-A)} \right] = 0 \quad (4.49)$$

gde su:

A – materijalna konstanta (povećanje konstante A vodi do veće zapreminske dilatancije)

M_c – parametar iz odnosa napon-dilatancija koji kontroliše prelazak iz stišljivog u dilatacijsko ponašanje

p_0 – vrednost inicijalnog srednjeg napona

Integracijom se dobija ukupna plastična smičuća deformacija:

$$\varepsilon_s^p = \frac{p}{h_s G} \left[M + M_f \ln \left(1 - \frac{M}{M_f} \right) \right] \quad (4.50)$$

i na kraju parametar ojačanja:

$$H_p = \frac{\partial F}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_s^p} = \frac{-h_s G(M_f - M)}{M} (p)^{n-1} \quad (4.51)$$

Zapreminski i smičući moduli (respektivno) glase:

$$K = \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)} G \quad (4.52)$$

$$G = G_0 p_{at} \frac{(e^* - e_0)^2}{1 + e_0} \sqrt{\frac{p'}{p_{at}}} \quad (4.53)$$

gde su:

ν – Poisson-ov koeficijent

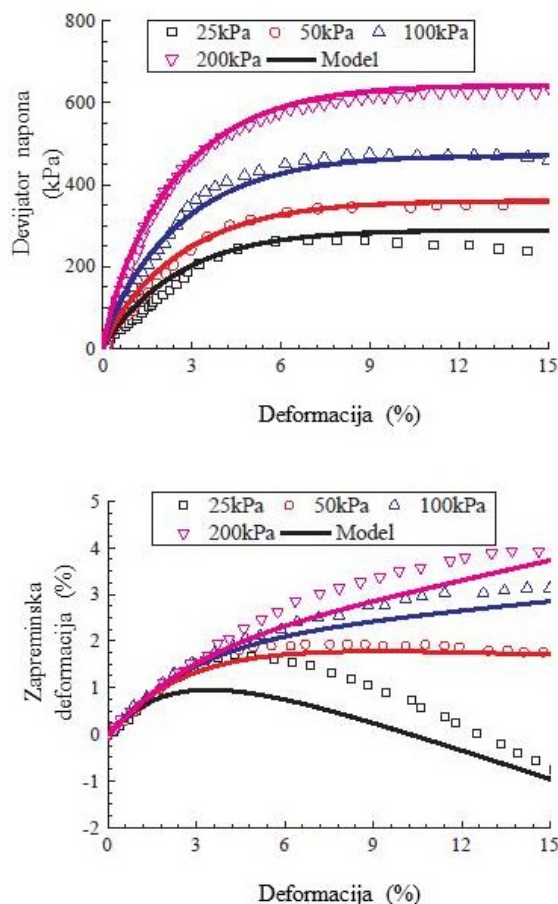
G_0 – inicijalni modul smicanja

e_0 – početni koeficijent poroznosti

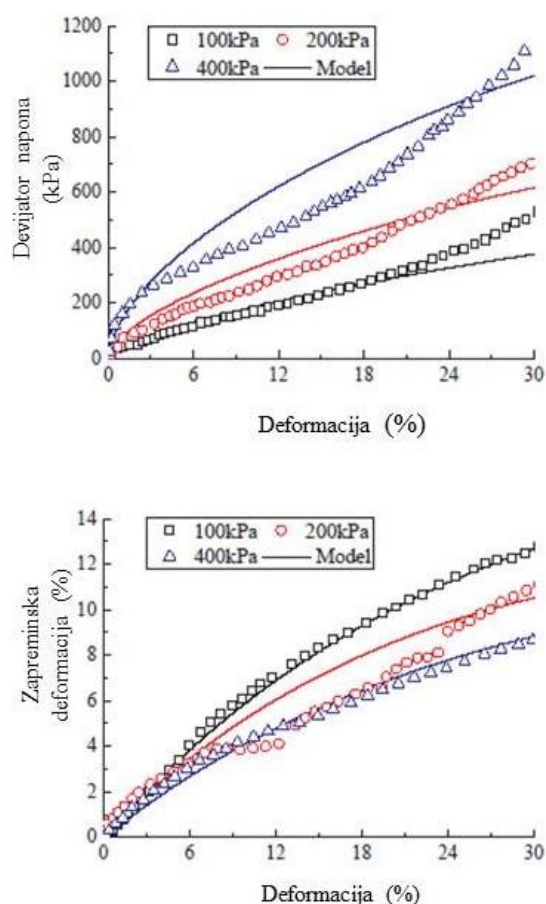
e^* – regresiona konstanta dobijena iz testa opterećenja-rasterećenja, vezana za koeficijent poroznosti

p_{at} – atmosferski pritisak.

Nedostatak ovog modela je što u obzir nisu uzeti mehaničko puzanje i biodegradacija materijala, i što nekoliko parametara nema jasno fizičko značenje. Model ima mnogo bolje slaganje sa mehanički i biološki tretiranim otpadom (Bhandari i Powrie, 2013) nego sa odloženim netretiranim otpadom na deponiji (numerička simulacija dreniranog triaksijalnog opita – Vilar i Carvalho, 2002), što je prikazano na Slikama 4.4 i 4.5.



Slika 4.4 Simulacija CD triaksijalnog opita za mehanički i biološki tretirani otpad (Bhandari i Powrie, 2013; Lü et al., 2018)



Slika 4.5 Simulacija CD triksijalnog opita za komunalni otpad (Vilar i Carvalho, 2002; Lü et al., 2018)

4.7 Konstitutivni model - Gao i Kavazanjian (2019)

Ovaj konstitutivni model baziran je na konceptu kritičnog stanja koji obuhvata naponsko-deformacijsko ponašanje kroz vreme i uzima u obzir mehaničko puzanje i biodegradaciju komunalnog otpada. Model razlaže ukupnu deformaciju na vremenski nezavisnu elasto-plastičnu deformaciju i na vremenski zavisnu plastičnu deformaciju. Vremenski nezavisna deformacija, elastična i plastična, je određena preko površi tečenja elipsastog oblika Modifikovanog Cam-Clay (MCC) modela preko uslova normalnosti i asocijativnog zakona tečenja. Vremenski zavisna deformacija predstavlja zbir deformacija od mehaničkog puzanja i biodegradacije. Mehaničko puzanje je sračunato preko Taylor-ove jednačine sekundarne kompresije, uslova normalnosti i površi tečenja MCC modela. Deformacija od biodegradacije je izotropna i sračunata je korišćenjem modela razlaganja prvog reda kroz koji je gubitak mase kroz vreme eksponencijalnog oblika. Smanjenje stišljivosti otpada usled biodegradacije je uzeto u obzir preko promene nagiba linije normalne konsolidacije i vrednosti specifične zapremine.

Zbog velike stišljivosti komunalnog otpada, sleganje može dostići vrednost od 25-50 % početne visine tela deponije. Dok je sa jedne strane ovo dobro jer se povećava kapacitet deponije i njen upotrební vek, sa druge strane ovo može da dovede do oštećenja postrojenja deponije i do nestabilnosti kosina. Poznat je veliki broj modela za proračun jednodimenzionalnog sleganja, ali broj predloženih konstitutivnih modela za komunalni otpad je ograničen. Takođe, neophodan je konstitutivni model koji se može implementirati u softver baziran na metodi konačnih elemenata ili konačnih razlika, kako bi se analizirali svi geotehnički problemi na jednoj deponiji.

Relacije modela:

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) \quad (4.54)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4.55)$$

Površ tečenja MCC modela:

$$F = \frac{q^2}{M^2} + p'(p' - p'_c) = 0 \quad (4.56)$$

$$M = \frac{6 \sin \varphi'}{3 - \sin \varphi'} \quad (4.57)$$

Inkrement ukupne zapreminske deformacije glasi:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p + d\varepsilon_v^{tp} \quad (4.58)$$

$$d\varepsilon_v^{tp} = d\varepsilon_c^t + d\varepsilon_d^t \quad (4.59)$$

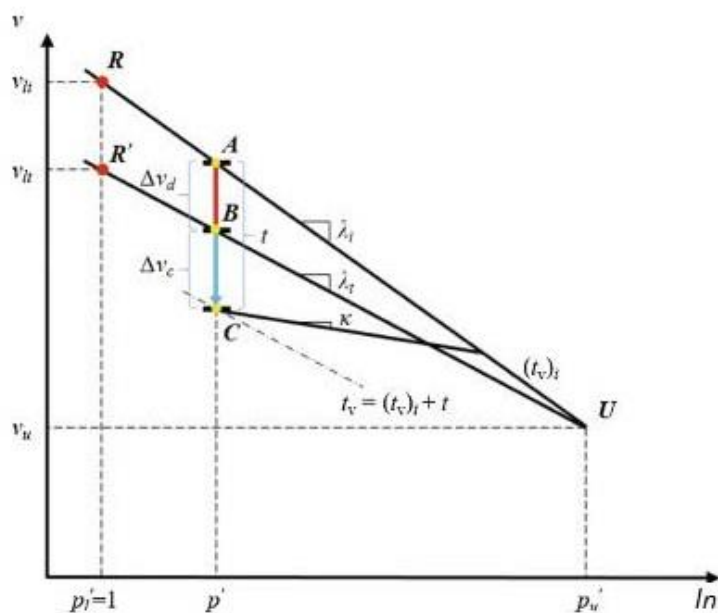
Sve vrednosti su prethodno definisane u okviru opisa MCC modela, osim:

$d\varepsilon_v^{tp}$ – inkrement vremenski uslovljene plastične zapreminske deformacije

$d\varepsilon_c^t$ – inkrement plastične zapreminske deformacije usled mehaničkog puzanja

$d\varepsilon_d^t$ – inkrement plastične zapreminske deformacije usled biodegradacije

Na Slici 4.6 je prikazan uticaj biodegradacije na promenu nagiba linije normalne konsolidacije što ujedno predstavlja smanjenje stišljivosti komunalnog otpada. Usvaja se da biodegradacija nema uticaja na elastične deformacije i s toga nagib κ ostaje nepromenjen.



Slika 4.6 Ponašanje komunalnog otpada – izotropna kompresija (Gao i Kavazanjian, 2019)

Tačka A će se pomeriti do tačke C kroz vreme t pri konstantnom efektivnom srednjem naponu p' usled mehaničkog puzanja i biodegradacije komunalnog otpada. Nagib linije normalne konsolidacije se menja od početnog λ_i do nagiba λ_t . Položaj tačke B se određuje preko promene specifične zapremine usled biodegradacije, Δv_d . Zatim se tačka C nalazi preko promene specifične zapremine usled mehaničkog puzanja Δv_c .

Sa Slike 4.6 sledi:

$$v_{lt} = v_{li} - \frac{\Delta v_d (p'_u - 1)}{p'_u - p'} \quad (4.60)$$

$$\lambda_t = \frac{v_{lt} - v_u}{\ln p'_u} = \left[v_{li} - \frac{\Delta v_d (p'_u - 1)}{p'_u - p'} - v_u \right] / \ln p'_u \quad (4.61)$$

Vremenski nezavisne zapreminske deformacije (elastični i plastični deo) su već definisane u opisu MCC modela i glase:

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{v_0} \frac{dp'}{p'} = \frac{dp'}{K} \quad (4.62)$$

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\lambda_t - \kappa}{v_0} \frac{dp'_c}{p'_c} \quad (4.63)$$

Inkrement zapreminske deformacije usled mehaničkog puzanja glasi:

$$d\varepsilon_c^t = \frac{\psi}{v_0 t_v} dt \quad (4.64)$$

$$t_v = (t_v)_i + t \quad (4.65)$$

gde su:

ψ – indeks sekundarne kompresije

v_0 – početna specifična zapremina

$(t_v)_i$ – početno vreme mehaničkog puzanja, referentno vreme

Inkrement zapreminske deformacije usled biodegradacije je sračunat prema Park i Lee-u (2002):

$$d\varepsilon_d^t = k E_{dg} e^{-kt} dt \quad (4.66)$$

gde su:

k – koeficijent brzine biodegradacije komunalnog otpada

E_{dg} – ukupna deformacija koja se može javiti usled biodegradacije

Parametar ojačanja p'_c koji definiše veličinu površi tečenja je funkcija vremenski nezavisne plastične zapreminske deformacije, i vremenski zavisnih plastičnih zapreminskih deformacija usled puzanja i biodegradacije komunalnog otpada glasi:

$$p'_c = p'_c(\varepsilon_v^p, t_v, V_S) \quad (4.67)$$

gde su:

p'_c - parametar ojačanja

V_S – ukupna zapremina čvrstih čestica (razgradljive + inertne)

Diferenciranjem dobijamo inkrement parametra ojačanja:

$$dp'_c = \frac{v_0 p'_c}{\lambda_t - \kappa} d\varepsilon_v^p + \frac{\psi p'_c}{(\lambda_t - \kappa) t_v} dt + \Omega(e_0 - \Lambda) \frac{dV_S}{V_S} \quad (4.68)$$

Treći član, inkrement parametra ojačanja usled biodegradacije, je usvojen prema McDougall-u (2007). U izrazu e_0 je početni koeficijent poroznosti, Ω je multiplikator koji povezuje veličinu inkrementa parametra ojačanja sa zapreminskom deformacijom (obično se uzima 2 kPa) i Λ je parametar koji uzima u obzir promenu poroznosti usled biodegradacije. Prema Machado-u et al. (2008) parametar Λ je definisan kao:

$$\Lambda = -\Lambda^* \frac{\Delta m_S}{m_{Si}} \quad (4.69)$$

gde su:

m_{Si} – početna suva masa čvrstih čestica po jediničnoj masi komunalnog otpada

Δm_S – promena suve mase

Λ^* – mera promene koeficijenta poroznosti usled biodegradacije (obično se uzima 20)

Pretpostavljajući da gustina razgradljivih čestica ρ_D i gustina inertnih čestica ρ_I ostaje konstantna tokom biodegradacije, veza između Λ i Λ^* postaje:

$$\Lambda = \frac{\Lambda^* m_{Di} (1 - e^{-kt})}{m_{Si}} \quad (4.70)$$

A promena zapremine čvrstih čestica:

$$dV_S = \frac{dm_D}{\rho_D} = \frac{-k m_{Di} e^{-kt} dt}{\rho_D} \quad (4.71)$$

gde su:

$$m_D = m_{Di} e^{-kt} \quad (4.72)$$

m_D – suva masa razgradljivih čestica po jedinici mase komunalnog otpada

m_{Di} – početna suva masa razgradljivih čestica po jedinici mase komunalnog otpada

Tako da se konačno zakon ojačanja može napisati kao:

$$dp'_c = \frac{v_0 p'_c}{\lambda_t - \kappa} d\varepsilon_v^p + \frac{\psi p'_c}{(\lambda_t - \kappa) t_v} dt + \Omega(e_0 - \frac{\Lambda^* m_{Di} (1 - e^{-kt})}{m_{Si}}) \frac{\frac{-k m_{Di} e^{-kt} dt}{\rho_D}}{\frac{m_{Di} e^{-kt}}{\rho_D} + \frac{m_{Ii}}{\rho_I}} \quad (4.73)$$

U opisanom modelu, pored parametara potrebnih za definisanje MCC modela, postoji još deset parametara koje je potrebno odrediti. Verifikacija modela nije data, ali je navedeno da je uprošćena verzija modela koji ne uzima u obzir smanjenje stišljivosti komunalnog otpada usled biodegradacije, odnosno promenu nagiba linije normalne konsolidacije sprovedena, ali ne i prezentovana od strane istraživača.

5. FORMULACIJA I NUMERIČKA INTEGRACIJA KONSTITUTIVNOG MODELA ZA KOMUNALNI OTPAD

5.1 Uvod

U prethodnom poglavlju je prikazano da je komunalni otpad izuzetno kompleksan materijal za koji treba definisati konstitutivni model, a zatim ga i implementirati u softverski paket koji ima mogućnost analize kompleksnih geotehničkih problema primenom metode konačnih elemenata. Osnovni zadaci konstitutivnog modela za komunalni otpad jesu adekvatno sračunavanje sleganja, stabilnosti kosina deponije i nosivosti. Kako ponašanje komunalnog otpada nije čisto mehaničko, odnosno ne zavisi samo od veličine opterećenja, nego je i vremenski uslovljeno, mora se uzeti u obzir i njegovo plastično ponašanje usled mehaničkog puzanja i biodegradacije.

Glavni zadatak praktičnog konstitutivnog modela je da se napravi balans između sofisticiranosti i jednostavnosti sa parametrima modela koji imaju jasno fizičko značenje i mogu se odrediti iz konvencionalnih geomehničkih opita. Kao što je prikazano u prethodnom poglavlju, većina opisanih konstitutivnih modela ima veliki broj parametara, koji se vrlo teško određuju ili njihovo određivanje vremenski dugo traje, što ih čini nepraktičnim. Sa druge strane, postoji problem njihovog implementiranja u softverski paket na bazi numeričkih metoda: metoda konačnih elemenata ili metoda konačnih razlika. Jedini konstitutivni model implementiran u softver baziran na metodi konačnih elemenata je model razvijen od strane Lü et al. (2017, 2018) sa 12 ulaznih parametara potrebnih za njegovo definisanje. Model koji će biti prikazan u ovom poglavlju i koji je nazvan MSW model (MSW – Municipal Solid Waste) definisan je sa 8 parametara koji se mogu odrediti iz konvencionalnih laboratorijskih opita i iz preporuka koje se mogu naći u literaturi.

5.2 Formulacija konstitutivnog modela – MSW model

Naponsko-deformacijsko ponašanje komunalnog otpada je nelinearno sa deformacijskim ojačanjem, tako da osnovu predloženog modela predstavlja Modifikovan Cam Clay (MCC) model razvijen za normalno konsolidovane do blago prekonsolidovane gline. Model je detaljno prikazan u Poglavlju 2, tako da se u nastavku prikazuju samo izmene modela. Sa tako definisanim izmenama formulisan je nov konstitutivni model za komunalni otpad koji je nazvan MSW model.

Pri ojačanju površ tečenja se izotropno širi zadržavajući prvobitni oblik elipse (izotropno ojačanje), tako da važi asocijativan zakon tečenja ($f = g$). Ovaj model uzima u obzir doprinos vertikalnim deformacijama usled mehaničkog puzanja i biodegradacije, koje predstavljaju vremenski uslovljene komponente konstitutivnog modela. Model je najpribližniji modelu Babu-a et al. (2010a) uz izmenu izraza za plastične deformacije usled mehaničkog puzanja.

Priraštaj ukupne zapreminske deformacije predloženog modela glasi:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p + d\varepsilon_v^{pt} \quad (5.1)$$

gde su:

$d\varepsilon_v^e$ – priraštaj elastične zapreminske deformacije

$d\varepsilon_v^p$ – priraštaj plastične zapreminske deformacije

$d\varepsilon_v^{pt}$ – priraštaj plastične vremenski zavisne zapreminske deformacije

Priraštaj plastične vremenski zavisne zapreminske deformacije se sastoji od priraštaja usled mehaničkog puzanja ($d\varepsilon_v^c$; c – creep) i biodegradacije ($d\varepsilon_v^b$):

$$d\varepsilon_v^{pt} = d\varepsilon_v^c + d\varepsilon_v^b \quad (5.2)$$

U izrazima za zapreminske deformacije koristi se: modifikovani indeks sekundarne kompresije za mehaničko puzanje što predstavlja promenu u odnosu na model Babu-a et al. (2010a) tako da se smanjuje broj ulaznih parametara za jedan; eksponencijalna funkcija predložena od strane Park i Lee-a (1997) za biodegradaciju. Izrazi glase:

$$\varepsilon_v^c = C'_{\alpha M} \log\left(\frac{t}{t_M}\right); t_M < t < t_B \quad (5.3)$$

$$\varepsilon_v^b = E_{dg}(1 - e^{-k_b t}); t > t_B \quad (5.4)$$

u jednačinama figurišu već definisani parametri, a neki su samo drugačije označeni, da kasnije ne bi došlo do konfuzije oko toga šta predstavlja izvod, a šta parametar (primer jednačina 4.41).

$C'_{\alpha M}$ – modifikovani indeks sekundarne kompresije usled mehaničkog puzanja

t_M, t_B – vreme početka mehaničkog puzanja, odnosno biodegradacije

E_{dg} – ukupna deformacija usled biodegradacije (izraz 3.34)

k_b – konstanta brzine biodegradacije (1/vreme)

Diferenciranjem prethodnih izraza (5.3 i 5.4) dobijamo priraštaje usled vremenski zavisnih procesa:

$$d\varepsilon_v^c = C'_{\alpha M} \frac{1}{(\ln 10)t} dt \quad (5.5)$$

$$d\varepsilon_v^b = k_b E_{dg} e^{-k_b t} dt \quad (5.6)$$

Da bi se izbeglo deljenje indeksa $C'_{\alpha M}$ sa $\ln 10$ u celokupnom modelu, uvodi se koeficijent koji je jednak:

$$\alpha_M = \frac{C'_{\alpha M}}{\ln(10)} \quad (5.7)$$

Tako da izraz za priraštaj vremenski zavisne zapreminske deformacije glasi:

$$d\varepsilon_v^{pt} = d\varepsilon_v^c + d\varepsilon_v^b = \alpha_M \frac{dt}{t} + k_b E_{dg} e^{-k_b t} dt \quad (5.8)$$

Sabirajući elastičnu i plastičnu komponentu MCC modela (iz Poglavlja 2) sa vremenski zavisnim plastičnim komponentama dobija se izraz za priraštaj ukupne zapreminske deformacije koji glasi:

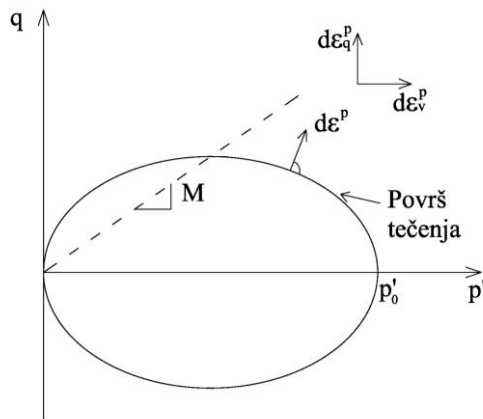
$$d\varepsilon_v = \frac{\kappa}{1 + e_0} \frac{dp'}{p'} + \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \frac{dp'_0}{p'_0} + \alpha_M \frac{dt}{t} + k_b E_{dg} e^{-k_b t} dt \quad (5.9)$$

Priraštaj smičućih deformacija ostaje nepromenjen u odnosu na MCC model i glasi:

$$d\varepsilon_q = d\varepsilon_q^e + d\varepsilon_q^p = \frac{1}{3G} dq + \frac{\lambda - \kappa}{v} \frac{1}{p'} \left(\frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} dp' + \frac{4\eta^2}{(M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)} dq \right) \quad (5.10)$$

Za asocijativan zakon tečenja važi da je vektor priraštaja plastičnih deformacija uvek upravan na površ tečenja (Slika 5.1) što u matematičkoj formi glasi:

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (5.11)$$



Slika 5.1 Površ tečenja oblika elipse i asocijativan zakon tečenja

Granična površ se izotropno širi pri plastičnom deformisanju, tako da zakon ojačanja zavisi samo od plastične zapreminske deformacije:

$$dp'_0 = \frac{\nu}{\lambda - \kappa} p'_0 (d\varepsilon_v^p + d\varepsilon_v^{pt}) \quad (5.12)$$

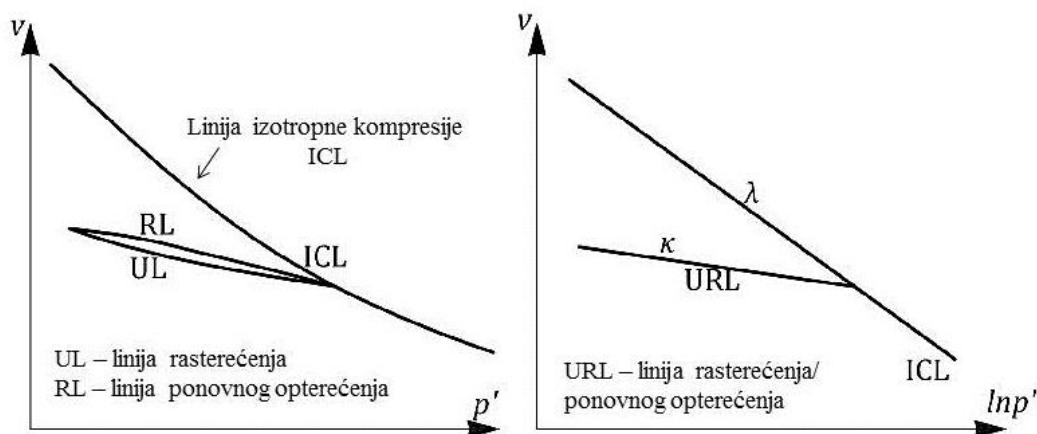
5.3 Parametri konstitutivnog MSW modela

Kao što je napomenuto u Poglavlju 2, MCC model zahteva definisanje pet parametara: λ , κ , M , Γ (N) i G (odnosno ν). Pored ovih pet parametara, potrebno je definisati još tri parametra za opisivanje celokupne konstitutivne veze komunalnog otpada: α_M , E_{dg} i k_b . Svi parametri imaju jasno fizičko značenje i gotovo svi parametri se mogu odrediti iz konvencionalnih laboratorijskih opita namenjenim za ispitivanje tla, uz preporuku korišćenja aparata većih dimenzija.

5.3.1 Parametri MCC modela: λ , κ , M , Γ i ν

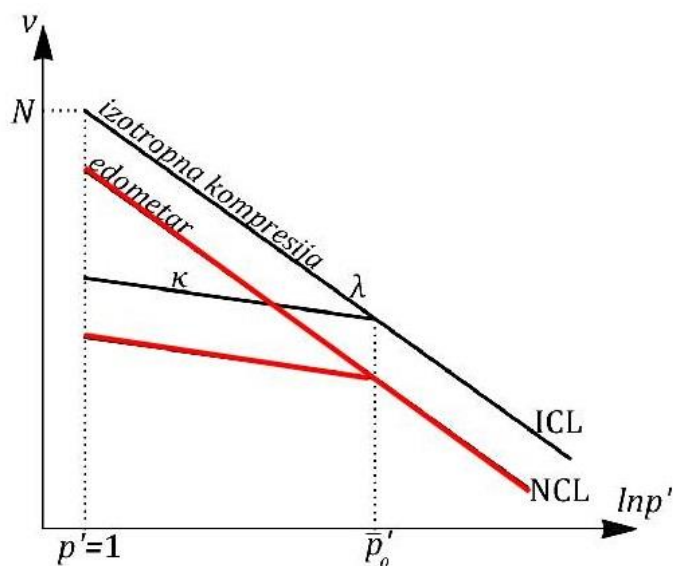
Parametri λ i κ se određuju preko triaksijalnog opita pri izotropnoj kompresiji prikazanoj na Slici 5.2. Zanemaruje se histerezis koji nastaje pri rasterećenju i ponovnom opterećenju i zamenjuje se jedinstvenom linijom, tako da se promena zapremine može idealizovati pravim linijama u polulogaritamskom dijagramu $\ln p' - \nu$ (Slika 5.2 desno). Parametar λ predstavlja nagib linije normalne konsolidacije, a parametar κ predstavlja nagib linije bubrenja u uslovima izotropne kompresije u polulogaritamskom dijagramu $\ln p' - \nu$. Parametar Γ predstavlja specifičnu zapreminu na liniji kritičnog stanja pri vrednosti efektivnog srednjeg napona od 1 kPa. Može se izraziti u zavisnosti od parametra N , koji predstavlja specifičnu zapreminu normalno konsolidovanog uzorka (na liniji ICL) pri $p' = 1 \text{ kPa}$, na sledeći način:

$$\Gamma = N - (\lambda - \kappa) \ln 2 \quad (5.13)$$



Slika 5.2 Izotropna kompresija – određivanje parametara λ i κ

Prethodni parametri se mogu odrediti i iz edometarskog opita, jer su brojna istraživanja pokazala da su nagibi linije normalne konsolidacije u uslovima izotropne kompresije i u uslovima jednodimenzionalne konsolidacije međusobno jednaki, to jest jednaki sa nagibom linije kritičnog stanja u $\ln p' - v$ dijagramu (Slika 5.3).



Slika 5.3 Promena zapremine – izotropna kompresija i edometarski opit

Važe sledeće veze između parametara λ i κ i između indeksa stišljivosti (C_c) i indeksa rekompresije (bubrenja) (C_R):

$$\lambda \cong \frac{C_c}{2.3} \tag{5.14}$$

$$\kappa \cong \frac{C_R}{2.3} \tag{5.15}$$

Parametar M predstavlja nagib linije kritičnog stanja u $p'-q$ dijagramu (Slika 5.1). Može se odrediti ili preko triaksijalnog opita ili opitom direktnog smicanja, gde se parametar M može proceniti preko ugla unutrašnjeg trenja pri konstantnoj zapremini φ'_{cv} :

$$M = \frac{6\sin\varphi'_{cv}}{3 - \sin\varphi'_{cv}} - \textit{kompresija} \quad (5.16)$$

$$M = \frac{6\sin\varphi'_{cv}}{3 + \sin\varphi'_{cv}} - \textit{ekstenzija} \quad (5.17)$$

Vrednost Poisson-ovog koeficijenta ν se uzima kao konstantna vrednost preko koje se može dobiti vrednost modula smicanja G iz sledećeg izraza:

$$G = \frac{3(1 - 2\nu)\nu p'}{2(1 + \nu)\kappa} \quad (5.18)$$

Za komunalni otpad, vrednosti parametara se određuju na isti način kao i kod tla uz posebnu pripremu uzoraka i uz preporuku korišćenja aparata većih dimenzija. Vrednost parametra λ se može preliminarno odrediti i na osnovu podataka iz Tabele 3.3, dok vrednost parametra κ se kreće u rasponu od 10-20% vrednosti λ (Babu et al., 2010a). Vrednosti Poisson-ovog koeficijenta za komunalni otpad se obično kreću u rasponu 0.20-0.33 (Gomes et al., 2014) i najčešće se uzima vrednost od 0.3.

5.3.2 Dodatni parametri α_M , E_{dg} i k_b

Parametri vezani za vremenski zavisnu plastičnu deformaciju usled mehaničkog puzanja i biodegradacije se nešto teže određuju, ali njihove preliminarne vrednosti se mogu odrediti na osnovu preporuka datih u okviru Poglavlja 3.

Parametar α_M se može preliminarno odrediti na osnovu indeksa kompresibilnosti otpada (WCI) koji zavisi od vlažnosti, suve zapreminske težine otpada i sadržaja organskih komponenti (Slika 3.22). Tako da se može zaključiti da vrednost parametra α_M direktno zavisi od sastava otpada, njegove zbijenosti i starosti. Najveću vrednost parametra će imati svež otpad, sa visokim sadržajem organskih komponenti i male zbijenosti, a samim tim i male zapreminske težine. Takođe, parametar α_M se može odrediti edometarskim opitom uz sprečen proces biodegradacije, tako da dobijeno sekundarno sleganje potiče samo od mehaničkog puzanja.

Parametar E_{dg} se može odrediti preko izraza (3.34) i zavisi od sadržaja organskih komponenti. Najčešće korišćena vrednost ovog parametra je vrednost određena od strane Marques-a (2001) koja iznosi 15.9%. Međutim, vrednost parametra E_{dg} opada sa starošću otpada, jer se deo procesa biodegradacije već završio, tako da doprinos zapreminskoj deformaciji od biodegradacije mora biti manji. Prema Park i Lee-u (2002), 90% procesa biološke razgradnje komunalnog otpada se obavi za približno 10 godina i pretpostavlja se da se celokupan proces završava u periodu od 10 do 20 godina. Prema istim autorima, vrednost parametra E_{dg} se kreće u rasponu 17-32% za komunalni otpad star do 2 godine, dok je za otpad stariji od 10 godina vrednost E_{dg} manja od 10%.

Parametar k_b se određuje na osnovu opita u specijalnom edometarskom aparatu koji ima mogućnost kontrolisanja procesa biodegradacije recirkulacijom filtrata kroz uzorak i merenjem početka metanogeneze, odnosno početka proizvodnje metana, što se smatra početkom procesa biodegradacije. Zatim se na osnovu dijagrama vertikalno pomeranje – vreme, određuje parametar k_b za deo krive od početka biodegradacije. Prema Hoeks-u (1983) i Ham-u (1988), vrednosti konstante brzine biodegradacije iznose: 0.046 1/god za slabo razgradljiv otpad ili za otpad sa nepovoljnim uslovima za razgradnju; 0.028-0.139 1/god za umereno razgradljiv otpad ili za otpad sa umerenim uslovima za razgradnju; 0.462-1.386 1/god za visoko razgradljiv otpad ili za otpad sa

povoljnim uslovima za razgradnju (ili za otpad u biorektorskim deponijama sa ubrzanim procesom biorazgradnje).

5.4 Nelinearna analiza metodom konačnih elemenata

Metod konačnih elemenata (MKE) ima širok spektar primene u inženjerstvu, pa i u geotehničkom inženjerstvu. Metod konačnih elemenata se zasniva na diskretizaciji posmatranog domena (globalnog sistema Ω) na poddomene, odnosno konačne elemente. Konačni elementi su povezani u konačnom broju tačaka – čvorova, a stanje u svakom elementu se opisuje preko interpolacionih funkcija i konačnog broja parametara u čvorovima – osnovne nepoznate veličine.

Metod konačnih elemenata se može primeniti u analizi linearno-elastičnih, ali i nelinearnih problema. Nelinearnost može poticati od geometrijske nelinearnosti, materijalne nelinearnosti ili nelinearnosti u pogledu graničnih uslova. Problem mehaničkog ponašanja komunalnog otpada spada u materijalno nelinearne probleme.

Odgovor globalnog sistema (zbir odgovora svih konačnih elemenata) na spoljašnje opterećenje \mathbf{R} glasi:

$$\sum_{\text{elementi}} \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \mathbf{R} \quad (5.19)$$

gde su:

\mathbf{B} – matrica gradijenata, odnosno veza između deformacija elementa i pomeranja u čvorovima elementa

$\boldsymbol{\sigma}$ – vektor napona u elementu

\mathbf{R} – vektor spoljašnjih sila.

Postupak je iterativan i ponavlja se sve dok ne bude zadovoljen uslov ravnoteže između unutrašnjih sila \mathbf{F} i spoljašnjih sila \mathbf{R} . Veza između unutrašnjih i spoljašnjih sila se može predstaviti u funkciji pomeranja kroz sistem nelinearnih jednačina:

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \mathbf{R} \quad (5.20)$$

Odnosno:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{R} \quad (5.21)$$

i važi:

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^{ep} \mathbf{B} d\Omega \quad (5.22)$$

gde su:

\mathbf{K} – globalna matrica krutosti

\mathbf{u} – vektor čvornih pomeranja

\mathbf{D}^{ep} – elasto-plastična konstitutivna matrica.

Materijalno nelinearni problemi se u MKE rešavaju inkrementalno iterativnim postupcima. Inkrementalna forma osnovnih jednačina metode konačnih elemenata glasi:

$$\mathbf{K}^i \Delta \mathbf{u}^i = \Delta \mathbf{R}^i \quad (5.23)$$

gde su:

\mathbf{K}^i – inkrementalna globalna matrica krutosti

$\Delta \mathbf{u}^i$ – vektor inkrementalnih čvornih pomeranja za inkrement i

$\Delta \mathbf{R}^i$ – vektor inkrementalnih spoljašnjih sila za inkrement i

U nelinearnoj analizi MKE, opterećenje na posmatrano telo se nanosi postepeno u inkrementima i uobičajeno je da se konfiguracije na početku i kraju inkrementa obeležavaju sa t i $t+\Delta t$, gde Δt predstavlja inkrement opterećenja ΔR . Neki od iterativnih postupaka se primenjuje za svaki inkrement (interval), tako da je na kraju svakog intervala zadovoljen uslov ravnoteže spoljašnjih i unutrašnjih sila.

Analiza započinje nanošenjem inkrementa opterećenja $\Delta \mathbf{R}$ i sračunavanjem inkrementa pomeranja (5.23), a priraštaj deformacija se dobija preko sledećeg izraza:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} \quad (5.24)$$

Priraštaj napona se računa iz konstitutivnih relacija za određenu vrstu materijala:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \int_0^{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{D}^{ep} d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.25)$$

Na osnovu dobijenog naponskog stanja na kraju inkrementa se sračunava vektor unutrašnjih čvornih sila \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad (5.26)$$

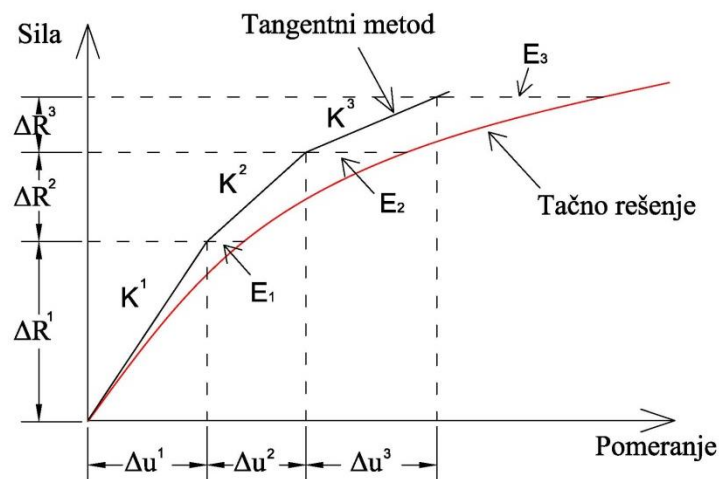
Vektor unutrašnjih čvornih sila mora biti u ravnoteži sa vektorom spoljašnjih sila, odnosno njihova razlika (ostatak – residual) mora biti manji od unapred zadate veličine (tol):

$$\mathbf{F} - \mathbf{R} < tol \quad (5.27)$$

U nastavku poglavlja će biti prikazane tri metode rešavanja jednačine (5.23): metod tangentne matrice krutosti, Newton-Raphson-ov i modifikovan Newton-Raphson-ov metod (Potts i Zdravković, 1999). Cilj svih metoda jeste rešavanje jednačine (5.23) uz zadovoljenje četiri osnovna zahteva: uslov ravnoteže, kompatibilnosti, konstitutivne veze i graničnih uslova.

5.4.1 Metod tangentne matrice krutosti

U ovoj metodi se pretpostavlja da je inkrementalna matrica krutosti \mathbf{K}^i konstantna u okviru jednog inkrementa i sračunava se na osnovu naponskog stanja na početku svakog inkrementa (Slika 5.4).



Slika 5.4 Metoda tangentne matrice krutosti

U nelinearnoj analizi opterećenje se nanosi inkrementalno, što je prikazano na Slici 5.4 u vidu tri inkrementa ($\Delta R^1, \Delta R^2, \Delta R^3$). Nakon nanošenja prvog inkrementa, inkrementalna matrica krutosti K^1 se računava preko elastične konstitutivne matrice D i nakon toga se računava inkrementalno pomeranje Δu^1 preko jednačine (5.23). Kako se u ovoj metodi, pretpostavlja konstantna matrica krutosti u okviru jednog inkrementa, veza između sile i pomeranja je linearna i dolazi od odstupanja od tačnog rešenja u vidu greške E_1 . Zatim se postupak ponavlja tako što se svaka matrica krutosti za svaki inkrement računa na početku inkrementa i pretpostavlja konstantnom u okviru svakog od inkremenata, tako da se odstupanje od tačnog rešenja, odnosno greška, sve više i više povećava (E_2, E_3).

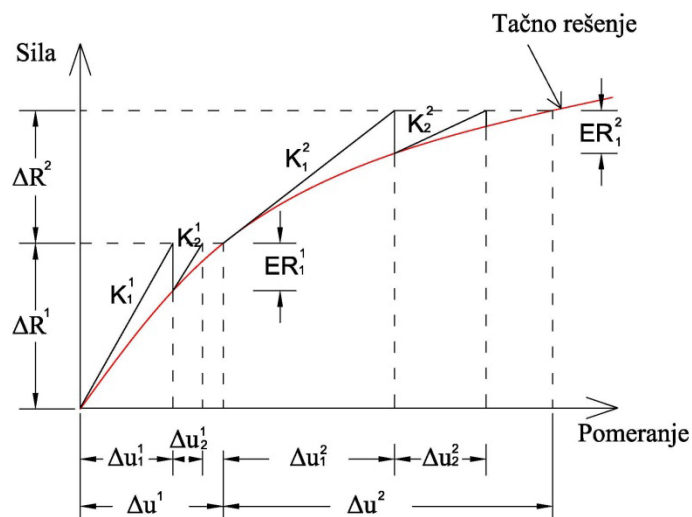
Metod je uslovljen veličinom inkremenata, pa je potreban veliki broj malih inkremenata da bi se zadovoljila određena, unapred zahtevana, tačnost ove metode.

5.4.2 Newton-Raphson-ov metod

Posmatraće se dva inkrementa opterećenja prikazana na Slici 5.5. Prva iteracija za prvi inkrement opterećenja ΔR^1 je ista kao i prethodno opisan tangentni metod. Ali, ustanovljeno je da ovakvo rešenje ima grešku, tako da je dobijeno pomeranje Δu_1^1 korišćeno za računanje rezidualnog opterećenja ER_1^1 , što predstavlja grešku u postupku, odnosno razliku između inkrementa spoljašnje sile (ΔR^1) i unutrašnje sile dobijene na osnovu predviđenog inkrementalnog pomeranja:

$$ER_1^1 = \Delta R^1 - K\Delta u_1^1 < tol \quad (5.28)$$

Postupak se ponavlja u okviru jednog inkrementa opterećenja sve dok se ne zadovolji zahtevana tačnost (tol – tolerancija), tako što se svaki put računava nova matrica krutosti na početku nove iteracije za stanje napona i deformacija iz prethodne iteracije. Preko tako dobijene matrice krutosti se određuju pomeranja, zatim deformacije, pa naponi i na kraju unutrašnje čvorne sile koje treba da budu u ravnoteži sa spoljašnjim silama. Mana postupka je njegova dužina trajanja zbog računanja nove globalne matrice krutosti za svaku iteraciju.



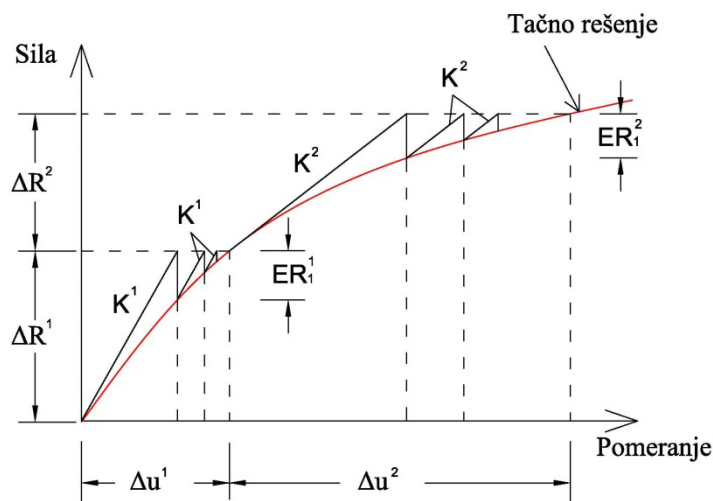
Slika 5.5 Newton-Raphson-ov metod

5.4.3 Modifikovan Newton-Raphson-ov (MNR) metod

U cilju smanjenja trajanja proračuna, razvijen je Modifikovan Newton-Raphson-ov metod koji se često koristi u mnogim programima baziranim na metodi konačnih elemenata, a u cilju rešavanja nelinearnih problema. Ovaj postupak podrazumeva da matrica krutosti određena na početku inkrementa opterećenja ostaje ista za sve iteracije u okviru jednog inkrementa (Slika 5.6).

Iako postupak zahteva više iteracija nego originalni metod (prethodno opisan), svaka iteracija je sračunata mnogo brže. Veoma važan korak jeste da se vektor rezidualnog opterećenja na kraju svake iteracije sračunava direktno preko napona na nivou elementa na sledeći način: inkrementalna pomeranja se sračunavaju na kraju svakog inkrementa preko MNR metode na osnovu kojih se određuju inkrementalne deformacije, zatim se preko usvojenog konstitutivnog modela sračunavaju priraštaji napona koji se dodaju na vrednosti napona na početku inkrementa i konačno se sračunavaju unutrašnje čvorne sile. Kao što je već napomenuto, razlika između vektora unutrašnjih čvornih sila i vektora spoljašnjih sila predstavlja vektor rezidualnih sila.

S obzirom da se ponašanje nelinearnog materijala menja u okviru jednog inkrementa (posebno u elasto-plastičnoj analizi), određena pažnja se mora posvetiti integraciji konstitutivnih jednačina da bi se sračunala promena napona (priraštaj napona).



Slika 5.6 Modifikovan Newton-Raphson-ov metod

5.5 Integracija konstitutivnih jednačina

Iz svega prethodno navedenog, može se zaključiti da se kod nelinearne analize određenog konturnog problema, nelinearnost javlja na dva nivoa: na globalnom nivou – jer je nelinearna relacija između nanetog opterećenja i pomeranja koje nastaje; na nivou elementa – jer su nelinearne konstitutivne jednačine čijim se rešavanjem dobijaju naponi u tačkama integracije za priraštaj deformacija koji je sračunat na osnovu čvornih pomeranja.

Na osnovu dobijenog inkrementa pomeranja $\Delta \mathbf{u}$, priraštaj deformacija ($\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$) u elementu za jedan inkrement opterećenja se dobija na osnovu izraza (5.24), dok se priraštaj napona (izraz 5.25), može napisati i u sledećem obliku:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \int_{\boldsymbol{\varepsilon}_j}^{\boldsymbol{\varepsilon}_j + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{D}^{ep} d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.29)$$

gde su:

\mathbf{D}^{ep} – elasto-plastična konstitutivna matrica

j – indeks koji označava poslednje poznato naponsko-deformacijsko stanje.

Tačnost određivanja vektora unutrašnjih sila direktno zavisi od tačnosti određivanja napona. S obzirom da je priraštaj napona nelinearna funkcija poznatog priraštaja deformacija, tačnost rešenja zavisi od tačnosti numeričke metode za integraciju napona, odnosno konstitutivnih jednačina. Metode integracije konstitutivnih jednačina se dele na implicitne i eksplicitne. Od implicitnih metoda najčešće se koriste: povratni algoritam (return algorithm) ili kako se drugačije naziva povratno preslikavanje i Euler-ova integracija unazad; a od eksplicitnih: subinkrementalni algoritam (substepping algorithm) i Euler-ova integracija unapred.

5.5.1 Eksplicitne i implicitne metode integracije

U okviru eksplicitnih metoda integracije koristi se poznato naponsko stanje na početku inkrementa, na osnovu kog se sračunava priraštaj napona, dok se kod implicitnih metoda do priraštaja napona dolazi na osnovu veličine napona na kraju inkrementa.

Za eksplicitne metode se kaže da su uslovno stabilne, dok se za implicitne kaže da su bezuslovno stabilne metode. Implicitne metode su inkrementalne i u isto vreme iterativne, za razliku od eksplicitnih metoda koje su samo inkrementalne i ne moraju da zadovolje uslov ravnoteže na kraju inkrementa. Tako da je kod eksplicitnih metoda veoma bitna veličina podinkrementa, odnosno njegova veličina treba da bude dovoljno mala, jer se greška akumulira u svakom narednom koraku. U implicitnim metodama se postupak iteracije nastavlja u okviru jednog inkrementa dok god se ne zadovolji uslov ravnoteže. Postupak integracije je duži u implicitnim metodama nego u eksplicitnim metodama, ali u isto vreme nema nagomilavanja greške.

Kod eksplicitnih metoda izraz (5.29) se aproksimira vodeći računa da elasto-plastična matrica zavisi od trenutnog naponskog stanja:

$$\Delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{ep}(\boldsymbol{\sigma}_j) \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.30)$$

Tako da novo naponsko stanje glasi:

$$\boldsymbol{\sigma}_{j+1} = \boldsymbol{\sigma}_j + \Delta \boldsymbol{\sigma} \quad (5.31)$$

Priraštaj deformacije se deli na konačan broj podinkremenata (N), tako da priraštaj deformacije varira proporcionalno u okviru inkrementa:

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}}{N} \quad (5.32)$$

Zatim se na osnovu svakog podinkrementa priraštaja deformacija, računa priraštaj napona sve dok se ne završi postupak za sve podinkremente:

$$\delta \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{ep}(\boldsymbol{\sigma}_j) \delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.33)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{j+1} = \boldsymbol{\sigma}_j + \delta \boldsymbol{\sigma} \quad (5.34)$$

Procedura implicitne integracije se generalno sastoji od: elastičnog predviđanja (proračuna elastičnog rešenja u okviru datog inkrementa) i povratka na površ tečenja, ako se predviđeno elastično rešenje nalazi van površi tečenja.

Metoda vodećeg parametra spada u implicitne metode integracije i razvijena je od strane Kojića i Bathe-a (Kojić i Bathe, 1987; Kojić et al., 1994; Kojić, 1996; Kojić, 2002 itd.). Osnovni princip metode je da se sve nepoznate veličine izraze u funkciji jednog parametra koji predstavlja takozvani vodeći parametar. Tada se problem svodi na rešavanje jedne nelinearne jednačine izražene preko nepoznatog vodećeg parametra.

Metoda vodećeg parametra je korišćena u integraciji predloženog konstitutivnog modela za komunalni otpad (MSW modela) u okviru ove disertacije, tako da se detaljnije opisuje u nastavku.

5.5.2 Metoda vodećeg parametra (Governing Parameter Method - GPM)

Metoda vodećeg parametra je korišćena za integraciju konstitutivnog modela za prekonsolidovane gline (Jocković, 2017; Jocković i Vukićević, 2017). Isti postupak je primenjen u okviru ove disertacije uz određene modifikacije u skladu sa predloženim konstitutivnim modelom.

Uobičajeno je da se koristi notacija t za konfiguraciju na početku inkrementa i $t+\Delta t$ za konfiguraciju na kraju inkrementa, ali zbog uvođenja vremenski zavisnih komponenti (koje su u funkciji vremena t), za konfiguraciju na početku inkrementa je usvojena notacija i , a za konfiguraciju na kraju inkrementa $i+1$. Iako u većini literature i predstavlja broj inkrementa, ovde predstavlja konfiguraciju na početku inkrementa.

Poznate veličine na početku inkrementa (konfiguracija i) su:

${}^i \boldsymbol{\sigma}$ – vektor napona u konfiguraciji i

${}^i \boldsymbol{\varepsilon}$ – vektor ukupnih deformacija u konfiguraciji i

${}^i \boldsymbol{\varepsilon}^p$ – vektor plastičnih deformacija u konfiguraciji i

${}^i \boldsymbol{\beta}$ – skup unutrašnjih promenljivih koje opisuju istoriju plastičnih deformacija (zavisi od vrste konstitutivnog modela)

${}^{i+1} \boldsymbol{\varepsilon}$ – vektor ukupnih deformacija u konfiguraciji $i+1$ (na kraju inkrementa)

Zadatak je da se odrede vrednosti napona, plastičnih deformacija i skup unutrašnjih promenljivih na kraju inkrementa, u konfiguraciji $i+1$ (nepoznate veličine: ${}^{i+1} \boldsymbol{\sigma}$, ${}^{i+1} \boldsymbol{\varepsilon}^p$, ${}^{i+1} \boldsymbol{\beta}$).

Osnovni koraci u metodi vodećeg parametra su sledeći:

- Sve nepoznate promenljive je potrebno izraziti u funkciji jednog parametra koji se naziva vodeći parametar – p .
- Formirati vodeću funkciju u zavisnosti od vodećeg parametra ($f(p)$), zatim naći nulu funkcije što predstavlja vrednost vodećeg parametra u konfiguraciji $i+1$. Vodeća funkcija $f(p)$ je najčešće funkcija tečenja konstitutivnog modela. ($f(p) = 0 \rightarrow i+1p$)
- Nakon određivanja vrednosti vodećeg parametra u konfiguraciji $i+1$, sračunavaju se sve nepoznate promenljive.

Vodeća funkcija se može napisati u sledećem obliku:

$${}^{i+1}f_y ({}^{i+1}\boldsymbol{\sigma}, {}^{i+1}\boldsymbol{\beta}) = {}^{i+1}f_y ({}^{i+1}q, {}^{i+1}p', {}^{i+1}\boldsymbol{\beta}) = 0 \quad (5.35)$$

U prethodnom izrazu funkcija tečenja je izražena preko srednjeg efektivnog napona p' i devijatora napona q , a sam izraz predstavlja uslov tečenja.

Na Slici 5.7 je prikazan postupak povratnog preslikavanja koju koristi metoda vodećeg parametra, gde se u prvoj iteraciji pretpostavlja da su deformacije elastične (elastično predviđanje), tako da se vektor napona na kraju inkrementa dobija kao:

$${}^{i+1}\boldsymbol{\sigma}^e = \mathbf{D}^e {}^{i+1}\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{D}^e ({}^{i+1}\boldsymbol{\varepsilon} - {}^i\boldsymbol{\varepsilon}^e) \quad (5.36)$$

Veza je uspostavljena preko elastične matrice krutosti \mathbf{D}^e i preko vektora elastičnih deformacija na kraju inkrementa ${}^{i+1}\boldsymbol{\varepsilon}^e$. Tada funkcija tečenja u zavisnosti od ovako sračunatog napona na kraju inkrementa glasi:

$${}^{i+1}f_y^e = {}^{i+1}f_y ({}^{i+1}\boldsymbol{\sigma}^e, {}^i\boldsymbol{\beta}) \quad (5.37)$$

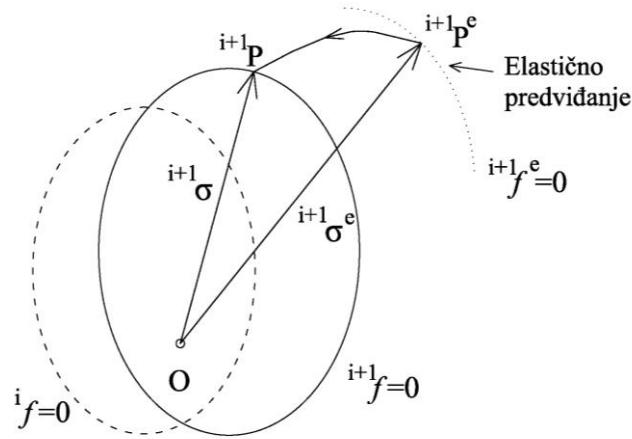
U slučaju da je:

$${}^{i+1}f_y^e \leq {}^i f_y \quad (5.38)$$

elastično predviđanje je tačno, jer se materijal nalazi unutar površi tečenja i dobijeni naponi ${}^{i+1}\boldsymbol{\sigma}^e$ su konačni naponi u konfiguraciji $i+1$.

Ako je pak funkcija tečenja dobijena elastičnim predviđanjem veća ${}^{i+1}f_y^e > {}^i f_y$, došlo je do plastičnog deformisanja, konačni naponi moraju zadovoljiti uslov tečenja (5.35) i jednaki su:

$${}^{i+1}\boldsymbol{\sigma} = {}^{i+1}\boldsymbol{\sigma}^e - \mathbf{D}^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (5.39)$$



Slika 5.7 Metoda povratnog preslikavanja (return mapping)

Izbor vodećeg parametra je ključni korak u metodi vodećeg parametra. Uglavnom je kao vodeći parametar usvajan srednji efektivni napon (Vukićević i Rakić, 2010; Jocković, 2017; Jocković i Vukićević, 2017), dok je moguće usvojiti i neku drugu veličinu, kao što je na primer priraštaj plastične zapreminske deformacije (Kojić i Bathe, 2003).

U ovoj disertaciji je za vodeći parametar izabran srednji efektivni napon p' , jer ima jasno fizičko značenje, dok u priraštaju zapreminske deformacije, u ovom slučaju, figurišu vremenski uslovljene komponente, pa iz tog razloga nije pogodan izbor za vodeći parametar.

5.6 Relacije konstitutivnog modela u konfiguraciji $i+1$

U implicitnim metodama, kao što je i metoda vodećeg parametra, može se usvojiti aproksimacija za inkrement plastičnih deformacija koja glasi:

$$\Delta \varepsilon^p = \int_i^{i+1} \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} d\chi \right) dt = \Delta \chi \left(\frac{\partial^{i+1} f}{\partial^{i+1} \sigma} \right) \quad (5.40)$$

Jednačina (5.40) predstavlja jednu od osnovnih aproksimacija u predmetnoj metodi integracije, gde $\Delta \chi$ predstavlja skalarni multiplikator koji odgovara intervalu inkrementa.

Pošto važi asocijativan zakon tečenja, iz uslova normalnosti se dobija sledeći izraz:

$$d\varepsilon_v^p = d\chi \frac{\partial f}{\partial p'} = d\chi(2p' - p'_0) \quad (5.41)$$

Kombinovanjem dva prethodna izraza se dobija:

$$\Delta \varepsilon_v^p = \Delta \chi(2^{i+1}p' - {}^{i+1}p'_0) \Rightarrow \Delta \chi = \frac{\Delta \varepsilon_v^p}{2^{i+1}p' - {}^{i+1}p'_0} \quad (5.42)$$

Priraštaj smičućih deformacija, iz uslova normalnosti, glasi:

$$d\varepsilon_q^p = d\chi \frac{\partial f}{\partial q} = d\chi \frac{2q}{M^2} \text{ i sledi: } \Delta \varepsilon_q^p = \Delta \chi \frac{2^{i+1}q}{M^2} \quad (5.43)$$

Preko izraza za drugu invarijantu devijatorskog dela tenzora napona (J_2), za devijator napona (q) i za smičuću deformaciju (ε_q), tenzor priraštaja plastične deformacije izražen preko tenzora devijatora napona glasi (S_{ij}):

$$\Delta\varepsilon'_{ij} = 3\Delta\chi \frac{S_{ij}}{M^2} \begin{cases} J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \\ q = \sqrt{3J_2} \\ \varepsilon_q = \sqrt{\frac{2}{3}} \varepsilon'_{ij} \varepsilon'_{ij} \end{cases} \quad (5.44)$$

Koeficijent poroznosti na kraju inkrementa u konfiguraciji $i+1$

Zavisnost priraštaja zapreminske deformacije od priraštaja koeficijenta poroznosti je dat preko sledećeg izraza:

$$d\varepsilon_v = -\frac{de}{1 + e_0} \quad (5.45)$$

Integracijom dobijamo ukupnu zapreminsku deformaciju:

$$-\int_0^{i+1} d\varepsilon_v = \int_0^{i+1} \frac{de}{1 + e_0} \quad (5.46)$$

Rešavanjem integrala u zadatim granicama se dobija:

$$-{}^{i+1}\varepsilon_v = \ln(1 + {}^{i+1}e) - \ln(1 + e_0) \quad (5.47)$$

$$-{}^{i+1}\varepsilon_v = \ln \frac{1 + {}^{i+1}e}{1 + e_0} \quad (5.48)$$

$$1 + {}^{i+1}e = (1 + e_0) \exp(-{}^{i+1}\varepsilon_v) \quad (5.49)$$

Napomena: $\exp(x) = e^x$

Na ovaj način se i konačno dobija izraz za koeficijent poroznosti na kraju inkrementa:

$${}^{i+1}e = (1 + e_0) \exp(-{}^{i+1}\varepsilon_v) - 1 \quad (5.50)$$

Parametar ojačanja u konfiguraciji $i+1$

Priraštaj ukupnih zapreminskih deformacija se razlaže na komponentu priraštaja elastičnih zapreminskih deformacija, plastičnih zapreminskih deformacija i vremenski uslovljenih plastičnih zapreminskih deformacija.

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p + d\varepsilon_v^{pt} \quad (5.51)$$

Priraštaj ukupne zapreminske deformacije glasi:

$$d\varepsilon_v = \frac{\kappa}{1+e_0} \frac{dp'}{p'} + \frac{\lambda-\kappa}{1+e_0} \frac{dp'_0}{p'_0} + \alpha_M \frac{dt}{t} + k_b E_{dg} e^{-k_b t} dt \quad (5.52)$$

Promena koeficijenta poroznosti iz izraza (5.45) glasi:

$$-de = (1+e_0)d\varepsilon_v \quad (5.53)$$

Zamenjujući izraz (5.52) u (5.45), dobija se:

$$-de = (1+e_0) \left(\frac{\kappa}{1+e_0} \frac{dp'}{p'} + \frac{\lambda-\kappa}{1+e_0} \frac{dp'_0}{p'_0} + \alpha_M \frac{dt}{t} + k_b E_{dg} e^{-k_b t} dt \right) \quad (5.54)$$

$$-de = \kappa \frac{dp'}{p'} + (\lambda-\kappa) \frac{dp'_0}{p'_0} + (1+e_0) \left(\alpha_M \frac{dt}{t} + k_b E_{dg} e^{-k_b t} dt \right) \quad (5.55)$$

Integracijom u okviru jednog inkrementa opterećenja, od i do $i+1$, odnosno od t , vremena na početku inkrementa, do vremena $t+\Delta t$ na kraju inkrementa, dobijamo:

$$\Delta e = \kappa \ln \left(\frac{{}^{i+1}p'}{{}^i p'} \right) + (\lambda-\kappa) \ln \left(\frac{{}^{i+1}p'_0}{{}^i p'_0} \right) + (1+e_0) \left(\alpha_M \ln \left(\frac{t+\Delta t}{t} \right) + E_{dg} (e^{-k_b t} - e^{-k_b(t+\Delta t)}) \right) \quad (5.56)$$

Parametar ojačanja na kraju inkrementa se može izraziti iz prethodnog izraza:

$${}^{i+1}p'_0 = {}^i p'_0 \exp \left[\frac{\Delta e}{\lambda-\kappa} - \frac{\kappa}{\lambda-\kappa} \ln \left(\frac{{}^{i+1}p'}{{}^i p'} \right) - \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \left(\alpha_M \ln \left(\frac{t+\Delta t}{t} \right) + E_{dg} (e^{-k_b t} - e^{-k_b(t+\Delta t)}) \right) \right] \quad (5.57)$$

Izraz za parametar ojačanja se može preurediti i konačno postaje:

$${}^{i+1}p'_0 = {}^i p'_0 \exp \left[\frac{{}^i e - {}^{i+1}e}{\lambda-\kappa} - \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \left(\alpha_M \ln \left(\frac{t+\Delta t}{t} \right) + E_{dg} (e^{-k_b t} - e^{-k_b(t+\Delta t)}) \right) \right] \left(\frac{{}^i p'}{{}^{i+1}p'} \right)^{\frac{\kappa}{\lambda-\kappa}} \quad (5.58)$$

Devijatorski deo tenzora napona ${}^{i+1}S_{ij}$

Iz izraza za tenzor priraštaja plastične deformacije (5.44), sledi izraz za devijatorski deo tenzora napona u konfiguraciji $i+1$:

$$\Delta \varepsilon'_{ij} = 3\Delta\chi \frac{{}^{i+1}S_{ij}}{M^2} \Rightarrow {}^{i+1}S_{ij} = \Delta \varepsilon'_{ij} \frac{M^2}{3\Delta\chi} = (\Delta \varepsilon'_{ij} - \Delta \varepsilon'_{ij}{}^e) \frac{M^2}{3\Delta\chi} \quad (5.59)$$

Priraštaj elastičnih smičućih deformacija glasi:

$$\Delta \varepsilon'_{ij} = \frac{\Delta S_{ij}}{2^i G} \quad (5.60)$$

(${}^i G$ – moduo smicanja u konfiguraciji i , na početku inkrementa)

$${}^{i+1}S_{ij} = \Delta \varepsilon'_{ij} \frac{M^2}{3\Delta\chi} - \frac{\Delta S_{ij}}{2^i G} \frac{M^2}{3\Delta\chi} \quad (5.61)$$

$${}^{i+1}S_{ij} = \Delta \varepsilon'_{ij} \frac{M^2}{3\Delta\chi} - \frac{{}^{i+1}S_{ij} - {}^i S_{ij}}{2^i G} \frac{M^2}{3\Delta\chi} \quad (5.62)$$

$${}^{i+1}S_{ij} \left(1 + \frac{M^2}{2^i G 3\Delta\chi} \right) = \Delta \varepsilon'_{ij} \frac{M^2}{3\Delta\chi} + \frac{{}^i S_{ij}}{2^i G} \frac{M^2}{3\Delta\chi} \quad (5.63)$$

Odnosno:

$${}^{i+1}S_{ij} = \frac{\Delta \varepsilon'_{ij} + \frac{{}^i S_{ij}}{2^i G}}{\frac{3\Delta\chi}{M^2} + \frac{1}{2^i G}} \quad (5.64)$$

Dostignut naponski odnos $\eta=M$

Ako je dostignut naponski odnos, važi da je:

$$2^{i+1}p' - {}^{i+1}p'_0 < TOL \quad (5.65)$$

Odnosno:

$$M^{i+1}p' = {}^{i+1}q \quad (5.66)$$

U ovom slučaju nema priraštaja plastične zapreminske deformacije i pozitivan skalar $\Delta\chi$ se računa preko priraštaja plastične smičuće deformacije (5.43).

$${}^{i+1}q = \frac{M^2}{2\Delta\chi} \Delta \varepsilon_q^p = M^{i+1}p' \quad (5.67)$$

Odakle sledi izraz za pozitivan skalar:

$$\Delta\chi = \frac{M\Delta \varepsilon_p^q}{2^{i+1}p'} \quad (5.68)$$

Pošto se priraštaj plastične smičuće deformacije može izraziti kao razlika priraštaja ukupne smičuće deformacije i priraštaja elastične smičuće deformacije, sledi:

$$\Delta\chi = \frac{M(\Delta\varepsilon_q - \Delta\varepsilon_q^e)}{2^{i+1}p'} = \frac{M}{2^{i+1}p'} \left(\Delta\varepsilon_q - \frac{\Delta q}{3G} \right) \quad (5.69)$$

gde je:

$$\Delta q = {}^{i+1}q - {}^iq \quad (5.70)$$

5.7 Numerička integracija konstitutivnog modela za komunalni otpad (MSW modela)

Pošto je definisani konstitutivni model za komunalni otpad (MSW model) baziran na Modifikovanom Cam Clay modelu, odlikuje ga elastično ponašanje unutar površi tečenja. Tako da, MSW model ima elastično predviđanje i plastični korektor.

5.7.1 Poznate veličine na početku inkrementa – konfiguracija i :

Poznate veličine na početku inkrementa u konfiguraciji i su prikazane tabelarno:

Tabela 5.1 Poznate veličine na početku inkrementa

${}^i\sigma, {}^ip', {}^iq, {}^i\eta$	vektor napona, invarijante napona i naponski odnos
${}^i\varepsilon, {}^i\varepsilon_v, {}^i\varepsilon_q$	vektor deformacija, zapreminska i smičuća deformacija
$\Delta\varepsilon$	vektor priraštaja deformacija
${}^{i+1}\varepsilon = {}^i\varepsilon + \Delta\varepsilon$	vektor ukupnih deformacija na kraju inkrementa
${}^ie, {}^{i+1}e$	koeficijent poroznosti na početku i kraju inkrementa
$p'_{0initial}$	parametar ojačanja preko kog je definisana inicijalna površ tečenja
${}^iK, {}^iE, {}^iG$	zapreminski modul, modul elastičnosti i modul smicanja
D^e	elastična konstitutivna matrica

- ◆ Vektor napona u konfiguraciji i , invarijante napona i naponski odnos glase:

$${}^i\sigma_{ij} = {}^i\sigma = ({}^i\sigma_{11} \quad {}^i\sigma_{22} \quad {}^i\sigma_{33} \quad {}^i\sigma_{12} \quad {}^i\sigma_{23} \quad {}^i\sigma_{31})^T \quad (5.71)$$

$${}^ip' = \frac{I_1}{3} = \frac{{}^i\sigma_{11} + {}^i\sigma_{22} + {}^i\sigma_{33}}{3} \quad (5.72)$$

$${}^iq = \sqrt{3I_2} \quad (5.73)$$

$${}^i\eta = \frac{{}^iq}{{}^ip'} \quad (5.74)$$

- ◆ Vektor deformacija u konfiguraciji i i invarijante deformacija:

$${}^i\varepsilon_{ij} = {}^i\varepsilon = ({}^i\varepsilon_{11} \quad {}^i\varepsilon_{22} \quad {}^i\varepsilon_{33} \quad {}^i\varepsilon_{12} \quad {}^i\varepsilon_{23} \quad {}^i\varepsilon_{31})^T \quad (5.75)$$

Odnosno:

$${}^i\varepsilon_{ij} = {}^i\varepsilon = \left({}^i\varepsilon_{11} \quad {}^i\varepsilon_{22} \quad {}^i\varepsilon_{33} \quad \frac{1}{2} {}^i\gamma_{12} \quad \frac{1}{2} {}^i\gamma_{23} \quad \frac{1}{2} {}^i\gamma_{31} \right)^T \quad (5.76)$$

$${}^i\varepsilon_v = {}^i\varepsilon_{11} + {}^i\varepsilon_{22} + {}^i\varepsilon_{33} \quad (5.77)$$

$${}^i\varepsilon_q = 2 \sqrt{\frac{1}{3} {}^i I'_{\varepsilon 2}} \quad (5.78)$$

◆ Vektor priraštaja deformacija $\Delta\varepsilon$ i invarijante priraštaja deformacija:

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\varepsilon = (\Delta\varepsilon_{11} \quad \Delta\varepsilon_{22} \quad \Delta\varepsilon_{33} \quad \Delta\varepsilon_{12} \quad \Delta\varepsilon_{23} \quad \Delta\varepsilon_{31})^T \quad (5.79)$$

$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\varepsilon_{11} + \Delta\varepsilon_{22} + \Delta\varepsilon_{33} \quad (5.80)$$

$$\Delta\varepsilon_q = 2 \sqrt{\frac{1}{3} \Delta I'_{\varepsilon 2}} \quad (5.81)$$

◆ Tensor ukupnih deformacija ${}^{i+1}\varepsilon$ i invarijante deformacija:

$${}^{i+1}\varepsilon = {}^i\varepsilon + \Delta\varepsilon \quad (5.82)$$

$${}^{i+1}\varepsilon_v = {}^{i+1}\varepsilon_{11} + {}^{i+1}\varepsilon_{22} + {}^{i+1}\varepsilon_{33} \quad (5.83)$$

$${}^{i+1}\varepsilon_q = 2 \sqrt{\frac{1}{3} {}^{i+1} I'_{\varepsilon 2}} \quad (5.84)$$

◆ Koeficijent poroznosti i specifična zapremina u konfiguracijama i i $i+1$:

$${}^i e = (1 + e_0) \exp(-{}^i\varepsilon_v) - 1 \Rightarrow {}^i v = 1 + {}^i e \quad (5.85)$$

$${}^{i+1} e = (1 + e_0) \exp(-{}^{i+1}\varepsilon_v) - 1 \Rightarrow {}^{i+1} v = 1 + {}^{i+1} e \quad (5.86)$$

$$\Delta e = {}^i e - {}^{i+1} e \quad (5.87)$$

◆ Elastična konstitutivna matrica (matrica krutosti materijala):

$$D^e = \frac{{}^i E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (5.88)$$

gde su:

iE – moduo elastičnosti na početku inkrementa
 ν – Poisson-ov koeficijent

Elastična matrica preko zapreminskog modula iK , elastičnog modula iE i modula smicanja iG (sve vrednosti veličina su na početku inkrementa):

$$D^e = \begin{bmatrix} {}^iK + \frac{4}{3}{}^iG & {}^iK - \frac{2}{3}{}^iG & {}^iK - \frac{2}{3}{}^iG & 0 & 0 & 0 \\ {}^iK - \frac{2}{3}{}^iG & {}^iK + \frac{4}{3}{}^iG & {}^iK - \frac{2}{3}{}^iG & 0 & 0 & 0 \\ {}^iK - \frac{2}{3}{}^iG & {}^iK - \frac{2}{3}{}^iG & {}^iK + \frac{4}{3}{}^iG & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2{}^iG & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2{}^iG & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2{}^iG \end{bmatrix} \quad (5.89)$$

gde su:

$${}^iK = \frac{1 + {}^ie}{{}^ip'} \kappa \quad (5.90)$$

$${}^iE = 3(1 - 2\nu){}^iK \quad (5.91)$$

$${}^iG = \frac{3(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)} {}^iK \quad (5.92)$$

◆ Parametar ojačanja u konfiguraciji i :

$${}^ip'_0 = \frac{{}^iq^2}{M^2{}^ip'} + {}^ip' \quad (5.93)$$

Dok je inicijalni parametar ojačanja, odnosno prečnik inicijalne površi tečenja, određen preko sledećih izraza:

$$p'_{0initial} = \frac{q_{initial}^2}{M^2 p'_{initial}} + p'_{initial} \quad (5.94)$$

ili:

$$p'_{0initial} = \exp\left(\frac{N - (1 + e_0) - \kappa \ln(p'_{initial})}{\lambda - \kappa}\right) \quad (5.95)$$

N – vrednost specifične zapremine pri $p' = 1$ kPa

5.7.2 Elastično predviđanje

Funkcija tečenja u konfiguraciji $i+1$ za elastično predviđanje glasi:

$${}^{i+1}f^{trial} = {}^{i+1}f({}^{i+1}p^{trial}, {}^{i+1}q^{trial}, p_{0initial}') \quad (5.96)$$

$${}^{i+1}f^{trial} \leq 0 \Rightarrow {}^{i+1}\sigma^{trial} = \mathbf{D}^{e^{i+1}}\boldsymbol{\varepsilon} \Rightarrow \text{deformacije su elastične} \quad (5.97)$$

$${}^{i+1}f^{trial} > 0 \Rightarrow \text{pojava plastičnih deformacija} \quad (5.98)$$

5.7.3 Vodeći parametar ${}^{i+1}p'$ i algoritam numeričke integracije

Za vodeći parametar je izabrana vrednost srednjeg efektivnog napona ${}^{i+1}p'$ za koju treba ispuniti sledeći uslov:

$${}^{i+1}f = |{}^{i+1}f({}^{i+1}p')| \leq TOL \quad (5.99)$$

Inicijalne granice intervala u okviru kog se traži vrednost vodećeg parametra (srednjeg efektivnog napona) se postavljaju u okolini poznatog naponskog stanja na početku inkrementa ${}^i p'$ na sledeći način:

$${}^{i+1}p'_1 = p^{trial} \quad (5.100)$$

$${}^{i+1}p'_2 = C_1 p^{trial}; C_1 < 1 \quad (5.101)$$

Granice intervala se postepeno šire, sve dok se ne postigne uslov:

$${}^{i+1}f_1 \cdot {}^{i+1}f_2 < 0 \quad (5.102)$$

Na ovaj način se određuje interval u okviru kog se nalazi nula funkcije, što predstavlja teži deo proračuna, a zatim se vrlo jednostavno dolazi do tražene nule funkcije metodom bisekcije (polovljenja).

Vrednosti funkcija tečenja f_1 i f_2 u konfiguraciji $i+1$ za poznatu vrednost vodećih parametara ${}^{i+1}p'_1$ i ${}^{i+1}p'_2$ u konfiguraciji $i+1$ se računaju po sledećem postupku:

○ Određivanje parametra ojačanja na kraju inkrementa – $i+1$

$${}^{i+1}p'_0 = {}^i p'_0 \exp \left[\frac{{}^i e - {}^{i+1} e}{\lambda - \kappa} - \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \left(\alpha_M \ln \left(\frac{t + \Delta t}{t} \right) + E_{dg} (e^{-k_b t} - e^{-k_b (t + \Delta t)}) \right) \right] \left(\frac{{}^i p'}{{}^{i+1} p'} \right)^{\frac{\kappa}{\lambda - \kappa}} \quad (5.103)$$

○ Određivanje skalarnog multiplikatora:

Ako je:

$$\boxed{|2{}^{i+1}p' - {}^{i+1}p'_0| < TOL} \quad (5.104)$$

Sledi:

$${}^{i+1}q = M^{i+1}p' \quad (5.105)$$

$$\Delta q = {}^{i+1}q - {}^i q \quad (5.106)$$

$$\Delta \varepsilon_p^q = \Delta \varepsilon_q - \frac{\Delta q}{3^i G} \quad (5.107)$$

$$\boxed{\Delta \chi = \frac{M \Delta \varepsilon_p^q}{2^{i+1} p'}} \quad (5.108)$$

U slučaju da je:

$$\boxed{|2^{i+1} p' - {}^{i+1} p'_0| > TOL} \quad (5.109)$$

Sledi:

$$\Delta \varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + t_e} \ln\left(\frac{{}^{i+1} p'_0}{i p'_0}\right) + \alpha_M \ln\left(\frac{t + \Delta t}{t}\right) + E_{dg} (e^{-k_b t} - e^{-k_b (t + \Delta t)}) \quad (4.110)$$

$$\boxed{\Delta \chi = \frac{\Delta \varepsilon_v^p}{2^{i+1} p' - {}^{i+1} p'_0}} \quad (5.111)$$

- **Definisanje devijatorskog dela tenzora napona u konfiguraciji $i+1$:**

$${}^{i+1} S_{ij} = \frac{\Delta \varepsilon'_{ij} + \frac{{}^i S_{ij}}{2^i G}}{\frac{3 \Delta \chi}{M^2} + \frac{1}{2^i G}} \quad (5.112)$$

- **Definisanje devijatorskog napona u konfiguraciji $i+1$:**

$${}^{i+1} q = \sqrt{3^{i+1} J_2} \quad (5.113)$$

- **Određivanje priraštaja plastične smičuće deformacije:**

$$\Delta \varepsilon'_{ij} = 3 \Delta \chi \frac{{}^{i+1} S_{ij}}{M^2} \quad (5.114)$$

- **Definisanje funkcije tečenja na kraju inkrementa – $i+1$ konfiguracija:**

$${}^{i+1} f = \frac{{}^{i+1} q^2}{M^2} + {}^{i+1} p' ({}^{i+1} p' - {}^{i+1} p'_0) \quad (5.115)$$

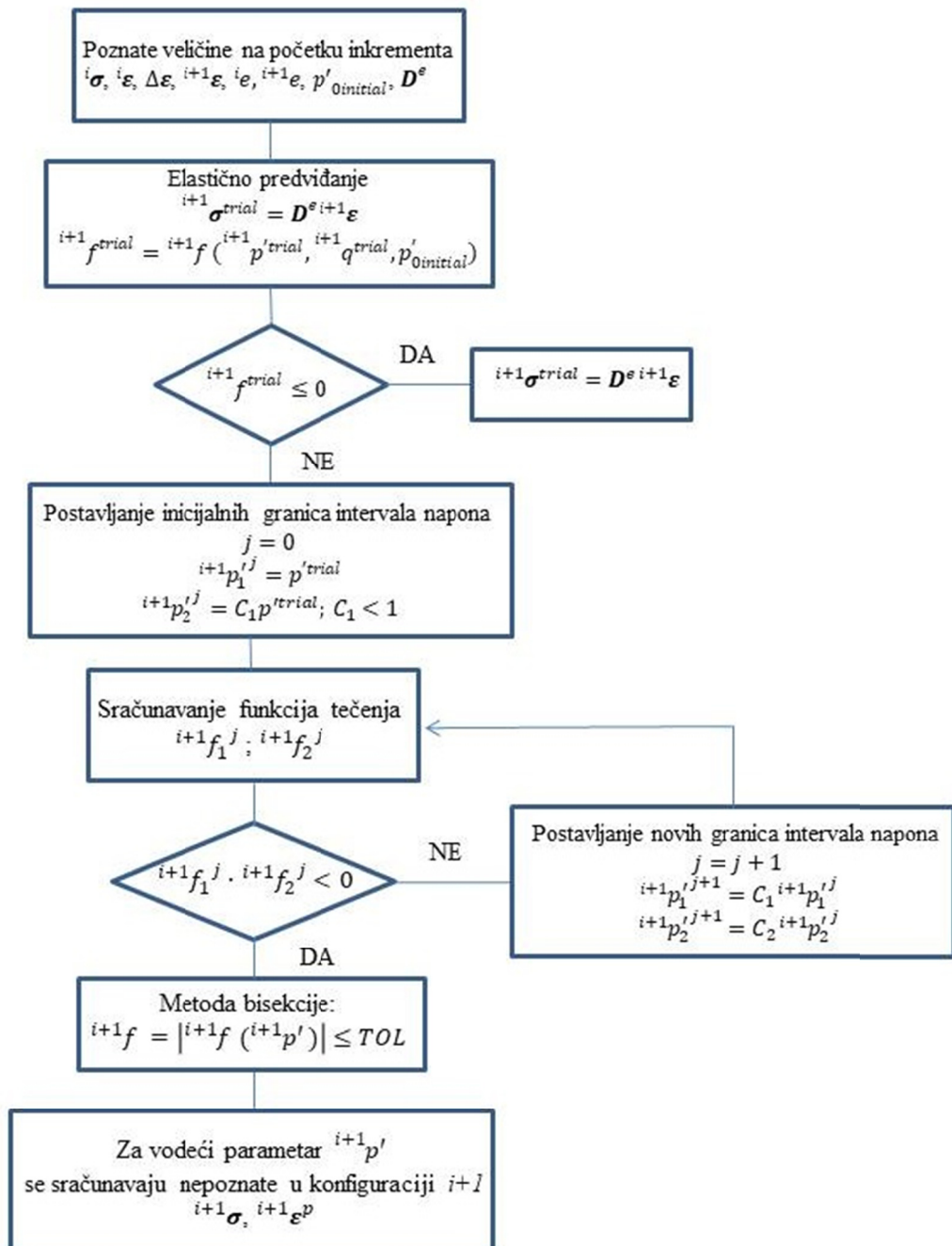
$${}^{i+1} f = |{}^{i+1} f ({}^{i+1} p')| \leq TOL \Leftrightarrow \text{METODA BISEKCIJE} \quad (5.116)$$

Na kraju postupka sračunava se tenzor napona na kraju inkrementa:

$${}^{i+1}\sigma_{ij} = {}^{i+1}p' \delta_{ij} + {}^{i+1}S_{ij} \quad (5.117)$$

δ_{ij} – Kronekerov delta simbol

Na Slici 5.8 prikazan je algoritam za numeričku integraciju predloženog konstitutivnog modela.



Slika 5.8 Algoritam numeričke integracije predloženog konstitutivnog modela

6. IMPLEMENTACIJA I VALIDACIJA FORMULISANOG KONSTITUTIVNOG MODELA

6.1 Uvod

Prethodno formulisan konstitutivni model za komunalni otpad (MSW model) sa integracijom napona Metodom vodećeg parametra je implementiran u softver ABAQUS/CAE baziran na metodi konačnih elemenata. U ABAQUS-u postoji mogućnost implementacije novog konstitutivnog modela preko korisničkog potprograma UMAT (User MATerial). Validacija numeričke procedure integracije napona Metodom vodećeg parametra za Modifikovan Cam-Clay model je izvršena i dokumentovana od strane Jocković (2017). U okviru ovog poglavlja prikazane su prednosti predloženog konstitutivnog modela za komunalni otpad sa vremenski uslovljenim komponentama, u odnosu na MCC model. UMAT kod je napisan u programskom jeziku FORTRAN prema uputstvima iz priručnika (Abaqus User's Manual, 2013) i dat je u Prilogu.

Validacija konstitutivnog modela za komunalni otpad (MSW model) je izvršena preko numeričke simulacije edometarskih opita kako u klasičnim edometrima tako i u konsolidacionim anaerobnim reaktorima za komunalni otpad koji nije prethodno tretiran i za komunalni otpad koji je prethodno mehanički i biološki tretiran. Zatim je izvršena numerička simulacija dreniranih i nedreniranih triaksijalnih opita čiji su rezultati preuzeti iz literature. Na kraju je u vidu numeričke simulacije izvršena analiza konturnog problema sleganja (naponsko-deformacijska analiza) eksperimentalne deponije komunalnog otpada kroz vreme i rezultati su upoređeni sa podacima dobijenim merenjem na terenu.

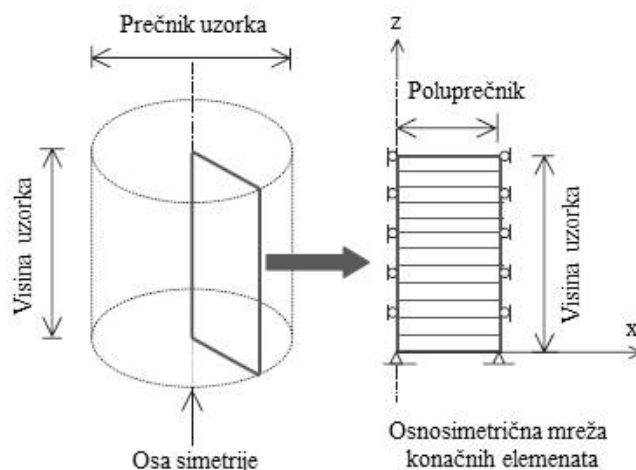
6.2 Edometarski opiti u ABAQUS-u

Numerička simulacija edometarskih opita je izvršena prema uputstvima iz knjige Helwany-a (2007). Pošto je u pitanju osnosimetrični problem, korišćena je dvodimenzionalna osnosimetrična mreža konačnih elemenata (Slika 6.1). Elementi su tipa CAX8RP (oznaka u ABAQUS-u) četvorougaoanog oblika, sa osam čvorova (interpolacione funkcije su kvadratne), sa mogućnošću sračunavanja pornih pritisaka (pore/fluid stress element) i sa bilinearnim pomeranjem i bilinearnim pornim pritiskom. Granični uslovi su prikazani takođe na Slici 6.1: na dnu uzorka sprečena su horizontalna i vertikalna pomeranja, sa desne strane je sprečeno samo horizontalno pomeranje, a vertikalno je dozvoljeno, dok leva strana predstavlja osu simetrije, sa sprečenim horizontalnim pomeranjem. U trenutku nanošenja opterećenja, gornja i donja strana se smatraju vodonepropusnim, a nakon nanošenja opterećenja, što predstavlja narednu fazu numeričke simulacije (konsolidaciju), preko gornje i donje površine je omogućeno dreniranje, tako da je porni pritisak jednak nuli.

Problem se simulira u tri koraka:

- prvi korak se sastoji od jednog inkrementa sa sprečenim dreniranjem preko gornje i donje površine, nanosi se kontaktni pritisak (koji omogućava prijanjanje filterskih ploča) i uključuje se komanda "geostatic" koja obezbeđuje ravnotežu unutar uzorka kao i da inicijalni naponski uslovi u svim elementima budu u okviru površi tečenja;
- u drugom koraku se nanosi opterećenje koje u potpunosti preuzima porna voda i komponente otpada;
- u trećem koraku se menjaju hidraulični uslovi na gornjoj i donjoj površini, tako da je omogućena drenaža preko njih.

Simulacije se razlikuju po veličini nanetog opterećenja, po dimenzijama testiranih uzoraka i po dužini trajanja opterećenja. Ulazni parametri modela su uzimani direktno kako su dati u literaturi, a oni parametri koji nedostaju su usvajani po preporukama na osnovu sastava, starosti, vrsti komunalnog otpada (da li je direktno ugrađivan svež otpad ili je prethodno mehanički ili biološki tretiran) ili su kalibrisani na osnovu rezultata ispitivanja.



Slika 6.1 Osnosimetrična mreža konačnih elemenata – edometarski opit (Helwany, 2007)

Siddiqui et al. (2013)

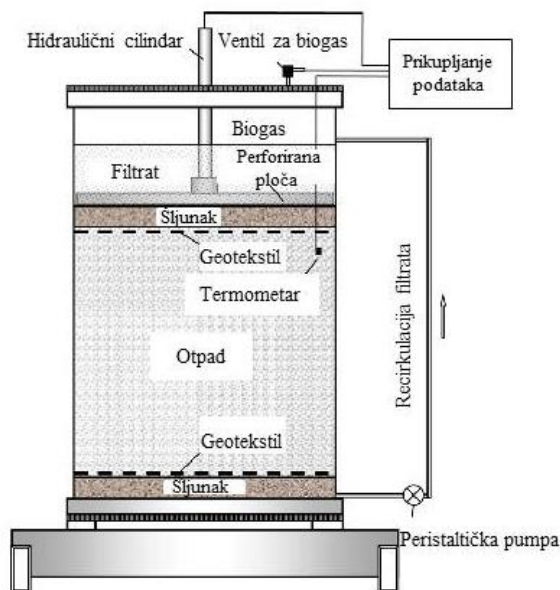
U mnogim zemljama Evrope, mehaničko i biološko tretiranje otpada pre njegovog odlaganja je veoma prisutno prvenstveno zbog uredbi Evropske Komisije koja nalaže da se smanji količina biorazgradljivog komunalnog otpada na deponijama. Metode mehaničkog i biološkog tretiranja otpada podrazumevaju izdvajanje komponenti otpada za reciklažu, redukovanje veličina komponenti (usitnjavanjem) odnosno biodegradaciju otpada anaerobnim i aerobnim procesima. Ovakav predtretman komunalnog otpada ima veliki uticaj na njegovo dalje mehaničko ponašanje, pre svega na veličinu sleganja usled fizičkih, hemijskih i bioloških promena.

U radu (Siddiqui et al., 2013) su ispitivana dva uzorka komunalnog otpada koji je prethodno mehanički i biološki tretiran. Prvi mehaničko-biološki tretiran otpad je aerobno degradiran (MBT-A1) i predstavlja otpad sa White's Pit deponije u Engleskoj (maksimalna veličina komponenti je oko 20 mm), a drugi je anaerobno/aerobno degradiran (MBT-A2) i predstavlja otpad sa deponije u Hanoveru u Nemačkoj (maksimalna veličina komponenti je oko 60 mm).

Prilikom ispitivanja korišćen je uređaj koji predstavlja konsolidacioni anaerobni reaktor (CAR) prečnika 480 mm i visine 900 mm prikazan na Slici 6.2. Šljunčani drenažni slojevi su postavljeni sa gornje i donje strane debljine 10 i 5 cm respektivno, prekriveni su geotekstilom koji ima funkciju da spreči prolaz čestica otpada sa filtratom. Otpad je ugrađen u konsolidacioni anaerobni reaktor u 10 slojeva koji su ručno zbijeni da bi se postigla ujednačena zbijenost uzorka. Uređaj omogućava praćenje temperature, proizvodnje biogasa i naravno merenje opterećenja i sleganja.

Reaktor CAR 1 je simulirao samo proces mehaničkog puzanja, a biodegradacija je bila sprečena dodavanjem sirćetne i propionske kiseline koncentracije 10 g/L u filtrat, dok je u reaktoru CAR 2 bio omogućen proces biodegradacije sa recirkulacijom filtrata. Testiranje u CAR 1 je bilo pri temperaturi od oko 20°C, a u CAR 2 pri temperaturi od 30°C koja je postignuta preko termalnog čebeta da bi se postigli što povoljniji uslovi za biodegradaciju. Dužina trajanja opita je bila 347 dana za uzorak MBT-A1, a 279 dana za uzorak MBT-A2. Prvi stupanj opterećenja od 50 kPa je

trajao 286 dana za MBT-A1, a 202 dana za MBT-A2 nakon čega je opterećenje povećano na 150 kPa do kraja trajanja opita (61 dan za MBT-A1, a 77 dana za MBT-A2).



Slika 6.2 Prikaz konsolidacionog anaerobnog reaktora (Siddiqui et al., 2013)

Ulazni parametri za numeričku simulaciju su dati u Tabeli 6.1. Pošto su u radu (Siddiqui et al., 2013) dati samo parametri vezani za deformabilnost MBT otpada, ostali parametri modela su usvojeni prema preporukama iz literature. Rezultati su poređeni i sa MCC modelom već ugrađenim u ABAQUS da bi se prikazale prednosti predloženog konstitutivnog modela za komunalni otpad u odnosu na MCC model koji ne uzima u obzir vremenski zavisne komponente priraštaja zapreminskih deformacija.

Tabela 6.1 Ulazni parametri za numeričku simulaciju – MBT-A1 i MBT-A2

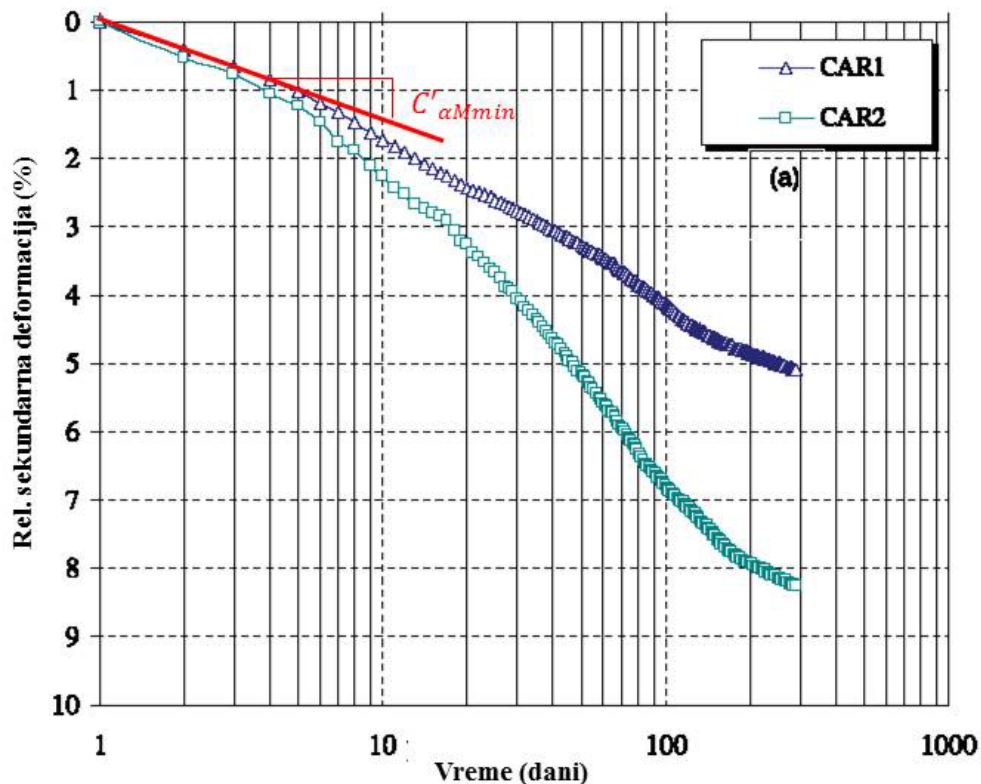
λ	κ	M	Γ	ν	α_M (%)	E_{dg} (%)	k_b (1/dan)
MBT-A1							
0.05	0.005	1.2	3.08	0.3	0.5	3.2	1.61×10^{-2}
MBT-A2							
0.05	0.005	1.2	3.08	0.3	0.4	1.7	2.03×10^{-2}

Početni koeficijent poroznosti je usvojen na osnovu date zapreminske težine ispitivanog otpada koja je iznosila 7 kN/m^3 i za MBT-A1 i za MBT-A2, dok su se koeficijenti vodopropusnosti kretali u rasponu od 3.46×10^{-5} do $4.24 \times 10^{-5} \text{ m/s}$.

Treba napomenuti da su u Tabeli 6.1, vrednosti parametra α_M niže od vrednosti datih u publikaciji. Parametarskom analizom je zaključeno da parametar α_M treba usvojiti preko minimalnog modifikovanog indeksa sekundarne kompresije usled mehaničkog puzanja ($C'_{\alpha M \min}$), odnosno preko početnog nagiba krive sekundarnog sleganja u polulogaritamskom dijagramu (Slika 6.3). Razlog zbog kog treba usvojiti minimalnu vrednost indeksa $C'_{\alpha M \min}$, leži u tome što MSW model sadrži i priraštaj plastičnih zapreminskih deformacija u okviru samog MCC modela (izraz (5.9)) koji predstavlja osnovu novog formulisanog modela za komunalni otpad (MSW modela), a ne samo priraštaj usled mehaničkog puzanja.

Parametri vezani za biodegradaciju su usvojeni direktno iz publikacije. Vrednost parametra E_{dg} je nešto niža za otpad MBT-A2, jer je otpad bio predtretiran aerobnim i anaerobnim procesima i samim tim je proces degradacije završen u većoj meri u odnosu na MBT-A1.

Parametri λ i κ imaju takođe nešto niže vrednosti, jer je komunalni otpad prethodno mehanički i biološki predtretiran. Parametar κ je usvojen kao 10% vrednosti parametra λ prema preporukama iz literature.

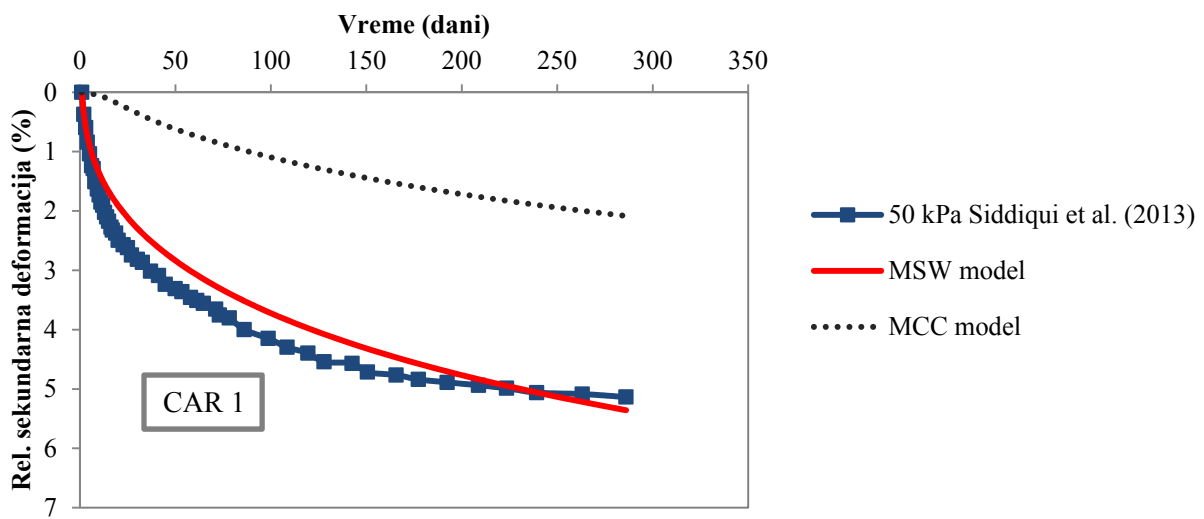


Slika 6.3 Određivanje modifikovanog indeksa sekundarne kompresije usled mehaničkog puzanja za numeričku simulaciju (dijagrami sekundarnog sleganja za MBT-A1 ($\sigma_n = 50$ kPa), Siddiqui et al., 2013)

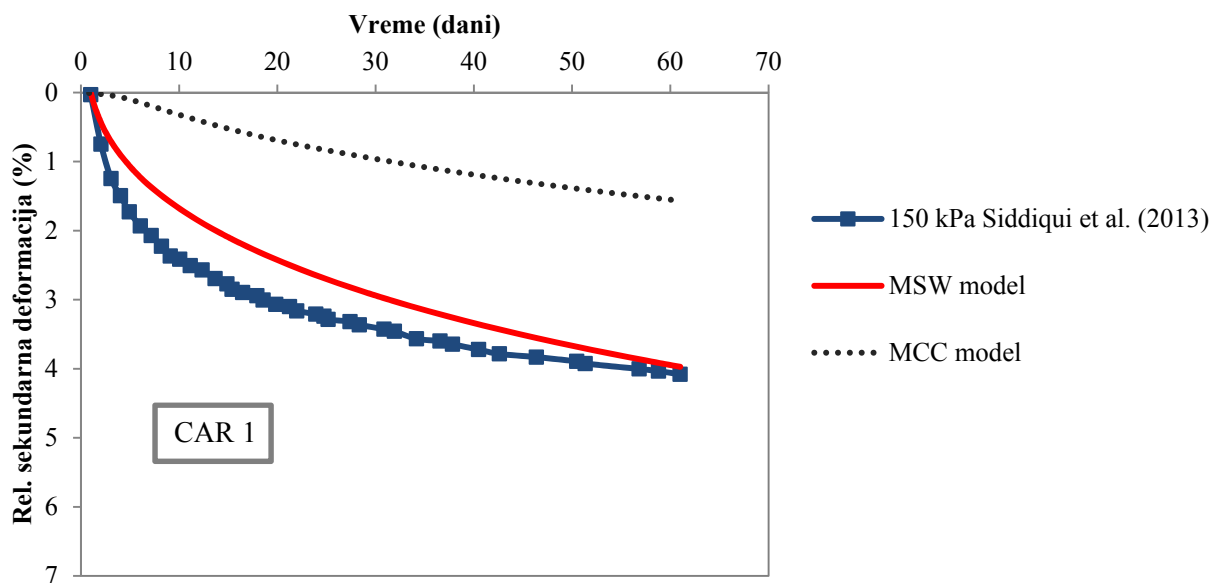
Na Slikama 6.4 – 6.11 prikazano je poređenje rezultata dobijenih ispitivanjem i numeričkim simulacijama u ABAQUS-u za obe vrste predtretiranog otpada (MBT-A1 i MBT-A2). Kao što je već napomenuto, u reaktoru CAR 1 je bila sprečena biodegradacija, tako da su parametri vezani za biodegradaciju isključeni prilikom numeričke simulacije. U reaktoru CAR 2 su uključeni parametri i za mehaničko puzanje i za biodegradaciju (Tabela 6.1). Autori su u radu naveli da je tokom opterećenja od 150 kPa, koje je naneto nakon 286 dana, odnosno 202 dana, u reaktorima CAR 1 i CAR 2, respektivno, sekundarno sleganje izazvano samo mehaničkim puzanjem, a da se proces biodegradacije završio. Numeričke simulacije su izvršene u skladu sa tim.

Na dijagramima je prikazano i poređenje novopredloženog MSW modela sa MCC modelom, koji daje značajno manja sleganja, što je i očekivano, jer doprinos vertikalnim deformacijama usled procesa mehaničkog puzanja i biodegradacije nije uključen. Na ovaj način se jasno vidi doprinos formulisanog konstitutivnog MSW modela u odnosu na postojeći MCC model.

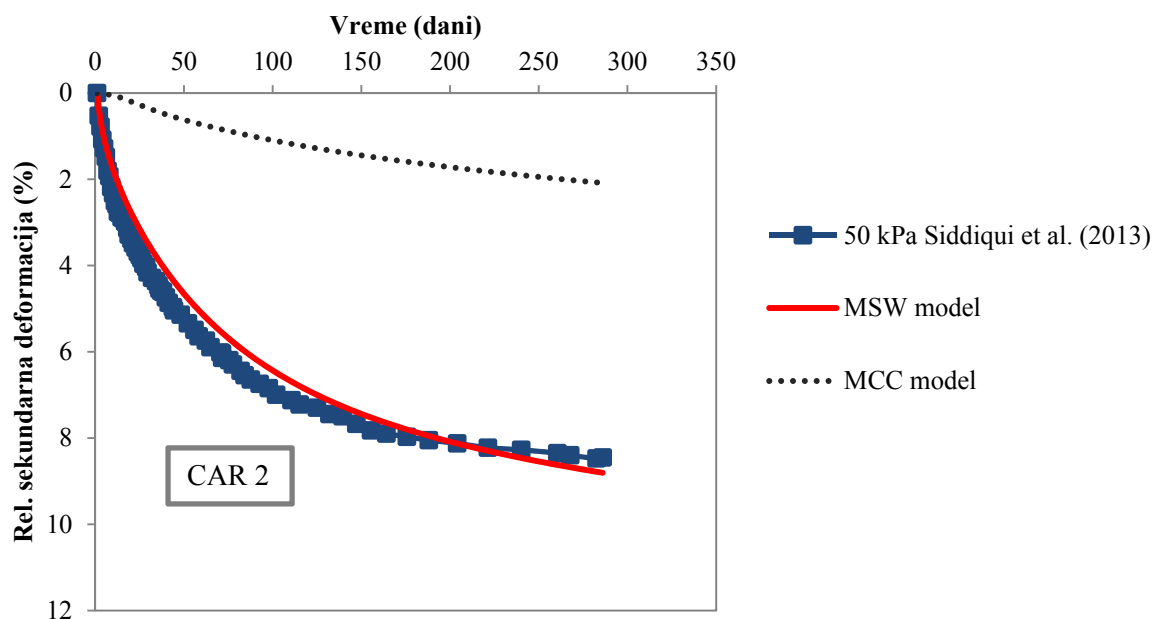
Takođe, treba napomenuti da su prikazani samo dijagrami sekundarnog sleganja, koje prema autorima nastaje 24 sata nakon nanošenja opterećenja, to jest faza trenutnog sleganja (inicijalno + primarno sleganje) se završava nakon perioda od 24 sata. U izvornoj publikaciji prikazani su samo dijagrami sekundarnog sleganja, tako da su u skladu sa tim dati i dijagrami u ovoj disertaciji. Nakon numeričke simulacije, rezultati su prikazani od 24 sata pa na dalje, krećući tada od nule, dok je sleganje usled primarne kompresije zanemareno. Dijagrami koji slede predstavljaju doprinos sekundarne deformacije u veličini ukupnog sleganja.



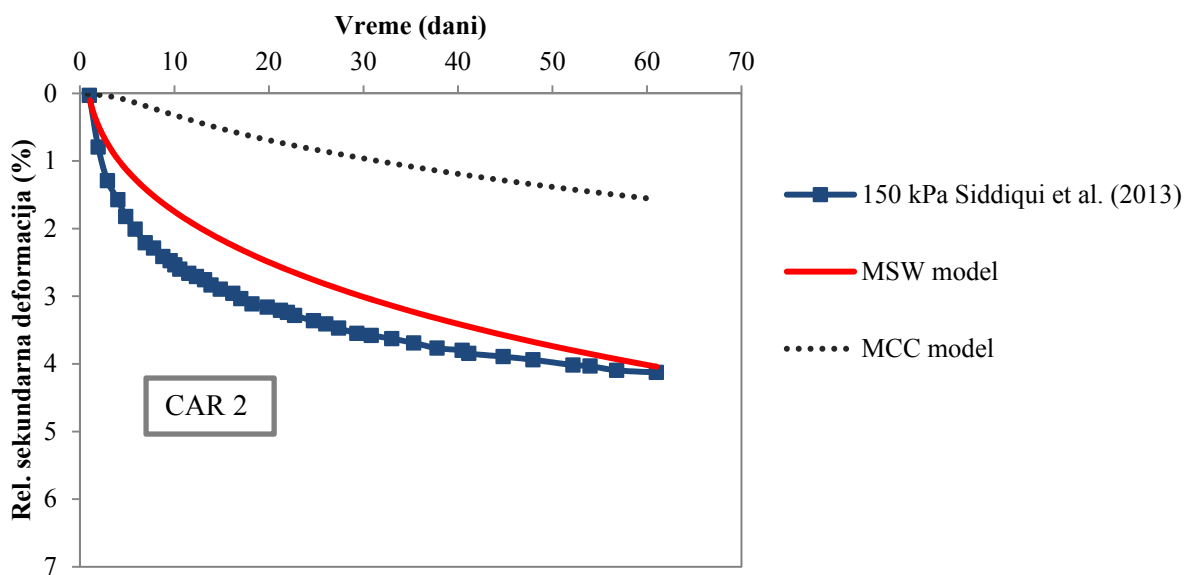
Slika 6.4 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 1 za $\sigma_n = 50$ kPa, MBT-A1



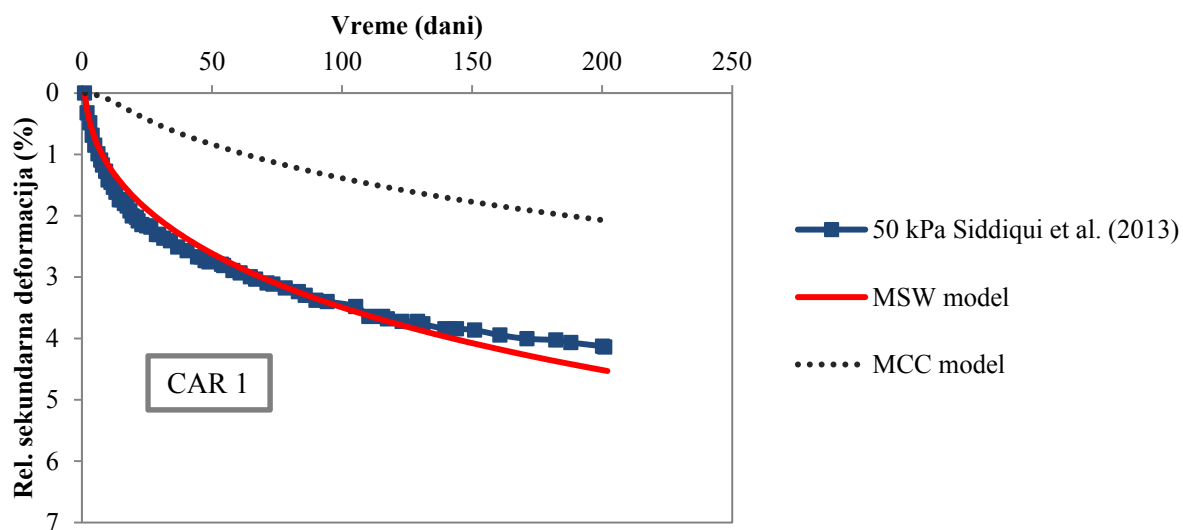
Slika 6.5 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 1 za $\sigma_n = 150$ kPa, MBT-A1



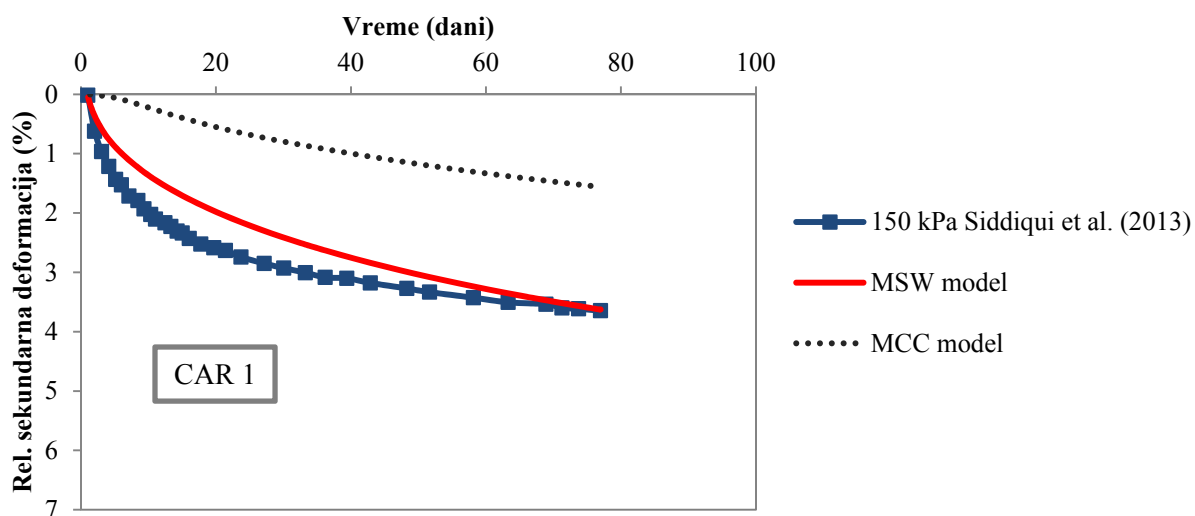
Slika 6.6 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 2 za $\sigma_n = 50 \text{ kPa}$, MBT-A1



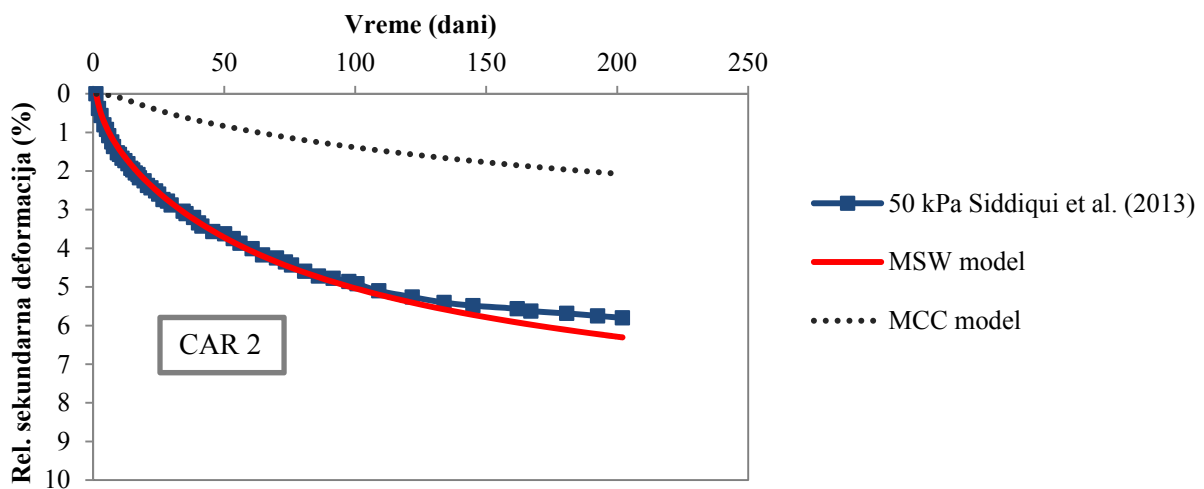
Slika 6.7 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 2 za $\sigma_n = 150 \text{ kPa}$, MBT-A1



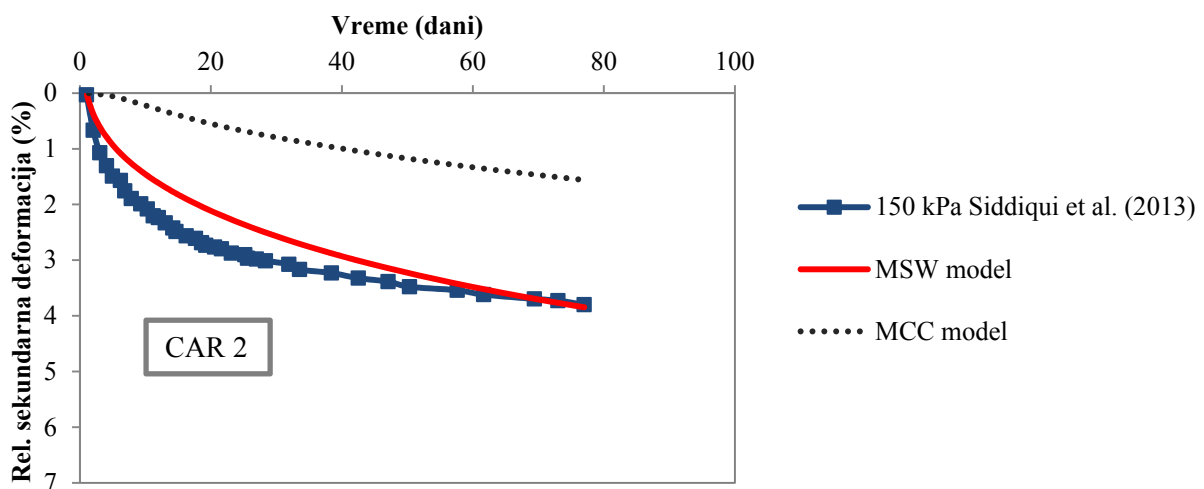
Slika 6.8 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 1 za $\sigma_n = 50$ kPa, MBT-A2



Slika 6.9 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 1 za $\sigma_n = 150$ kPa, MBT-A2



Slika 6.10 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 2 za $\sigma_n = 50$ kPa, MBT-A2



Slika 6.11 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – sekundarno sleganje CAR 2 za $\sigma_n = 150$ kPa, MBT-A2

Sa dijagrama se može zaključiti da je u određenoj meri proces biodegradacije ipak prisutan i u konsolidacionom anaerobnom reaktoru CAR 1 i pored dodavanja kiselina za sprečavanje procesa degradacije. Takođe, iako su autori naveli da je proces biodegradacije završen u reaktorima CAR 2, nakon 286, odnosno 202 dana, za MBT-A1 i MBT-A2 respektivno, model pokazuje blago odstupanje, dok je poklapanje krive sekundarnog sleganja mnogo bolje u slučaju simultanog doprinosa od mehaničkog puzanja i biodegradacije otpada.

Rakić (2013)

Za numeričku verifikaciju predloženog MSW modela, iskorišćeni su i rezultati Rakić-a (2013). U pitanju su uzorci koji su ispitani u edometarskom aparatu uzeti sa dve deponije: Ada Huja (Serija A – 4 uzorka: U-1 do U-4), Novi Sad (Serija B – 4 uzorka: U-5 do U-8) i mešani otpad (Serija C – 1 uzorak U-9). Korišćena su dva edometarska aparata različitih dimenzija: prečnika 10 cm i visine uzorka 4 cm odnosno prečnika 20 cm i visine uzorka od 8 cm u kom je ispitivan samo uzorak iz Serije C. Uzorci Serije A i B su pripremljeni sa različitim zapreminskim težinama (različitim stepenom zbijanja): 9.5, 10, 10.5 i 11 kN/m³, dok je uzorak iz serije C pripremljen sa zapreminskom težinom od 10 kN/m³. Pošto je u pitanju stariji otpad (Serija A – otpad starosti oko 40 godina i Serija B – otpad starosti između 15 i 20 godina), proces biodegradacije je isključen, dok je mehaničko puzanje otpada uzeto u obzir. Na taj način se predloženi konstitutivni model svodi na 6 ulaznih parametara, jer su parametri vezani za biodegradaciju jednaki nuli.

Numerička simulacija je izvršena za uzorak U-1 iz Serije A i uzorak U-5 iz Serije B. Prikaz rezultata je prezentovan na Slikama 6.12 – 6.18, dok su u Tabelama 6.2 i 6.3 date veličine i dužine trajanja opterećenja i vrednosti ulaznih parametara.

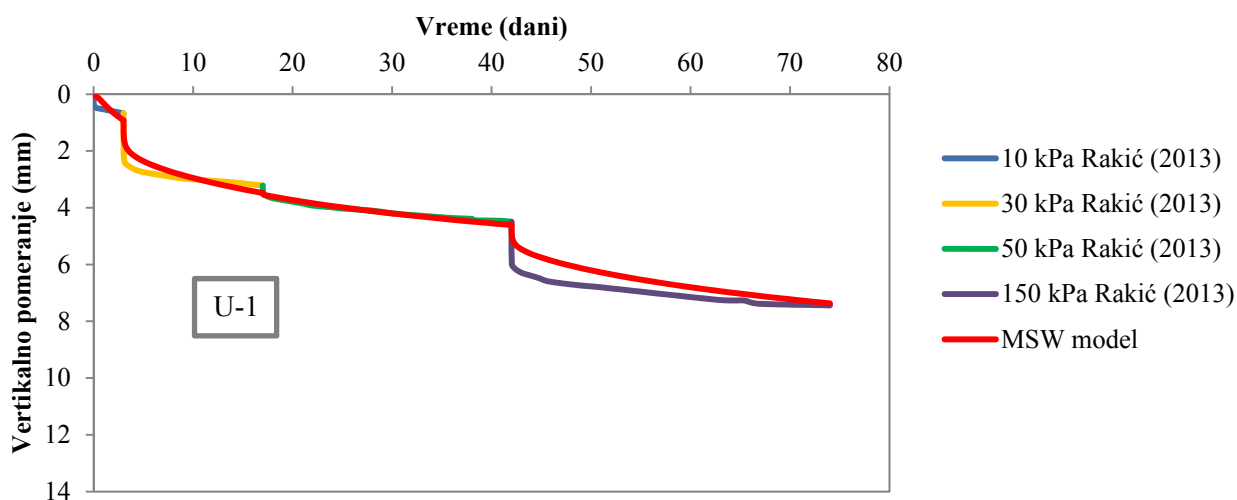
Parametar α_M je, kao i u prethodnom slučaju, određen na osnovu minimalnog modifikovanog indeksa sekundarne kompresije $C'_{\alpha Mmin}$ (Rakić, 2013; Rakić et al., 2015), a u Tabeli 6.3 prikazan je α_M sračunat preko osrednjene vrednosti $C'_{\alpha Mmin}$.

Tabela 6.2 Veličina i dužina trajanja nanetog opterećenja

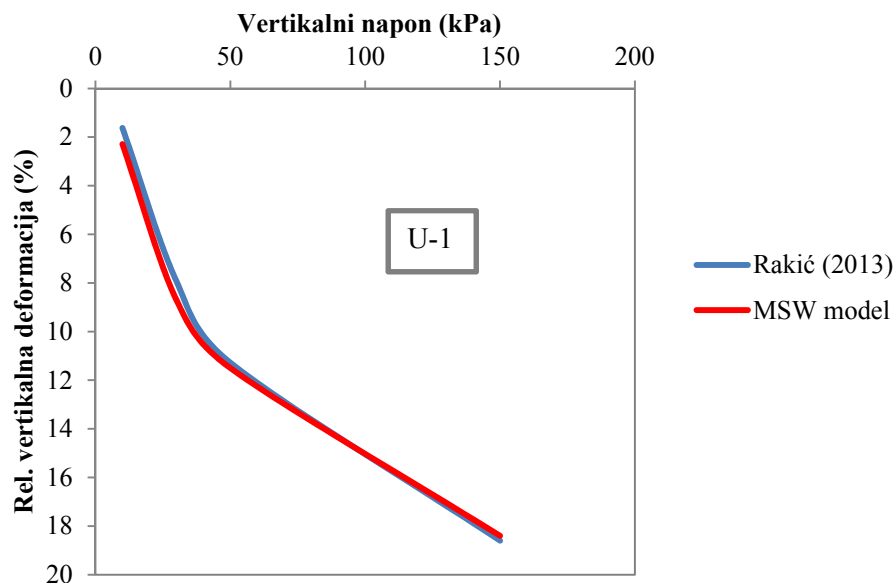
UZORAK U-1				
Naneto opterećenje (kPa)	10	30	50	150
Dužina trajanja opterećenja (dani)	3	14	25	32
UZORAK U-5				
Naneto opterećenje (kPa)	10	30	50	100
Dužina trajanja opterećenja (dani)	20	34	28	79

Tabela 6.3 Vrednosti ulaznih parametara numeričke simulacije

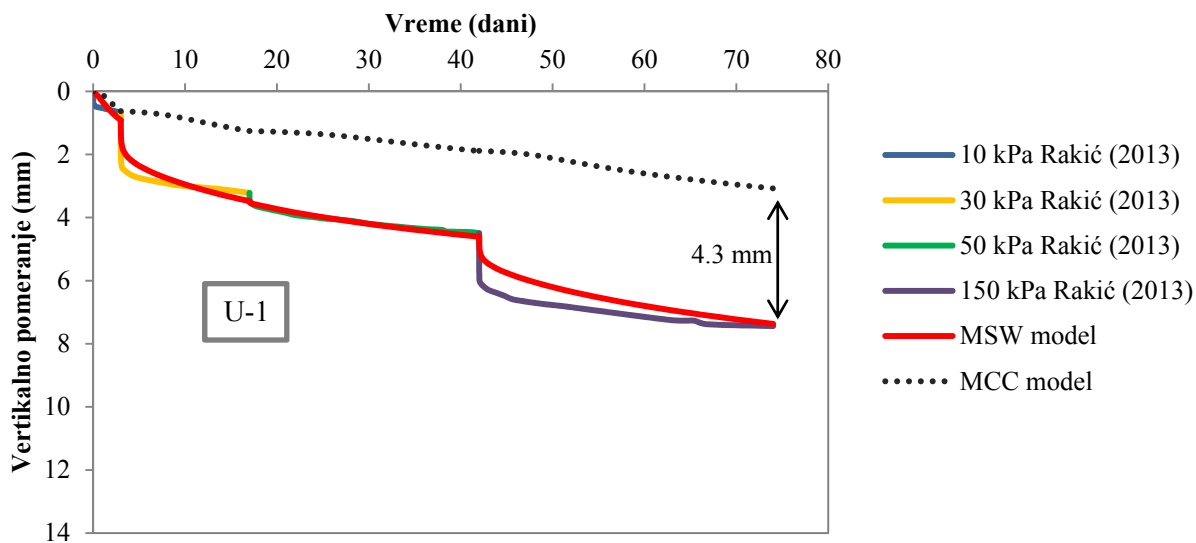
	γ (kN/m ³)	e_0	λ	κ	M	Γ	ν	α_M (%)
U-1	9.5	1.952	0.1	0.01	1.64	3.12	0.3	0.3
U-5	9.5	1.944	0.1	0.01	1.46	3.11	0.3	0.1



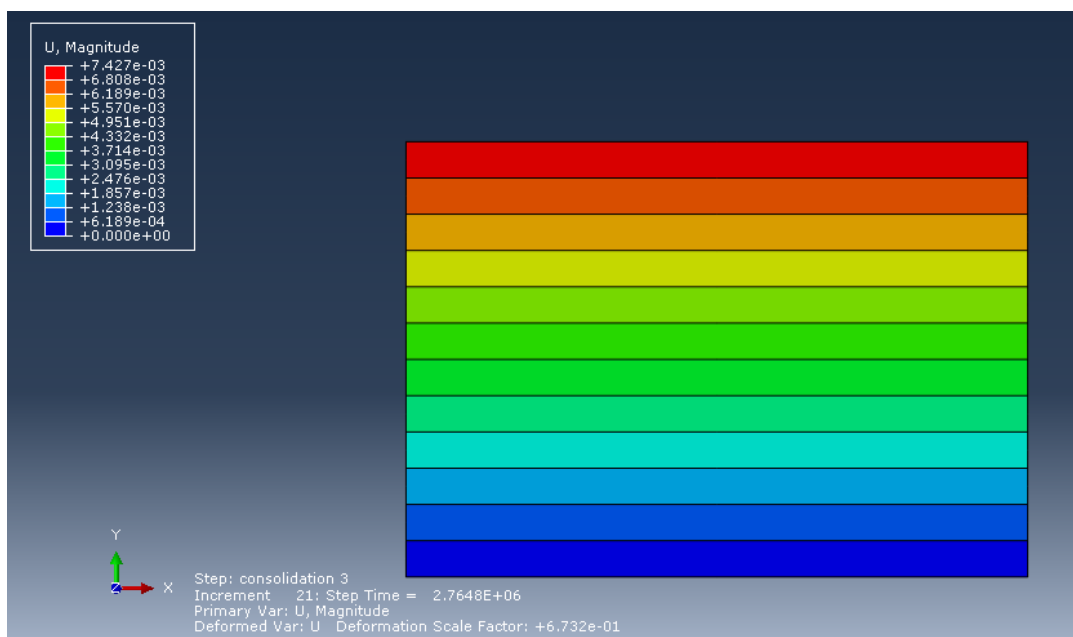
Slika 6.12 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – U-1 (Ada Huja)



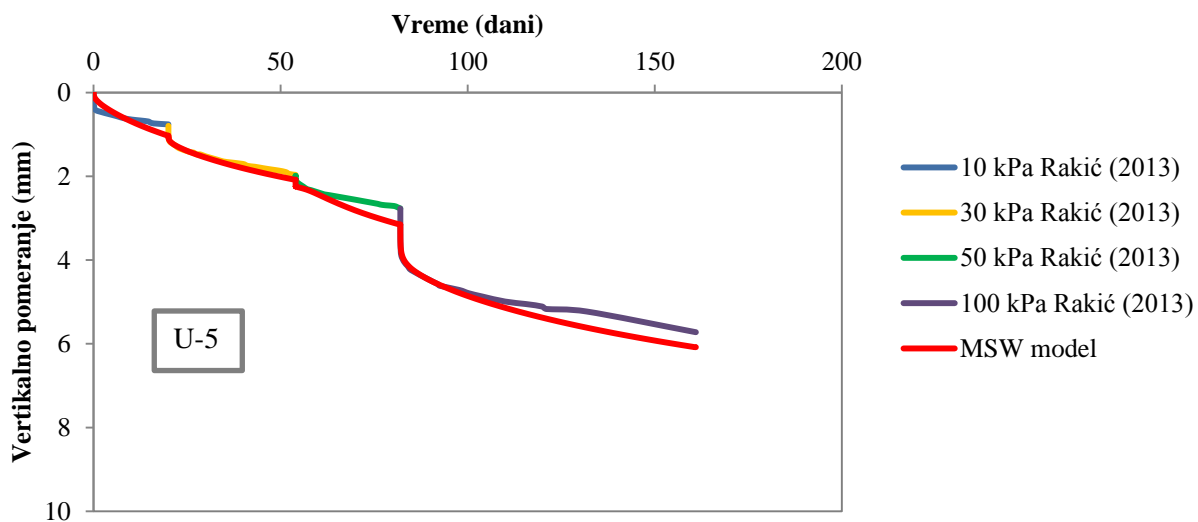
Slika 6.13 Napensko-deformacijski dijagram – poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije – U-1 (Ada Huja)



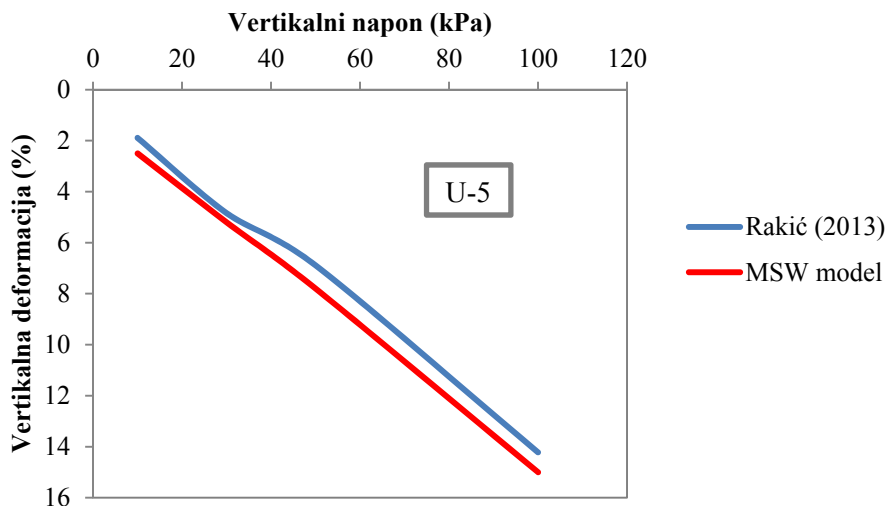
Slika 6.14 Poređenje dobijenih rezultata formulisanog konstitutivnog modela (MSW modela) i MCC modela U-1 (Ada Huja)



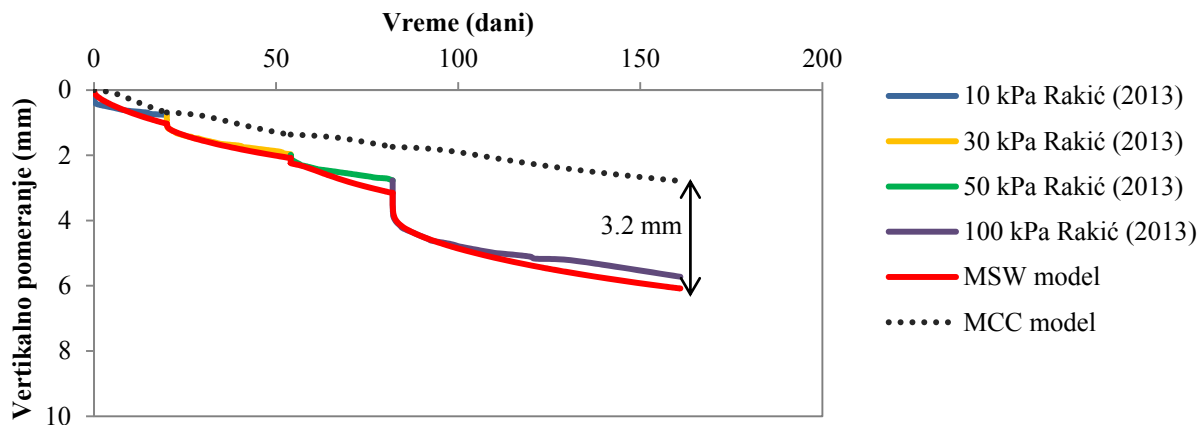
Slika 6.15 Prikaz deformisanog uzorka u numeričkoj simulaciji nakon svih faza optrećenja sa vrednostima vertikalnih pomeranja - U-1 (Ada Huja)



Slika 6.16 Simulacija edometarskog opita i poređenje sa eksperimentalno dobijenim rezultatima – U-5 (Novi Sad)



Slika 6.17 Napensko-deformacijski dijagram – poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije – U-5 (Novi Sad)



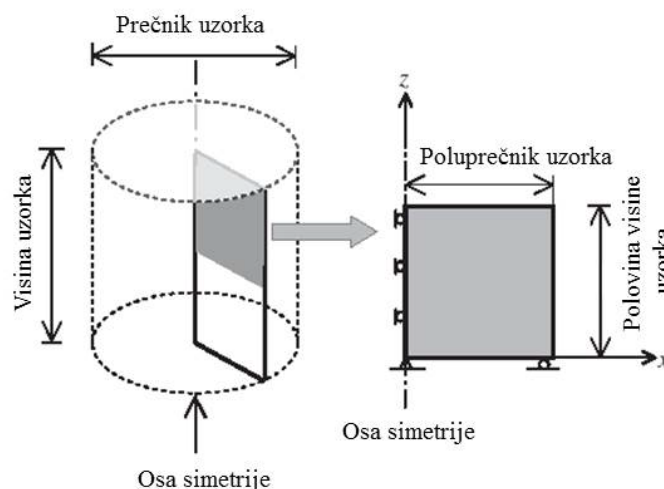
Slika 6.18 Poređenje dobijenih rezultata formulisanog konstitutivnog modela (MSW modela) i MCC modela U-5 (Novi Sad)

Kao što se može videti sa dijagrama, novi formulisan konstitutivni model za komunalni otpad (MSW model) daje izuzetno dobra poklapanja sa eksperimentalnim rezultatima. Vidljiva razlika u sleganjima između MSW i MCC modela (Slike 6.14 i 6.18) predstavlja doprinos usled mehaničkog puzanja materijala za vreme trajanja opita. Manja razlika u sleganju je kod uzorka U-5, jer su manje i osrednjene vrednosti modifikovanog indeksa sekundarne kompresije (mlađi otpad), pa je zbog toga i manja vrednost koeficijenta α_M .

6.3 Triaksijalni opiti u ABAQUS-u

Numerička simulacija triaksijalnih opita je sprovedena prema uputstvima datim u knjizi Helwany-a (2007). Model sa graničnim uslovima za numeričku simulaciju je prikazan na Slici 6.19 gde su na dnu uzorka sprečena vertikalna pomeranja, dok leva strana predstavlja osu simetrije sa sprečenim pomeranjima u horizontalnom pravcu. Desna i gornja strana uzorka predstavljaju slobodne ivice. Tip konačnih elemenata je izabran kao i u slučaju simulacije edometarskih opita (CAX8RP).

Simulacija se odvija u dve faze. Prva faza predstavlja nanošenje svestranog pritiska koji ostaje konstantan tokom trajanja opita, a u drugoj fazi se povećava aksijalni pritisak do loma ili do unapred definisane deformacije – usvojenog kriterijuma loma (u standardnim opitima za tlo je 20%, dok je kod otpada najčešće oko 30%). Prva faza za konsolidovani drenirani (CD) i nedrenirani (CU) triaksijalni opit je ista i sastoji se u nanošenju svestranog pritiska u jednom inkrementu sa desne i gornje strane dela uzorka koji se modelira. U ovoj fazi je omogućeno dreniranje vode preko gornje površine i uključena je opcija "geostatic". U zavisnosti da li se izvode CD ili CU opiti razlika je u drugoj fazi po hidrauličnim graničnim uslovima i po brzini nanošenja aksijalnog opterećenja: kod CD opita omogućeno je dreniranje vode preko gornje i donje površine uzorka i aksijalno opterećenje se nanosi veoma sporo da bi se porni pritisak održavao na nuli; kod CU opita je sprečeno dreniranje vode preko gornje i donje površine uzorka i aksijalno opterećenje se nanosi dosta brže.



Slika 6.19 Osnosimetrična mreža konačnih elemenata – triaksijalni opit (Helwany, 2007)

CU triaksijalni opiti - Reddy et al. (2015)

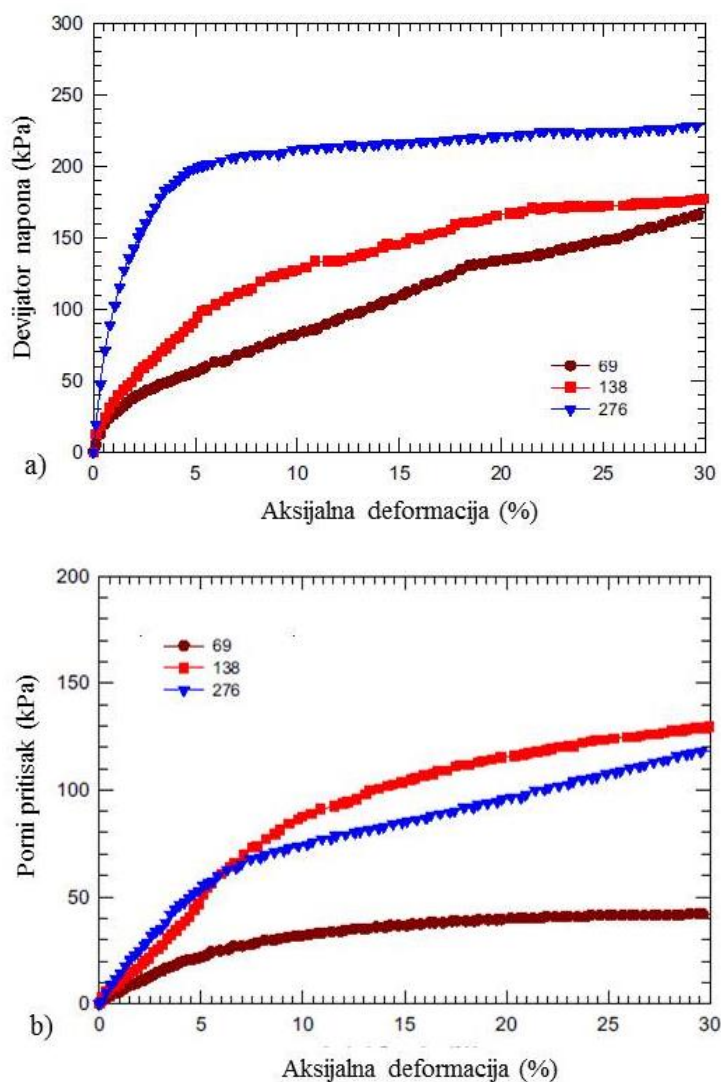
Autori su u radu prezentovali rezultate triaksijalnih nedreniranih opita na uzorcima prečnika 70 mm i visine 140 mm, koji su pripremljeni od svežeg komunalnog otpada sa deponije Orchard Hills, USA. Sadržaj organskih komponenti za svež komunalni otpad je iznosio 84.1%, dok je tipični procenat sadržaja organskih komponenti za komunalni otpad u Americi od 5 do 75%. Uopšteno, sadržaj organskih komponenti je najveći u plićim slojevima deponije, dok se sa dubinom taj procenat smanjuje usled procesa biodegradacije. Uzorci su pripremani u slojevima, a nakon toga ugrađeni u triaksijalni aparat, i konsolidovani sa različitim vrednostima svestranih pritisaka: $\sigma_3 = 69, 138$ i 276 kPa. Aksijalno opterećenje je nanošeno brzinom 2.1 mm/min, a uzorci su smicani do postizanja aksijalne deformacije od 30%, uz napomenu da za ovaj kriterijum nije došlo do loma.

Ulazni parametri su usvojeni na osnovu rezultata opita prikazanim u radu, a deo parametara vezan za mehaničko puzanje i biodegradaciju je usvojen prema preporukama Babu-a et al. (2010a) koji su u radu analizirali komunalni otpad sličnog sastava, a koristili su i triaksijalni aparat istih dimenzija. Pošto je konstitutivni model (Babu et al., 2010a) dosta sličan sa konstitutivnim modelom koji je formulisani u ovoj disertaciji (MSW modelom), parametri za numeričku simulaciju CU opita su većinom preuzeti iz datog rada. Jedina razlika je u parametru vezanom za mehaničko puzanje koji je prilagođen na taj način da daje isti priraštaj plastičnoj zapreminskoj deformaciji kao i model Gibson-a i Lo-a (1961) koji je korišćen u konstitutivnom modelu Babu et al. (2010a). Na ovaj način broj ulaznih parametara MSW modela je smanjen za jedan u odnosu na model Babu et al. (2010a). Usvojeni parametri su dati tabelarno (Tabela 6.4).

Tabela 6.4 Ulazni parametri za simulaciju CU opita

Vrsta otpada	Svestrani pritisak (kPa)	λ	κ	M	e_0	ν	a_M	Ed_g	k_b (1/dan)	OCR
Svež otpad Orchard Hills, USA	69	0.12	0.012	0.61	0.61	0.3	0.02	0.16	0.0315	1
	138	0.12	0.012	0.61	0.65	0.3	0.02	0.16	0.0315	1
	276	0.12	0.012	0.61	0.60	0.3	0.02	0.16	0.0315	1

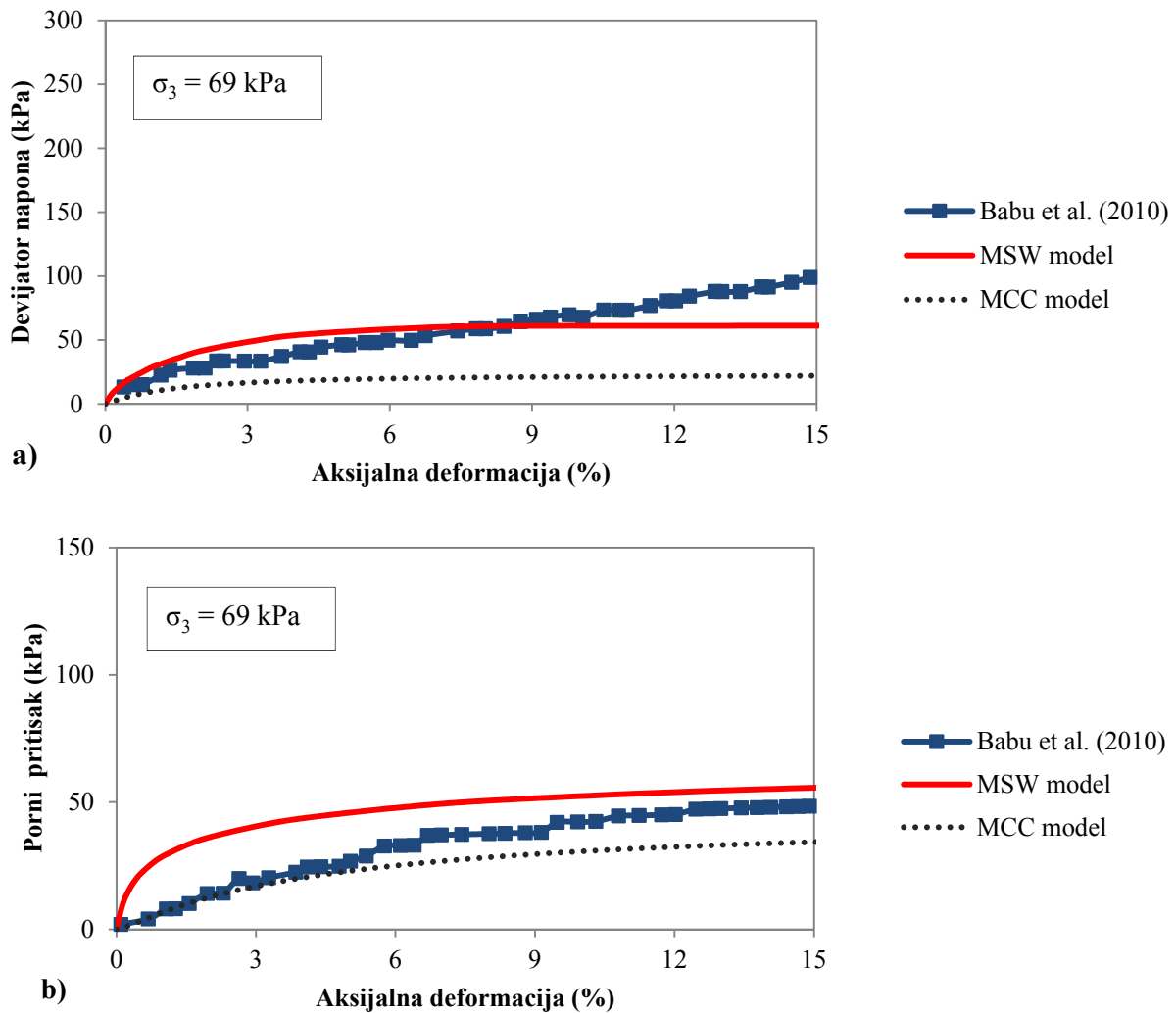
Eksperimentalno dobijeni podaci ispitivanja su prikazani na Slici 6.20.



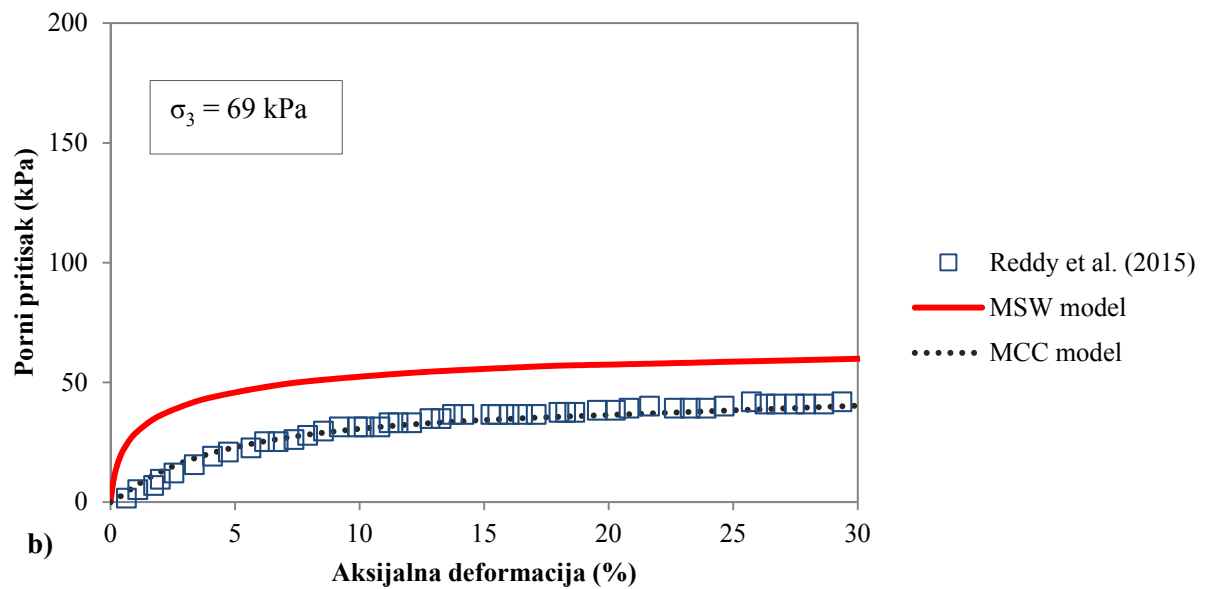
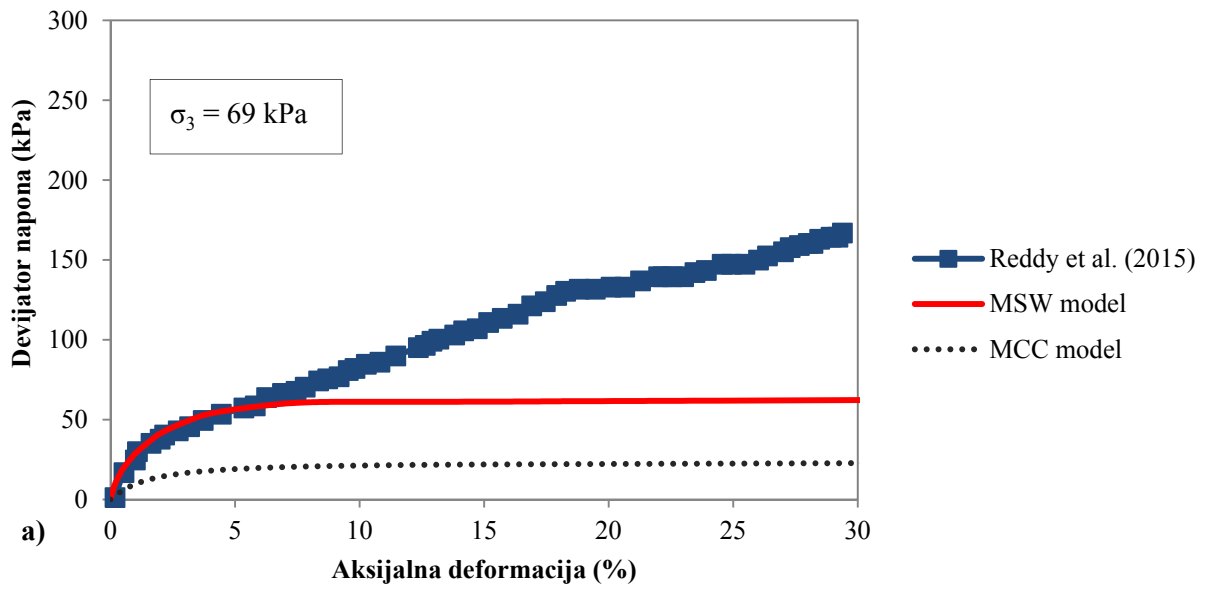
Slika 6.20 Rezultati CU triaksijalnog opita za svež komunalni otpad (Reddy et al., 2015)
a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska

Kao što se može videti na dijagramima prikazanim na Slikama 6.21 – 6.24, rezultati sprovedene numeričke analize korišćenjem predloženog konstitutivnog modela za komunalni otpad (MSW modela) se relativno dobro slažu sa eksperimentalnim rezultatima, pogotovo za niže vrednosti svestranog pritiska. Model daje nešto više vrednosti pornih pritisaka u odnosu na eksperimentalno dobijene rezultate i ne daje izraženo ojačanje na naponsko-deformacijskim krivama što bi mogao biti predmet daljeg razvoja predloženog konstitutivnog modela. Međutim, u poređenju sa MCC modelom, predloženi MSW model daje dosta približnije vrednosti devijatora napona, pa je sa te strane naponsko-deformacijska kriva relativno slična sa eksperimentalno dobijenim podacima.

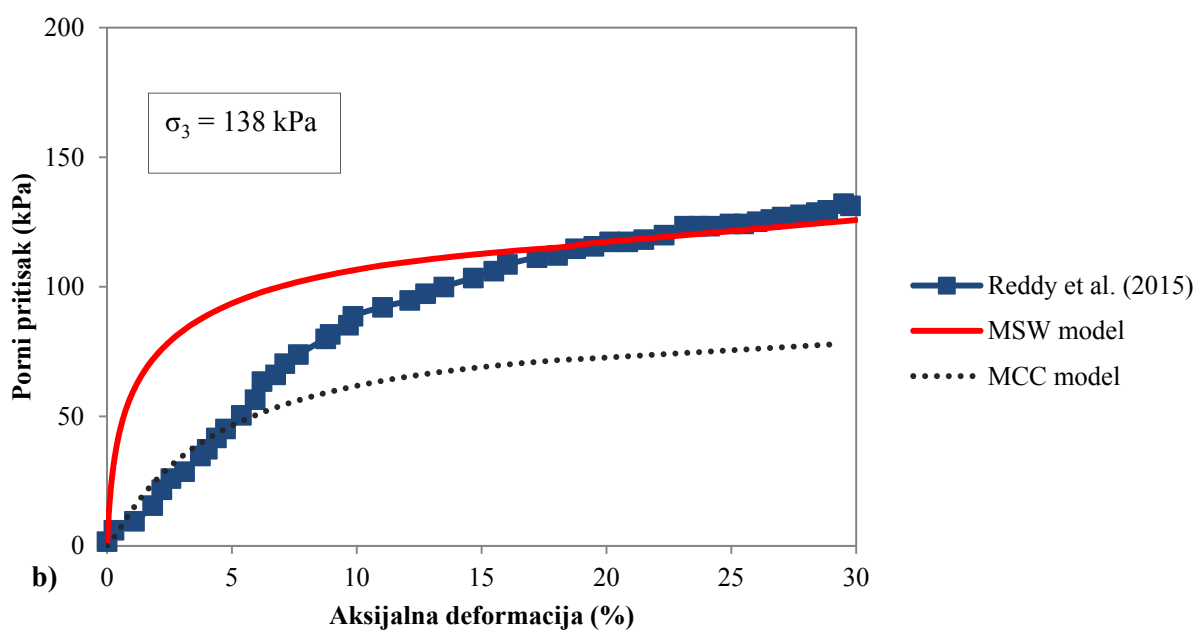
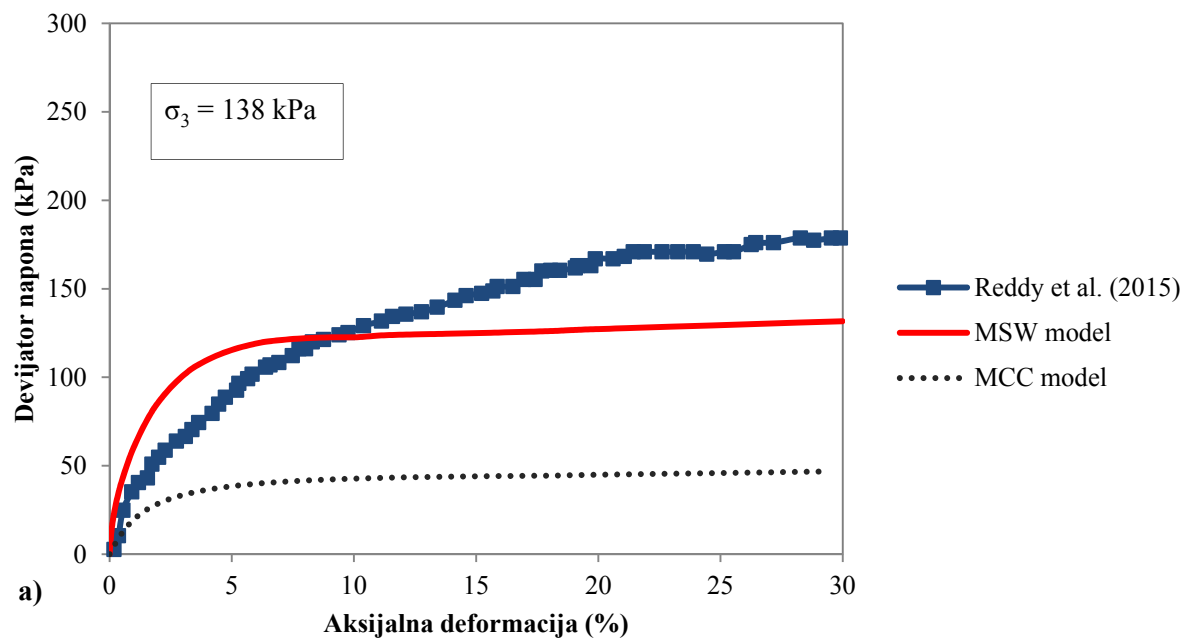
Numerička simulacija je sprovedna i za CU triaksijalni opit prikazan u radu Babu-a et al. (2010a) za svestrani pritisak od 69 kPa, gde su ulazni podaci isti kao u Tabeli 6.4. U radu su prikazane eksperimentalno dobijene vrednosti za aksijalne deformacije do 15%, tako da su i dijagrami prikazani u skladu sa tim. Vidi se da su poklapanja sa predloženim MSW modelom dosta dobra, ali se i u ovom slučaju, kod CU opita ne vidi deformacijsko ojačanje. Jedan od razloga je i kratko trajanje opita (faza smicanja traje 100 sekundi po preporuci iz knjige Helwany-a, 2007), jer se priraštaj zapreminskih deformacija za ovako kratko vreme ne ostvaruje u značajnoj meri.



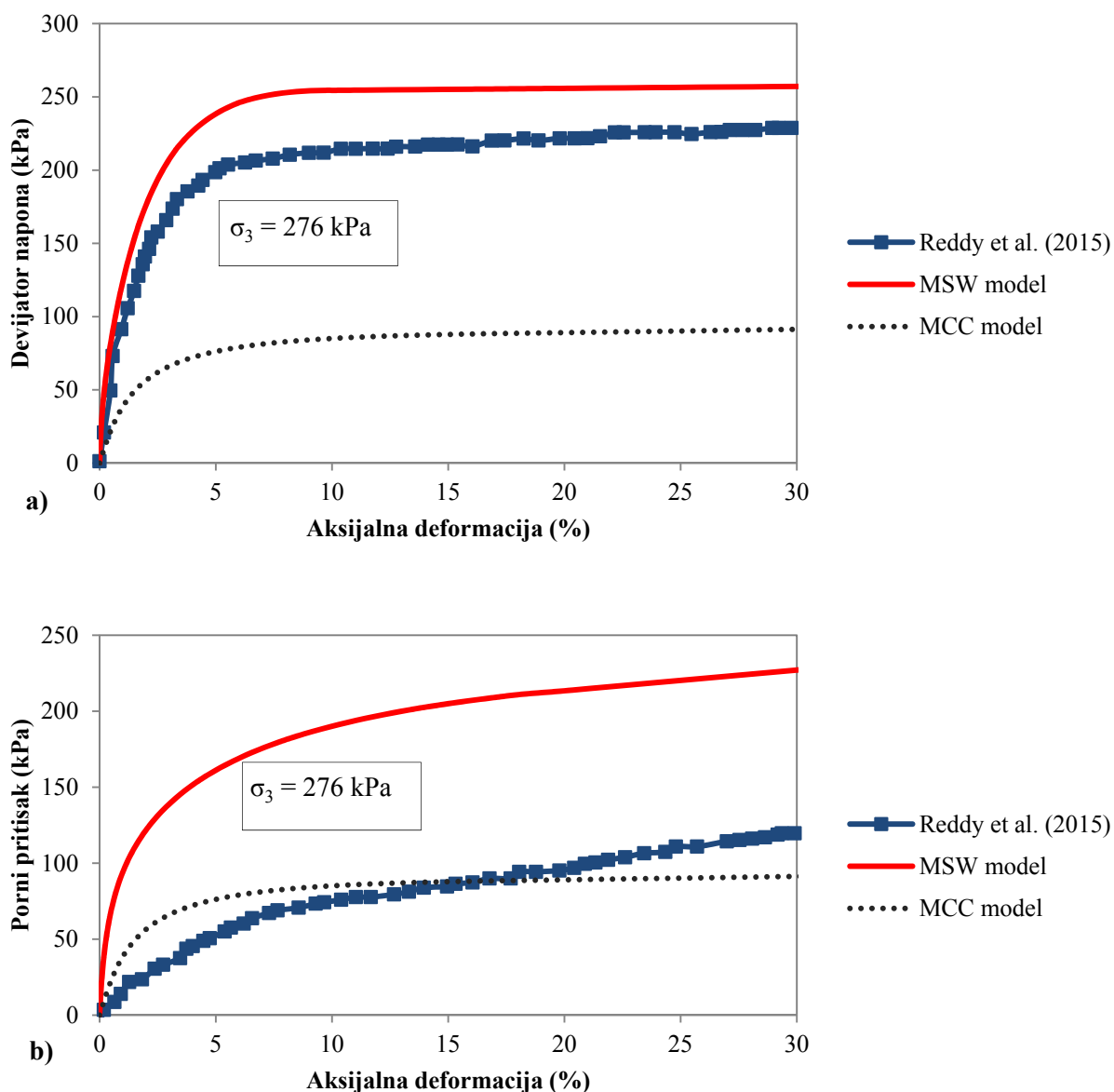
Slika 6.21 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CU opita svežeg komunalnog otpada (Babu et al.,2010a)
 a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska



Slika 6.22 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CU opita svežeg komunalnog otpada (Reddy et al., 2015)
 a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska

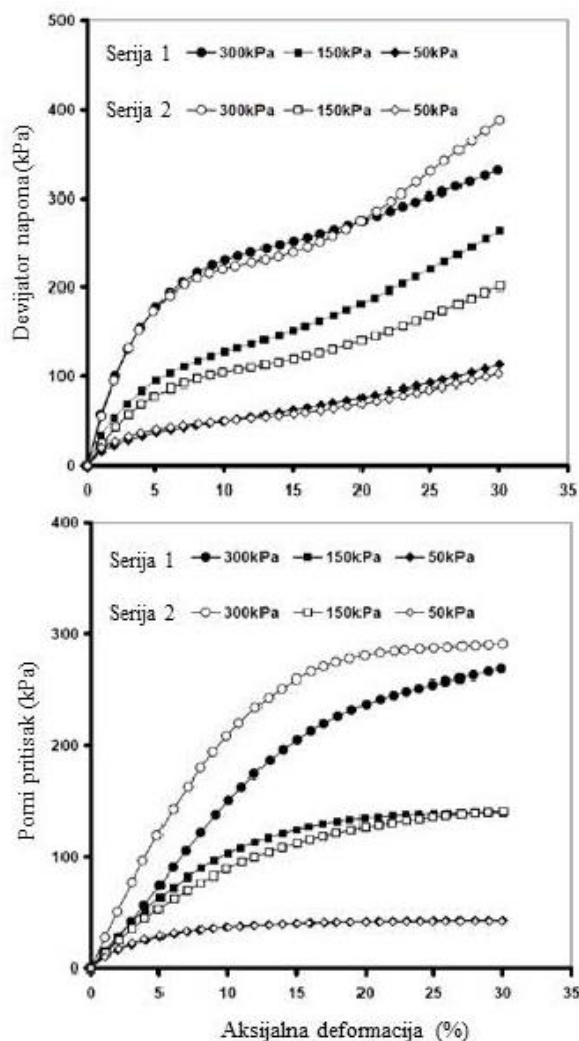


Slika 6.23 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CU opita svežeg komunalnog otpada (Reddy et al.,2015)
 a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska



Slika 6.24 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CU opita svežeg komunalnog otpada (Reddy et al., 2015)
 a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska

Sa dijagrama se može videti veliko odstupanje pornog pritiska dobijenog numeričkom simulacijom za vrednost svestranog pritiska od 276 kPa. Međutim, veliki broj autora (Carvalho, 1999; Vilar i Carvalho, 2004; Nascimento, 2007; Shariatmadari et al., 2009; Karimpour-Fard et al., 2011; Machado et al., 2014) su u svojim radovima publikovali dobijene vrednosti pornog pritiska koje se stabilizuju pri vrednosti približno jednakoj svestranom pritisku. Slično mehaničko ponašanje materijala gde su velike vrednosti pornih pritisaka u kombinaciji sa deformacijskim ojačanjem je ustanovljeno kod treseta (Yamaguchi et al., 1985; Cola i Cortellazzo, 2005; Mesri i Ajlouni, 2007). Na Slici 6.25 su prikazani rezultati CU opita gde se vidi da su vrednosti pornih pritisaka približne svestranom pritisku (Shariatmadari et al., 2010) što bi bilo u skladu sa dobijenim rezultatima numeričke simulacije primenom MSW modela. U disertaciji je izabran CU opit (Reddy et al., 2015) iz razloga dostupnosti svih ulaznih parametara za numeričku simulaciju i samim tim nije bilo potrebe za usvajanjem nekih od parametara.



Slika 6.25 Rezultati CU triaksijalnih opita (Shariatmadari et al., 2010)

CD triaksijalni opiti - Karimpour-Fard et al. (2011)

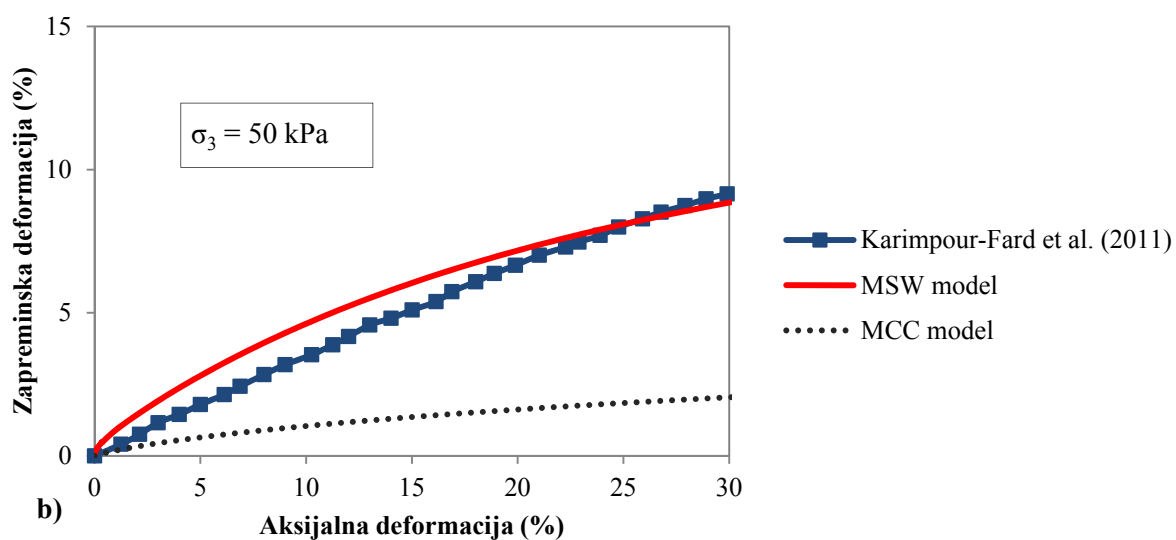
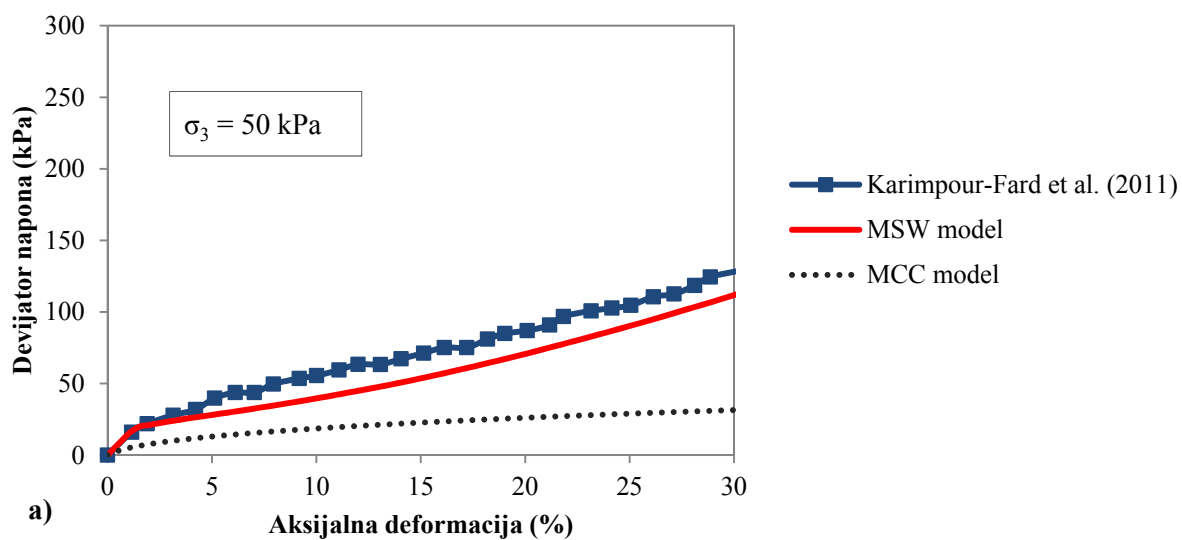
Karimpour-Fard et al. (2011) su ispitivali mehaničko ponašanje komunalnog otpada sa deponije Metropolitan Center u Salvadoru, Brazil. Priprema uzoraka je podrazumevala uklanjanje oštrih komponenti i čestica većih od 50 mm (neke su usitnjene), dok su armirajuće (vlaknaste) komponente izdvojene. Autori su u armirajuće komponente svrstali plastiku i tekstil, a razlog njihovog odvajanja je bilo testiranje uzoraka sa različitim procentom sadržaja armirajućih komponenti (0%, 6.25%, 12.5% i 25%).

Ispitivanja su obavljena u triaksijalnoj ćeliji velikih dimenzija, a pripremljeni su uzorci prečnika 200 mm i visine 400 mm, mogućnosti nanošenja sile do 300 kN. Nakon zbijanja uzorci su bili dimenzija 200x350 mm i zapreminske težine 8 kN/m³. Brzina nanošenja opterećenja je iznosila 0.8 mm/min i faza smicanja je trajala do postizanja vrednosti aksijalne deformacije od 30%.

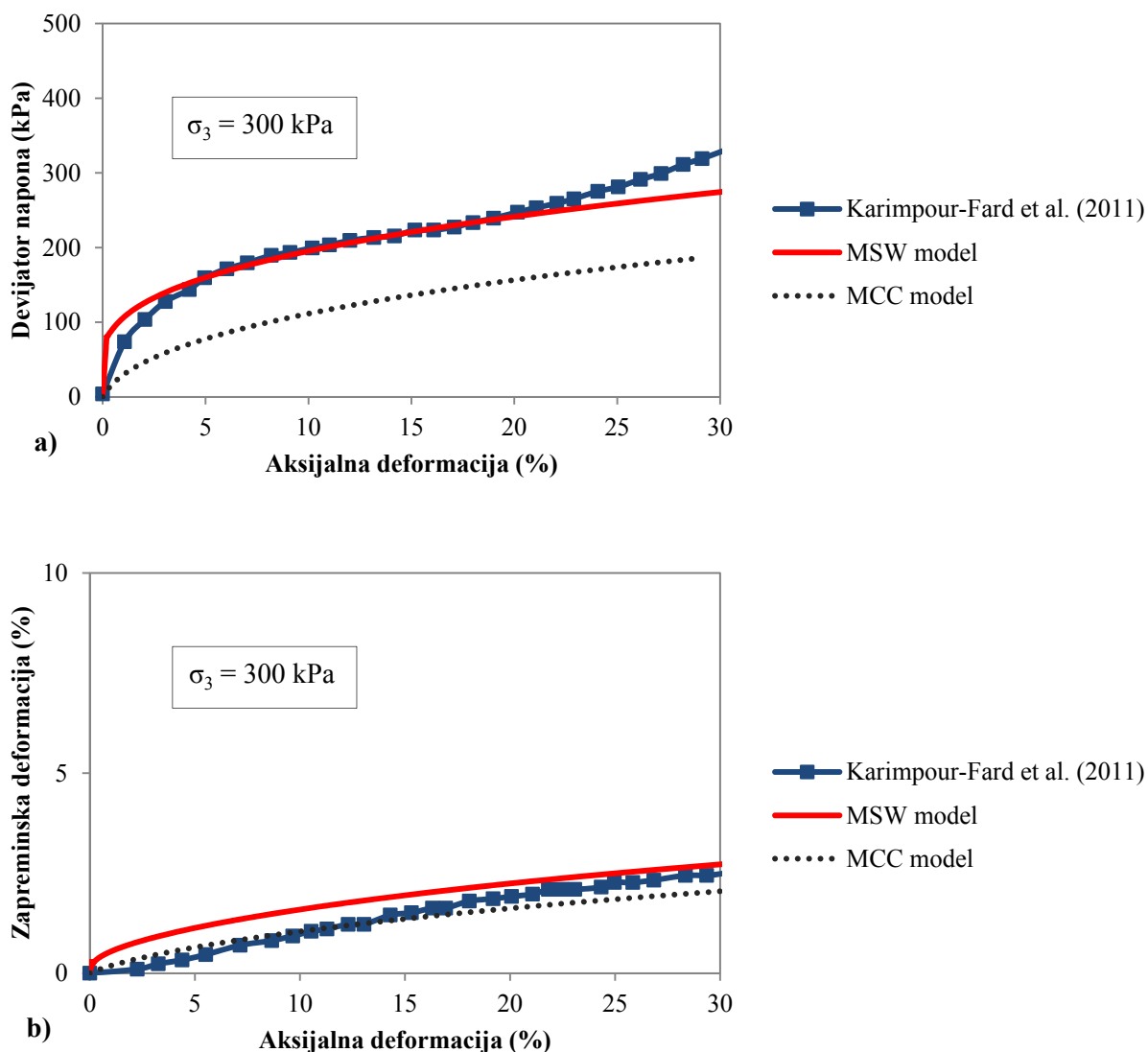
Numeričke simulacije su sprovedene za svestrani pritisak $\sigma_3 = 50$ i $\sigma_3 = 300$ kPa, za uzorke bez i sa najmanjim procentom sadržaja armirajućih komponenti (jer su naponsko-deformacijske krive približno iste za 0% i 6.25% sadržaja armirajućih komponenti). Rezultati su poslužili da se izvrši poređenje sa MCC modelom sa istim ulaznim parametrima uz isključivanje vremenski uslovljenih komponenti. Ulazni parametri su dati u Tabeli 6.5, gde je deo podataka koji nedostaju usvojen prema preporukama Machado et al. (2008), jer je u pitanju otpad sa iste deponije.

Tabela 6.5 Ulazni parametri za simulaciju CD opita

Vrsta otpada	Svestrani pritisak (kPa)	λ	κ	M	e_0	ν	α_M	Edg	k_b (1/god)	OCR
Otpad sa deponije Metropolitan Center, Brazil	50	0.16	0.007	0.86	2.82	0.25	0.001	0.1	0.067	1
	300	0.16	0.007	0.86	2.82	0.25	0.001	0.1	0.067	1



Slika 6.26 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CD opita komunalnog otpada (Karimpour-Fard et al., 2011)
 a) naponsko-deformacijske krive b) promena zapremine



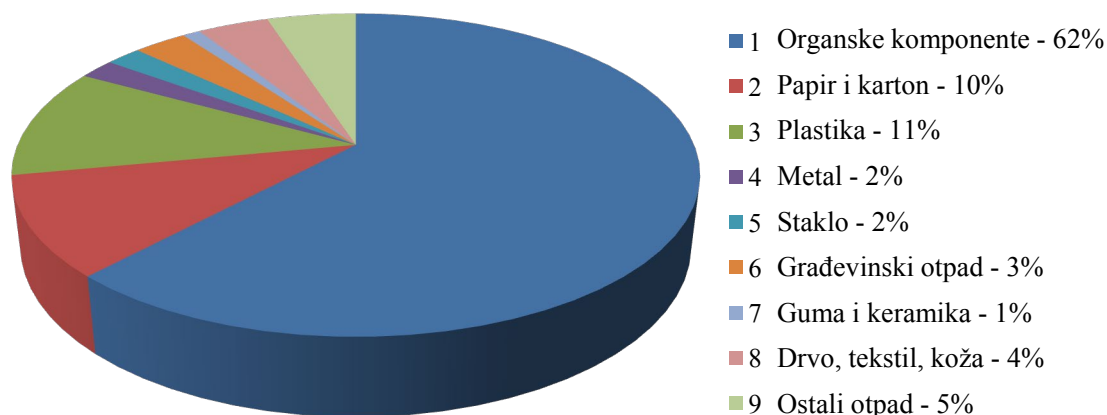
Slika 6.27 Poređenje eksperimentalno dobijenih rezultata i numeričke simulacije CD opita komunalnog otpada (Karimpour-Fard et al., 2011)
 a) naponsko-deformacijske krive b) promena zapremine

Mnogo bolje poklapanje numeričke simulacije sa eksperimentalno dobijenim rezultatima se može videti kod CD opita. Razlog za to je dužina trajanja opita u numeričkoj simulaciji (preporuka da faza smicanja traje 10^9 sekundi) i sporo nanošenje aksijalnog opterećenja da bi se porni pritisak održavao na nuli. Na ovaj način je prikazana mogućnost simuliranja deformacijskog ojačanja komunalnog otpada korišćenjem MSW modela koji je formulisan u ovoj disertaciji. Takođe, veličine zapreminskih deformacija se vrlo dobro poklapaju sa eksperimentalno određenim vrednostima, jer priraštaj zapreminskih deformacija usled mehaničkog puzanja i biodegradacije je omogućen preko dužine trajanja opita u numeričkoj simulaciji.

6.4 Sleganje eksperimentalne deponije

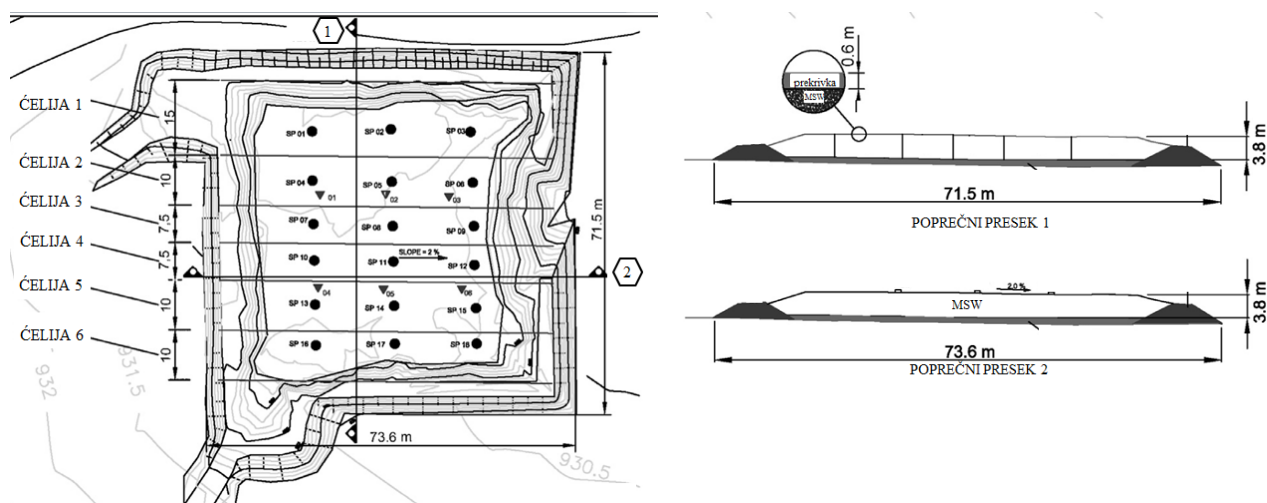
Simões i Catapreta (2013) su u svom radu prezentovali sleganje eksperimentalne deponije izgrađene u okviru regionalne deponije u Belo Horizonte-u u Brazilu. Površina eksperimentalne deponije je bila oko 5.26×10^3 m², visine 3.8 m (3.2 m iznosi debljina otpada i 0.6 m debljina prekrivke). Konstrukcija je trajala u periodu od juna 2004. do maja 2005. godine gde je otpad deponovan u tanjim slojevima (debljine 0.5m), a zatim kompaktiran. Otpad je sadržao 62% organskih komponenti, 10% papira i kartona, 11% plastike, 2% metala, 2% stakla, 3% građevinskog otpada,

1% gume i keramike, 4% drveta, tekstila i kože i 5% ostalog otpada. Prikaz sastava komunalnog otpada je prikazan na Slici 6.28. Prosečna zapreminska težina je iznosila oko 8 kN/m³.

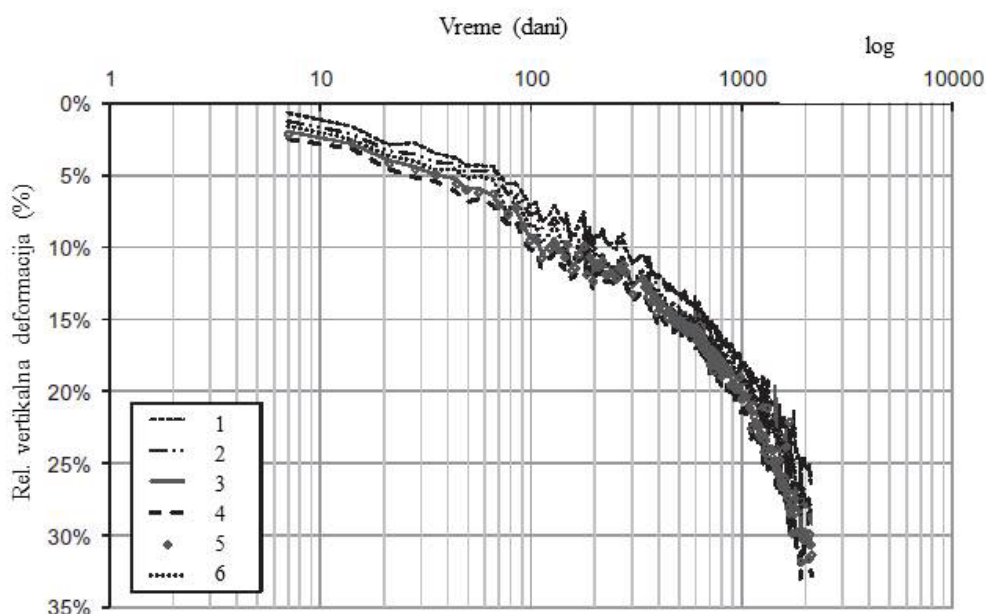


Slika 6.28 Sastav komunalnog otpada eksperimentalne deponije (Simões i Catapreta, 2013)

Eksperimentalna deponija je podeljena na šest ćelija, koje su izgrađene od istog otpada, ali sa različitim stepenom zbijanja – različit broj prelaza kompaktora, od 3 do 7 prelaza (Slika 6.29). Osmatranje sleganja je trajalo šest godina (od juna 2005 do maja 2011), koje je mereno preko 18 repera postavljenih na površini eksperimentalne deponije (po 3 duž svake ćelije). Na Slici 6.30 je prikazan vremenski dijagram relativnih vertikalnih deformacija u polulogaritamskom dijagramu u periodu od 6 godina (2310 dana).



Slika 6.29 Eksperimentalna deponija (Simões i Catapreta, 2013)



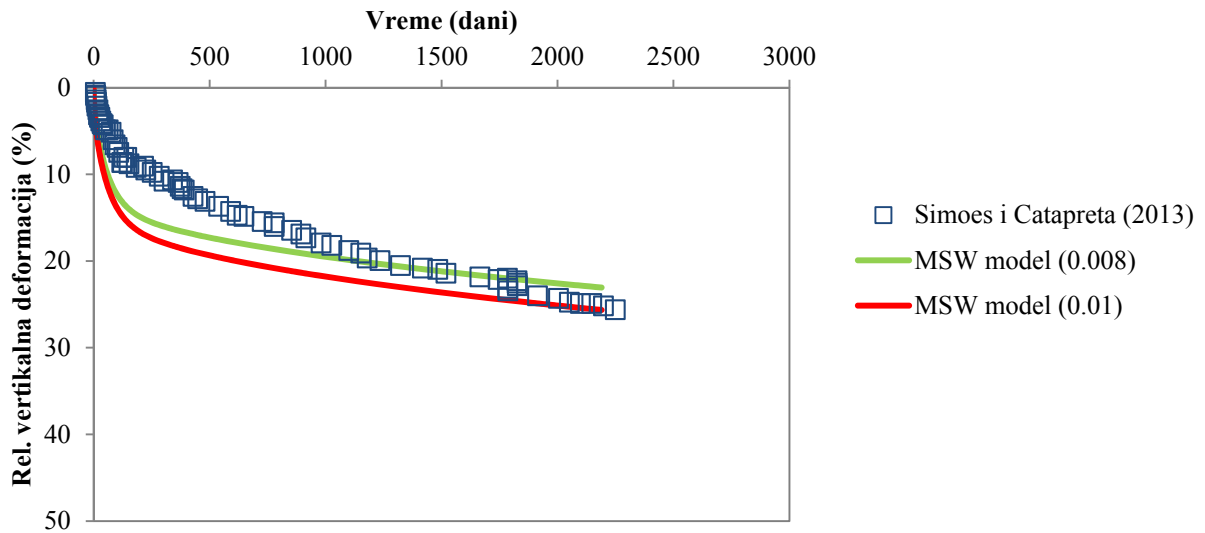
Slika 6.30 Vremenski dijagram merenih relativnih vertikalnih deformacija za svih šest ćelija (Simões i Catapreta, 2013)

Numerička simulacija u ABAQUS-u je urađena za ćeliju 1 korišćenjem MSW modela. Ulazni parametri za MSW model su dati u Tabeli 6.6 i delom su preuzeti iz publikacije (parametri vezani za biodegradaciju su određeni i publikovani u radu), dok je parametar α_M određen preko minimalnog modifikovanog indeksa sekundarne kompresije (C'_{aMmin}) sa dijagrama na Slici 6.30 (numerička analiza je urađena sa min i max vrednostima). Preostali parametri modela su usvojeni na osnovu datog sastava otpada, zapreminske težine i kalibracijom.

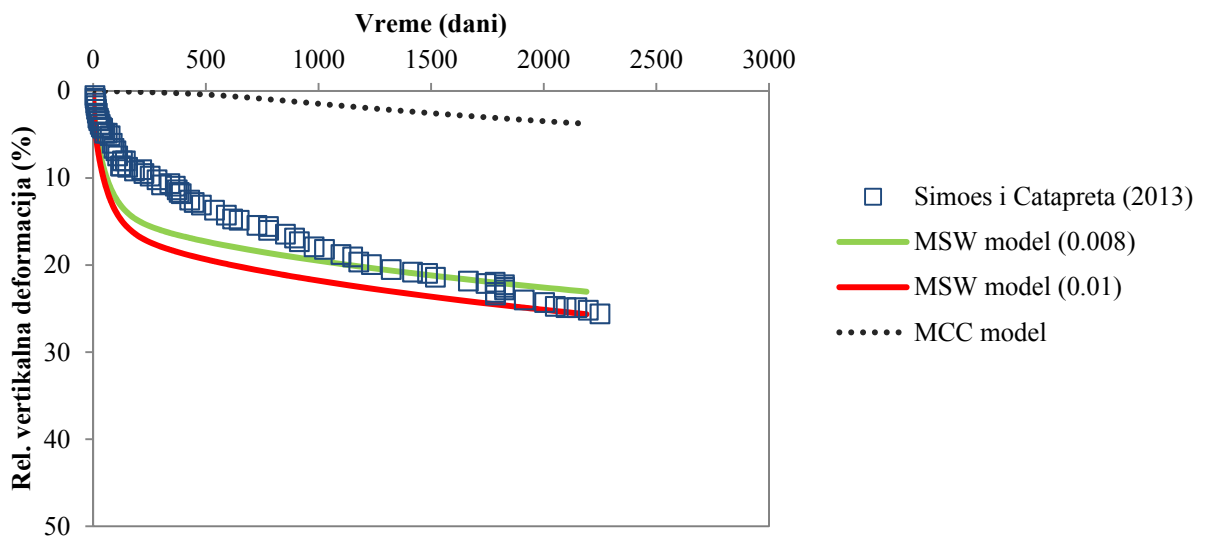
Tabela 6.6 Ulazni parametri MSW modela

Broj ćelije	λ	κ	M	e_0	ν	α_M	Edg	k_b (1/dan)	OCR
1	0.16	0.016	1.2	2	0.3	0.008- 0.01	0.07	0.016	1

Na dijagramima prikazanim na Slikama 6.31 i 6.32 su data sleganja kroz vreme za period od 6 godina osmatranih vrednosti na samoj deponiji i vrednosti dobijenih numeričkom simulacijom preko implementiranog MSW modela. Može se videti da su sračunate vrednosti sleganja primenom MSW modela dosta dobre i da su nakon 6 godina gotovo iste kao i izmerene, pogotovo za vrednost parametra α_M od 0.01. Kriva sleganja je data i za vrednost α_M od 0.008 koji je dobijen direktno preko C'_{aMmin} , a rezultati su takođe pokazali relativno dobro sleganje. U poređenju sa MCC modelom, rezultati dobijeni preko MSW modela se znatno bolje poklapaju sa merenim vrednostima, a razlika relativnih deformacija iznosi od 20 – 25%, što može da bude izuzetno značajno tokom faze planiranja popunjavanja tela deponije. Razlog ovako niske vrednosti relativne vertikalne deformacije dobijene preko MCC modela je u tome što na površini eksperimentalne deponije imamo vrlo malu veličinu opterećenja, samo od sopstvene težine prekrivke, a MCC model ne uključuje druge faktore koji utiču na sleganje tako da praktično, sleganje nema od čega ni da nastane. Preko uključivanja priraštaja zapreminske deformacije kroz vreme koji omogućava MSW model, koja nije zavisna od veličine opterećenja, dobija se značajna veličina sleganja (od 0.85 m za 6 godina u ovom slučaju) i na taj način se simuliraju procesi karakteristični za komunalni otpad – mehaničko puzanje i biodegradacija.



Slika 6.31 Poređenje merenih relativnih vertikalnih deformacija i rezultata numeričke simulacije korišćenjem MSW modela za Čeliju 1



Slika 6.32 Poređenje MCC i MSW modela - Čelija 1

7. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA I PREPORUKE ZA DALJA ISTRAŽIVANJA

7.1 Zaključna razmatranja

Nelinearni elasto-plastični konstitutivni model za komunalni otpad (MSW model – Municipal Solid Waste model), koji je formulisan u okviru disertacije, baziran je na teoriji kritičnog stanja i Modified Cam Clay – MCC modelu. Sprovedene analize su pokazale da MSW model daje vrlo dobra predviđanja naponsko-deformacijskog ponašanja komunalnog otpada. U pitanju je normalno konsolidovani materijal, tako da određeni nedostaci MCC modela koji postoje za prekonsolidovane materijale se u ovom slučaju ne javljaju. Uključivanjem priraštaja plastičnih zapreminskih deformacija koje su vremenski uslovljene i nastaju usled mehaničkog puzanja i biodegradacije otpada, predviđanja MSW modela se znatno poboljšavaju u odnosu na modele razvijene za tlo, koji u svojoj formulaciji nemaju ove komponente koje su karakteristične za komunalni otpad.

MSW model je definisan sa osam parametara od kojih su pet parametara parametri MCC modela koji se relativno jednostavno mogu odrediti iz konvencionalnih laboratorijskih opita. Tri dodatna parametra MSW modela koja opisuju ponašanje komunalnog otpada su vezana za procese mehaničkog puzanja i biodegradacije. Parametar mehaničkog puzanja se takođe može odrediti iz konvencionalnog laboratorijskog opita (edometra), dok parametri vezani za biodegradaciju otpada zahtevaju specijalnu laboratorijsku opremu koja ima mogućnost recirkulacije filtrata, kontrolisanja temperature i merenja proizvodnje biogasa. Međutim, u okviru disertacije vrednosti ovih parametara definisane su na osnovu sastava i starosti komunalnog otpada koji na prvom mestu diktiraju ponašanje otpada kada je u pitanju mehaničko puzanje i biodegradacija.

U odnosu na druge predložene konstitutivne modele za komunalni otpad, MSW model, formulisan u disertaciji, ima relativno mali broj ulaznih parametara, tako da je na taj način maksimalno optimizovan. Njegova prednost se najviše ogleda u proceni veličine sleganja komunalnog otpada, što je i očekivano, s obzirom na to da se komponente koje su dodate MCC modelu odnose na priraštaj plastičnih zapreminskih deformacija što predstavlja poseban doprinos MSW modela.

Za MSW model je razvijen algoritam za numeričku integraciju konstitutivnih relacija preko implicitne metode vodećeg parametra. Kao vodeći parametar je usvojen srednji efektivni napon p' , jer se sve relevantne veličine MSW modela mogu izraziti preko srednjeg efektivnog napona tako da se uslov tečenja relativno jednostavno formira.

Razvijeni model je implementiran u program ABAQUS koji je baziran na metodi konačnih elemenata preko korisničkog potprograma UMAT, a napisan je u programskom jeziku FORTRAN, koji je dat u Prilogu. Model je validovan kroz poređenje publikovanih rezultata dreniranih i nedreniranih triaksijalnih opita, edometarskih opita (klasičnih dugotrajnih i simulacijom konsolidaciono anaerobnih reaktora) i direktnih merenja sleganja na terenu sa numeričkim simulacijama korišćenjem metode konačnih elemenata sa implementiranim MSW modelom. Prilikom validacije prikazani su sledeći rezultati simulacije: vremenski dijagrami sleganja, naponsko-deformacijske krive, promena pornog pritiska u nedreniranom opitu triaksijalne kompresije i promena zapremine u dreniranom opitu triaksijalne kompresije.

Analize su pokazale izuzetno dobra sleganja, pogotovo u pogledu proračuna sleganja komunalnog otpada. U slučaju simulacije nedreniranog opita triaksijalne kompresije primenom MSW modela,

dobijena su relativna odstupanja u veličini pornih pritisaka kao i nemogućnost modela da simulira deformacijsko ojačanje materijala. Neadekvatna simulacija deformacijskog ojačanja se u ovom slučaju pripisuje kratkom trajanju opita i nemogućnosti razvoja priraštaja plastičnih zapreminskih deformacija usled mehaničkog puzanja i biodegradacije materijala za relativno kratko vreme.

Odstupanja vezana za vrednosti pornih pritisaka su u skladu sa zaključcima većine istraživača koji su eksperimentalno utvrdili, preko nedreniranih triaksijalnih opita, da se porni pritisak unutar uzoraka komunalnog otpada veoma brzo povećava u početnoj fazi smicanja da bi se stabilizovao kada dostigne vrednost koja je približna svestranom pritisku. Pri tome ne dolazi do pojave loma, već naprotiv dolazi do deformacijskog ojačanja, što predstavlja vrlo interesantan i specifičan aspekt mehaničkog ponašanja komunalnog otpada u nedreniranim uslovima. Ovakvo mehaničko ponašanje je uočeno i kod treseta.

Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da MSW model pruža dobar balans između potrebnog broja parametara i sofisticiranosti modela i daje vrlo dobra predviđanja mehaničkog ponašanja kompleksnog materijala kakav je komunalni otpad.

Pored formulacije novog modela za komunalni otpad (MSW model), njegova implementacija u metodi konačnih elemenata je još jedan doprinos doktorske disertacije. Naime, u svetu postoji vrlo ograničen broj razvijenih konstitutivnih modela za komunalni otpad koji su i implementirani u metodi konačnih elemenata ili nekoj drugoj numeričkoj metodi. Primena MSW modela je dokazana kroz numeričke simulacije u programu baziranom na metodi konačnih elemenata (ABAQUS).

7.2 Preporuke za dalja istraživanja

Pouzdanost rezultata numeričkih simulacija različitih geotehničkih problema, u koje spadaju i problemi vezani za komunalni otpad, direktno zavisi od samog konstitutivnog modela koji se koristi pri simulacijama u metodi konačnih elemenata i parametara koji ga definišu. Svaki napredak u konstitutivnom modeliranju, u bilo kojoj oblasti, ima veliki značaj.

Preporuke za dalja istraživanja vezana za problematiku predstavljenu u disertaciji podrazumevaju unapređenje predviđanja mehaničkog ponašanja komunalnog otpada formulisanog modela, ali i definisanje standarda za određivanje potrebnih parametara MSW modela i uopšteno parametara smičuće čvrstoće i deformabilnosti komunalnog otpada.

Dalja istraživanja mogu uključiti:

- formiranje elasto-plastične matrice koja bi znatno povećala brzinu konvergencije u globalnom Newton-Raphson-ovom iterativnom postupku
- proširivanje relacija modela za predviđanje mehaničkog ponašanja komunalnog otpada pri cikličnom opterećenju
- proširivanje relacija modela za predviđanje mehaničkog ponašanja komunalnog otpada u domenu delimično zasićenih sredina
- implementacija formulisanog modela u programe bazirane na metodi konačnih elemenata koji su namenjeni prvenstveno rešavanju geotehničkih problema
- uključivanje prisustva armirajućih komponenti i njihove orijentacije u konstitutivni model za predviđanje njegovog mehaničkog ponašanja

- formiranje standarda vezanih za ispitivanje komunalnog otpada radi što manjeg osipanja rezultata usled neujednačene pripreme uzoraka, različite opreme koja se koristi, različitih kriterijuma za definisanje smičuće čvrstoće itd.

Disertacija predstavlja doprinos boljem razumevanju mehaničkog ponašanja komunalnog otpada, uzima u obzir vremenski uslovljene procese koji se dešavaju u njemu i koji se ne mogu izostaviti iz konstitutivnog modela. Implementacijom MSW modela u metodi konačnih elemenata napravljen je prvi korak ka korišćenju modela u inženjerskoj praksi pri rešavanju različitih geotehničkih problema na deponijama komunalnog otpada, bilo klasičnim ili biorektorskim.

LITERATURA

Abaqus/CAE User's Manual, Version Abaqus 6.13 (2013), Dassault Systems

Abreu, A.E.S. (2015), Geophysical investigation and shear strength of municipal solid wastes with different landfilling ages, PhD thesis, University of São Paulo, São Carlos School of Engineering, São Carlos, Brazil, (in portuguese).

Abreu, A.E.S., Vilar, O.M. (2017), Influence of composition and degradation on the shear strength of municipal solid waste, *Waste Management*, 68, pp. 263-274.

Ali, L., Ali, S., Maqbool, A. (2009), Large direct shear test apparatus for in situ testing of municipal solid waste landfill sites, *Characterization, Modeling, and Performance of Geomaterials: Selected Papers From the 2009 GeoHunan International Conference*, pp. 86-91.

Arif, N.K. (2010), Determination of hydro-mechanical characteristics of biodegradable waste-laboratory and landfill site, PhD thesis, University of Grenoble, Grenoble, France, (in french).

Babu Sivakumar, G.L., Reddy, K.R., Chouskey, S.K. (2010a), Constitutive model for municipal solid waste incorporating mechanical creep and biodegradation induced compression, *Waste Management*, 30 (1), pp. 11-22.

Babu Sivakumar, G.L., Reddy, K.R., Chouskey, S.K., Kulkarni, H. (2010b), Prediction of long-term municipal solid waste landfill settlement using constitutive model, *Practice Periodical Hazardous, Toxic, Radioactive Waste Management*, 14 (2), pp.139-150.

Babu Sivakumar, G.L., Reddy, K.R., Chouskey, S.K. (2011), Parametric study of MSW landfill settlement model, *Waste Management*, 31 (6), pp. 1222-1231.

Bareither, C.A., Benson, C.H., Edil, T.B. (2012a), Effects of Waste Composition and Decomposition on the Shear Strength of Municipal Solid Waste, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 138 (10), ASCE, pp. 1161-1174.

Bareither, C. A., Benson, C. H., Edil, T. B. (2012b), Compression behavior of municipal solid waste: Immediate compression, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 138 (9), ASCE, pp. 1047-1062.

Bareither, C.A., Benson, C.H., Edil, T.B. (2013), Compression of municipal solid waste in bioreactor landfills: mechanical creep and biocompression, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 139 (7), pp. 1007-1021.

Bareither, C.A., Kwak, S. (2015), Assessment of municipal solid waste settlement models based on field-scale data analysis, *Waste Management*, 42, pp. 101-117.

Basarić, I., Rakić, D., Janković, J., Bogdanović, S., Đurić, T. (2018), Parametric analysis of slope stability on the example of municipal waste landfill in Vršac, *Proceedings of the 10th International conference on topic water and waste reality and challenges*, ADKOM – Association of Communal Service Providers in R. Macedonia, Ohrid, pp. 233-241.

- Beaven, R. P., Powrie, W. (1995), Hydrogeological and geotechnical properties of refuse using a large scale compression cell, Proceedings of the 5th International Landfill Symposium, Sardinia '95, S. Margherita di Pula, CISA, Italy, pp. 745-760.
- Benson, C.H., Barlaz, M.A., Lane, D.T., Rowe, J.M. (2007), Bioreactor landfills in North America: Review of the state-of-the practice, *Waste Management*, 27 (1), pp. 13-29.
- Bhandari, A.R., Powrie, W. (2013), Behaviour of an MBT waste in monotonic triaxial shear tests, *Waste Management*, 33 (4), pp. 881-891.
- Bjargard A., Edgers L. (1990), Settlement of municipal solid waste landfills, Proceedings of 13th Annual Madison Waste Conference, pp. 192-205.
- Bray, J.D., Zekkos, D., Kavazanjian Jr., E., Athanasopoulos, G.A., Riemer, M.F. (2009), Shear strength of municipal solid waste, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 135 (6), ASCE, pp. 705-722.
- Britto, M.L.C.P.S. (2006), Biogas Production Rate and MSW Biodegradation Parameters in the Metropolitan Center Landfill, MSc Thesis, Federal University of Bahia, Salvador, Brazil, (in portuguese).
- Caicedo, B., Yamin, L., Giraldo, E., Coronado, O. (2002), Geomechanical properties of municipal solid waste in Dona Juana sanitary landfill, Proceedings of 4th International Congress on Environmental Geotechnics, Brazil, 1, pp. 177-182.
- Carvalho, M.F. (1999), Mechanical behavior of municipal solid waste, PhD Thesis, University of Sao Paulo, Brazil, in portuguese.
- Chen, R.H., Lee, Y.S. (1995), Settlement analysis of a waste landfill, Proceedings of 3rd Int. Symp. on Environmental Geotechnology, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA, pp. 539-553.
- Chen, Y.M., Zhan, L.T., Wei, H.Y., Ke, H. (2009)., Aging and compressibility of municipal solid wastes, *Waste Management*, 29 (1), pp. 86-95.
- Chen, Y., Ke, H., Fredlund, D.G., Zhan, L., Xie, Y. (2010), Secondary compression of municipal solid wastes and a compression model for predicting settlement of municipal solid waste landfills, *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 136 (5), pp. 706-717.
- Cola, S., Cortellazzo, G. (2005), The shear strength behavior of two peaty soils, *Journal of Geotechnical and Geological Engineering*, 23, pp. 679-695.
- Coulomb, C.A. (1776), Essai sur une application des regles maximis et minimis a quelques problemes de statique, relatives a l'architecture, *Mem Acad Sci Paris Mem Math Phys*, 7, pp. 343-382.
- Dixon, N., Jones, R.D.V. (2005), Engineering properties of municipal solid waste, *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 23, pp. 205-233.
- Dixon, N., Langer, U., Gotteland, P. (2008), Classification and mechanical behavior relationships for municipal solid waste: Study using synthetic wastes, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 134 (1), pp. 79-90.

- Duncan, J.M., Chang, C.Y. (1970), Nonlinear analysis of stress and strain in soils, *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, ASCE, 96, pp. 1629-1653.
- Edil, T.B., Ranguette, V.J., Wuellner, W.W. (1990), Settlement of municipal waste, *Geotechnics of Waste Fills - Theory and Practise*, ASTM STP 1070, Landva, A.O. and Knowles, G.D., eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, USA, pp. 225-239.
- Edinçliler, A., Benson, C. H., Edil, T. B. (1996), Shear strength of municipal solid waste, Interim Report—Year 1, Environmental Geotechnics Report 96-2, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Wisconsin-Madison, Madison, WI.
- Eid, H.T., Stark, T.D., Douglas, W.D., Sherry, P.E. (2000), Municipal solid waste slope failure. 1: Waste and foundation properties, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126 (5), ASCE, pp. 397-407.
- El-Fadel, M., Khoury R. (2000), Modelling settlement in MSW landfills: a Critical Review, *Critical Reviews in Environmental Science and Technology*, CRC Press LLC, pp. 1-35.
- Ering, P., Babu Sivakumar, G.L. (2018), Numerical Analysis of MSW Effects on Interface Behavior of Lined Landfill System, *Int. J. Geomech.*, 18 (5), pp. 1-9.
- Falamaki, A., Ghareh, S., Homae M., Hamtaeipour, S.A., Abedpour, S., Kiani, S., Mousavi, N., Rezaei, M., Taghizadeh, M.M., Dehbozorogi, M., Nouri, A. (2020), Laboratory Shear Strength Measurements of Municipal Solid Waste at Room and Simulated In Situ Landfill Temperature, Barmshoor Landfill, Iran, *International Journal of Civil Engineering*, 18, pp. 185-197.
- Fei, X., Zekkos, D., Raskin, L. (2014), An experimental setup for simultaneous physical, geotechnical, and biochemical characterization of municipal solid waste undergoing biodegradation in the laboratory, *Geotech. Test. J.*, 37 (1), pp. 1-12.
- Feng, S-J. (2005), Analysis on the City Solid Waste Landfill Static Force Strength Properties and the Stability of Landfill, PhD thesis, Zhejiang University, Hangzhou, China.
- Feng, S-J., Gao, K-W., Chen, Y-X., Li, Y., Zhang, L.M., Chen, H.X. (2017), Geotechnical properties of municipal solid waste at Laogang Landfill, China, *Waste Management*, 63, pp. 354-365.
- Gabr, M.A., Valero, S.N. (1995), Geotechnical Properties of Municipal Solid Waste, *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, 18 (2), pp. 241-251.
- Gabr, M.A., Hossain, M.S., Barlaz, M.A. (2007), Shear strength parameters of municipal solid waste with leachate recirculation, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133 (4), pp. 478-484.
- Gandolla, M., Dugnani, L., Bressi, G. (1992), The determination of subsidence effects at municipal solid waste, *Proceedings of the 6th International Solid Wastes Congress*, pp. 1-17.
- Gao, W., Bian X., Xu, W., Chen, Y. (2017), An equivalent-time-lines model for municipal solid waste based on its compression characteristics, *Waste Management*, 68, pp. 292-306,

- Gao, W., Kavazanjian, E. Jr. (2019), A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of municipal solid waste, Proceedings of the 8th International Congress on Environmental Geotechnics, Volume 2, China, pp. 239-247.
- Gibson, R.E., Lo, K.Y. (1961), A theory of soils exhibiting secondary compression, *Acta Polytech. Scand.*, C(10), pp. 1-15.
- Gomes, C.C., Lopes, M.L., Oliviera, P.J.V. (2013), Municipal solid waste shear strength parameters defined through laboratorial and in situ tests, *Journal of the Air & Waste Management Association*, 63, pp. 1352-1368.
- Gomes, C.C., Lopes, M.L., Oliviera, P.J.V. (2014), Stiffness parameters of municipal solid waste, *Bull. Eng. Geol. Environ.*, 73, pp. 1073-1087.
- Gotteland, P., Gourc, J.P., Aboura A., Thomas, S. (2000), On site determination of geomechanical characteristics of waste, Proceedings of International Conference on Geotechnical and Geological Engineering, Melbourne, Australia, ICMS, (CD).
- Gourc, J.P., Staub, M.J., Conte, M. (2010), Decoupling MSW settlements into mechanical and biochemical processes – modeling and validation on largescale setups, *Waste Management*, 30 (8–9), pp. 1556-1568.
- Grisolia, M., Napoleoni, Q., Tangredi, G. (1995), The Use of Triaxial Tests for the Mechanical Characterization of Municipal Solid Waste, Proceedings of the 5th International Landfill Symposium - Sardinia '95, pp. 761-767.
- Harris, J., Shafer, A., DeGroof, W., Hater, G., Gabr, M., Barlaz, M. (2006), Shear Strength of degraded reconstituted municipal solid waste, *Geotech Test J*, 29, pp. 141-148.
- Hedge A., Sitharam T.G. (2017), Experiment and 3D-numerical studies on soft clay bed reinforced with different types of cellular confinement systems, *Transp. Geotech.*, 10, pp. 73-84.
- Helwany, S. (2007), *Applied soil mechanics with ABAQUS applications*, Joh Willey & Sons, Canada.
- Hettiarachchi, C.H., Meegoda, J., Hettiarachchi, P. (2009), Effects of gas and moisture on modeling of bioreactor landfill settlement, *Waste Management*, 29 (3), pp. 1018-1025.
- Hoeks, J. (1983), Significance of biogas production in waste tips, *Waste Management & Research*, 1, pp. 323-335.
- Hossain M.S., Gabr M.A., Barlaz M.A. (2003), Relationship of compressibility parameters to municipal solid waste decomposition, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 129 (12), pp. 1151-1158.
- Hossain S.M., Gabr M.A. (2005), Prediction of municipal solid waste landfill settlement with leachate recirculation, *Proceedings Geo. Frontier*, Austin Tex., Vol. 168., ASCE.
- Houston, W.N., Houston, S.L., Liu, J.W., Elsayed, A., Sanders, C.O. (1995), In-situ testing methods for dynamic properties of MSW landfills, *Geotechnical Special Publication*, ASCE, 54, pp. 73-82.

- Ivanova, L.K., Richards, D.J., Smallman, D.J. (2008), The long-term settlement of landfill waste, *Water Resour. Management*, 161 (WR3), pp. 121-133.
- Jafari, N. H., Stark, T. D., Merry, S. (2013). The July 10 2000 Payatas Landfill Slope Failure, *International Journal of Geoenvironment Case History*, 2 (3), pp. 208-228.
- Janbu, N. (1963), Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests, *Proceedings of 3rd European Conference on Soil Mechanics*, Wiesbaden, pp. 19-25.
- Jessberger, H.L., Kockel, R. (1993), Determination and assessment of the mechanical properties of waste materials, *Proceedings of the 4th International Landfill Symposium, Sardinia '93*, S. Margherita di Pula, CISA, Italy, pp. 1383-1392.
- Jocković, S. (2017), Formulacija i implementacija konstitutivnog modela za prekonsolidovane gline, *Doktorska Disertacija, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet*
- Jocković, S., Vukićević, M. (2017), Bonding surface model for overconsolidated clays with new state parameter formulation of hardening rule, *Computers and Geotechnics*, 83, pp. 16-29.
- Jones, R., Taylor, D., Dixon, N. (1997), Shear strength of waste and its use in landfill stability analyses, *British Geoenvironmental Engineering Conference*, Cardiff, UK, British Geotechnical Society, pp. 343-350.
- Karimpour-Fard, M., Machado, S.L., Shariatmadari, N., Noorzad, A. (2011), A laboratory study on the MSW mechanical behavior in triaxial apparatus, *Waste Management*, 31, pp. 1807-1819,
- Kavazanjian, E. Jr., Matasovic, N., Bonaparte, R., Schmertmann, G.R. (1995), Evaluation of MSW properties for Seismic Analysis, *Geotechnical Special Publication, ASCE*, 46, pp. 1126-1141.
- Kavazanjian, E.J., Matasovic, N., Bachus, R.C. (1999), Large-Diameter Static and Cyclic Laboratory Testing of Municipal Solid Waste, *Proceedings of the 7th International Landfill Symposium, Sardinia, Italy, CISA*, pp. 437-444.
- Kavazanjian, E. (2001), Mechanical properties of municipal solid waste, *Proceedings of 8th International Waste Management and Landfill Symposium, Sardinia*, pp. 415-424.
- Keramati, M., Shahedifar, M., Aminfar, M.H., Alagipour, H. (2020), Evaluation the Shear Strength Behaviour of aged MSW using Large Scale In Situ Direct Shear Test, a case of Tabriz Landfill, *International Journal of Civil Engineering*, 18, pp. 717-733.
- Kockel, R., Jessberger, H.L. (1995), Stability evaluation of municipal solid waste slope, *Proceedings of the 11th ECSMFE (European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering)*, Copenhagen, Bulletin 11, Vol. 2, pp. 267-272.
- Kojić, M., Bathe, K.J. (1987), The effective stress function algorithm for thermo-elastoplasticity and creep, *Int. J. Num. Meth. Engng*, Vol. 24, pp. 1509-1532.
- Kojić, M., Slavković, R., Grujić, N., Vukićević, M. (1994), Implicit stress integration algorithm for Modified Cam Clay material, *Teorijska i primenjena mehanika*, Vol 20, pp. 95-119.

- Kojić, M. (1996), The governing parameter method for implicit integration of viscoplastic constitutive relations for isotropic and orthotropic metals, *Computational Mechanics*, Vol 19, pp. 49-57.
- Kojić, M. (2002), Stress integration procedures for inelastic material models within finite element method, *Applied Mech. Reviews*, 55 (4), pp. 389-414.
- Kojić, M., Bathe, K.J. (2003), *Inelastic Analysis of Solids and Structures*, Berlin, Springer-Verlag.
- Kondner, R.L. (1963), Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils, *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, ASCE, 89, pp. 115-141.
- Kwak, S. (2014), Assessment of municipal solid waste settlement models based on field-scale data analysis, MSc Thesis, Colorado State University, USA.
- Landva, A.O., Clark, J.I. (1990), Geotechnics of waste fills, *Geotechnics of waste fills – Theory and Practice*, ASTM STP 1070, Philadelphia, pp. 86-103.
- Landva, A.O., Valsangkar, A.J., Pelkey, S.G. (2000), Lateral earth pressure at rest and compressibility of municipal solid waste, *Can. Geotech. Journal*, 37 (6), pp. 1157-1165.
- Li, X., Shi, J. (2016), Stress-strain behaviour and shear strength of Municipal Solid Waste (MSW), *KSCE Journal of Civil Engineering*, 20 (5), pp. 1747-1758.
- Liao, Z.Q., Shi, J.Y., Mao, J. (2007), Experimental study and mechanism analysis of primary compression index of MSW, *Journal of Hohai University (Natural Sciences)*, 35 (3), pp. 326-329.
- Lü, X., Zhai, X., Huang, M. (2017), Characterization of the constitutive behaviour of municipal solid waste considering particle compressibility, *Waste Management*, 69, pp. 3-12.
- Lü, X., Xue, D., Huang, M., Lim, K.W. (2018), A shear hardening plasticity model with nonlinear shear strength criterion for municipal solid waste, *Computers and Geotechnics*, 104, pp. 207-215.
- Machado, S.L., Carvalho, M.F., Vilar, O.M. (2002), Constitutive model for municipal solid waste, *Journal of the Environmental Engineering*, ASCE 128 (11), pp. 940-951.
- Machado, S.L., Carvalho, M.F., Nascimento, K.A. (2006), Aging effect on MSW mechanical behaviour, *Proceedings of the VI ICEG international congress on environmental geotechnics*, Vol. 2, Cardiff, UK: Thomas Telford, pp. 1439-1446.
- Machado S.L., Vilar O.M., Carvalho M.F. (2008), Constitutive model for long term municipal solid waste mechanical behavior, *Computers and Geotechnics*, 35 (5), pp. 775-790.
- Machado S.L., Carvalho M.F., Vilar O.M. (2009), Modeling the Influence of Biodegradation on Sanitary Landfill Settlements, *Soils and Rocks*, 32 (3), pp. 123-134.
- Machado, S.L., Karimpour-Fard, M., Carvalho, M.F., Monjer Vilar, O., Caldos Santos, A. (2014), MSW characteristics and landfill performance in tropical regions, *International Journal of Civil Engineering*, Vol 12, No 3, Transaction B: Geotechnical Engineering, pp. 238-250.

Machado, S.L., Vilar, O.M., Carvalho, M.F., Karimpour-Fard, M. (2017), A constitutive framework to model the undrained loading of municipal solid waste, *Computers and Geotechnics*, 85, pp. 207-219.

Maksimović, M. (1989), Nonlinear failure envelope for soils, *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol 115 No 4, pp. 581-586.

Maksimović, M. (2014), *Mehanika tla*, AGM knjiga, peto izdanje, Beograd

Manassero, M., Van Impe, W.F., Bouazza, A. (1996), Waste Disposal and Containment, *Proceedings of 2nd International Congress on Environmental Geotechnics*, Osaka, Japan, 3, pp. 1425-1474.

Marques, A.C.M. (2001), Compaction and compressibility of municipal solid waste, Ph.D Thesis, Sao Paulo University, Sao Carlos, Brazil, (in portuguese).

Marques A.C.M., Filz G.M., Vilar O.M. (2003), Composite compressibility model for municipal solid waste, *Journal of Geotechnical and Geoenvironment Engineering, ASCE*, 129 (4), pp. 372-378

Mazzucato, A., Simonini, P., Colombo, S. (1999), Analysis of block slide in a MSW landfill, *Proceedings of 7th International Waste Management and Landfill Symposium*, Sardinia, pp. 537-544.

McDougall J., Pyrah I.C. (2004), Phase relations for decomposable soils, *Géotechnique*, 54 (7), pp. 487-493.

McDougall J. (2007), A hydro-bio-mechanical model for settlement and other behaviour in landfilled waste, *Computers and Geotechnics*, 34 (4), pp. 229-246.

Mehta, R., Barlaz, M.A., Yazdani, R., Augenstein, D., Bryars, M., Sinderson, L. (2002), Refuse decomposition in the presence and absence of leachate recirculation, *Journal of Environmental Engineering*, 128 (3), pp. 228-236.

Mesri, G., Ajlouni, M. (2007), Engineering properties of fibrous peats, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 133 (7), pp. 850-866.

Miyamoto, S., Yasufuku, N., Ishikura, R. (2015), In-situ shearing response and shear strength of various solid waste ground focused on fibrous materials composition, *Geomechanics from Micro to Macro*, pp. 1357-1362.

Nascimento J. (2007), Mechanical behavior of municipal solid waste, MSc thesis, Sao Carlos, University of Sao Paulo, Brazil (in portuguese).

Olivier, F., Gourc, J.P., Lopez, S., Benhamida, S., Van Wyck, D. (2003), Mechanical behavior of solid waste in a fully instrumented prototype compression box, *Proceedings of 9th Int. Waste Management and Landfill Symp.*, CISA, Environmental Sanitary Engineering Centre, Cagliari, Italy, pp. 1-12.

Olivier, F., Gourc, J.P. (2007), Hydro-mechanical behavior of municipal solid waste subject to leachate recirculation in a large scale compression reactor cell, *Waste Management*, 27, pp. 44-58.

- Oweiss, I.S. (1993), Stability of landfills, Geotechnical Practice for Waste Disposal – Chapter 11, Chapman & Hall, pp. 244-268.
- Park, H.I., Lee, S.R. (1997), Long-term settlement behavior of landfills with refuse decomposition, J. Res. Manage. Technol, 24 (4), pp. 159-165.
- Park, H.I., Lee S.R. (2002), Long-term settlement behaviour of MSW landfills with various fill ages, Waste Management & Research, 20 (3), pp. 259-268.
- Potts, D.M., Zdravković, L. (1999), Finite element analysis in geotechnical engineering – Theory, Thomas Telford Publishing, London, UK
- Powrie, W., Xu, X., Richards, D., Zhan, L., Chen, Y. (2019), Mechanisms of settlement in municipal solid waste landfills, Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering), 20 (12), pp. 927-947.
- Pulat H.F., Yuklselen-Aksoy Y. (2017), Investigation of the Shear Strength and Slope Stability of Turkish Municipal Solid Waste Composition, Teknik Dergi, 28 (1), pp. 7703-7724.
- Rakić, D. (2013), Konstitutivne zavisnosti komunalnog otpada sa deponija u Srbiji, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet.
- Rakić, D., Čaki, L., Hadži-Niković, G., Basarić, I. (2015), Compresibility parameters of old municipal waste from two landfills in Serbia, Proceedings of the XVI European Conference of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering- ECSMGE, Geotechnical Engineering for Infrastructure and Development, Edinburgh, Scotland, pp. 2741-2746.
- Rakić, D., Basarić, I., Berisavljević, Z., Berisavljević, D. (2016), Geotechnical characteristics of industrial waste slag and sludge from Smederevo steel mill, Serbia, Journal of Environmental Protection and Ecology, 17 No. 2, pp. 512-522.
- Rakić, D., Basarić, I., Čorić, S., Čaki, L. (2020), Contribution to the geotechnical classification of municipal waste landfills in Serbia, Environmental Geotechnics, 7 (7), pp. 501-511.
- Ramaiah, B.J., Ramana, G.V., Datta, M. (2017), Mechanical characterization of municipal solid waste from two waste dumps at Delhi, India, Waste Management, 68, pp. 275-291.
- Rao, S.K., Moulton, L.K., Seals, R.K. (1977), Settlement of refuse landfills, Proceedings of Conf. on Geotechnical Practice for Disposal of Solid Waste Materials, Ann Arbor, MI, USA, ASCE, New York, pp. 574-598.
- Reddy, K.R., Kosgi, S., Motan, E.S. (1996), Interface shear behavior of landfill composite liner systems: a finite element analysis, Geosynthetics, International 3 (2), pp. 247-275.
- Reddy, K.R., Gangathulasi, J., Hettiarachi, H., Bogner, J. (2008), Geotechnical properties of Municipal Solid Waste subjected to leachate recirculation, Geotechnical Special Publication, ASCE, 177, pp. 144-151.
- Reddy, K.R., Gangathulasi, J., Parakalla, N.S., Hettiarachi, H., Bogner, J., Lagier, T. (2009a), Compressibility and shear strength of municipal solid waste under short-term leachate recirculation operations, Waste Management & Research, 27 (6), pp.578-587.

- Reddy, K.R., Hettiarachi, H., Gangathulasi, J., Bogner, J., Lagier, T. (2009b), Geotechnical properties of synthetic municipal solid waste, *International Journal of Geotechnical Engineering*, 3 (3), pp. 429-438.
- Reddy, K.R., Hettiarachi, H., Parakalla, N.S., Gangathulasi, J., Bogner, J. (2009c), Geotechnical properties of fresh municipal solid waste at Orchard Hills landfill, USA, *Waste Management*, 29 (2), pp. 952-959.
- Reddy, K.R., Hettiarachchi, H., Gangathulasi, J., Bogner, J.E. (2011), Geotechnical properties of municipal solid waste at different phases of biodegradation, *Waste Management*, 31 (11), pp. 2275-2286.
- Reddy, K.R., Hettiarachchi, H., Giri, R.K. (2015), Effects of degradation on geotechnical properties of Municipal Solid Waste from Orchard Hills Landfill, USA, *Int. J. of Geosynth. and Ground Eng.*, Vol 1, No 24, pp. 1-14.
- Richardson, G., Reynolds, D. (1991), Geosynthetic considerations in a landfill on compressible clays, *Proceedings of Geosynthetics '91*, vol 2, Industrial Fabrics Association International, St. Paul, pp. 507-516.
- Roscoe, K.H., Schofield, A.N., Wroth, C.P. (1958), On the yielding of soils, *Geotechnique*, 8, pp. 22-53.
- Roscoe, K.H., Schofield, A.N. (1963), Mechanical behaviour of an idealized 'Wet Clay', *Proceedings of 2nd European Conference on Soil Mechanics*, Wiesbaden, 1, pp. 47-54.
- Sadek, S., El-Fadel, M., Manasseh, C., Abou-Ibrahim, A. (1999), Geotechnical properties of decomposed solid waste materials, *Proceedings of 15th International Conference on Solid Waste Technology and Management*, USA, pp. 350-357
- Schofield, A.N., Wroth, C.P. (1968), *Critical state soil mechanics*, McGraw-Hill.
- Shariatmadari N., Machado S. L., Noorzad A., Karimpour-Fard M. (2009), Municipal solid waste effective stress analysis, *Waste Management*, 29 (12), pp. 2918-2930.
- Shariatmadari N., Machado S. L., Noorzad A., Karimpour-Fard M., Keramati, M. (2010), Shearing Rate Effect on Mechanical Behavior of MSW Materials, *Proceedings of Fifth International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, San Diego, CA, USA, No. 1.41a, pp. 1-8.
- Shariatmadari, N., Sadeghpour, A.H., Razaghian, F. (2014), Effects of aging on shear strength behavior of municipal solid waste, *International Journal of Civil Engineering*, Vol 12, No 3, *Transaction B: Geotechnical Engineering*, pp. 226-237.
- Shi, J., Qian, X., Liu, X., Sun, L., Liao, Z. (2016), The behavior of compression and degradation for municipal solid waste and combined settlement calculation method, *Waste Management*, 55, pp. 154-164.
- Siddiqui, A., Powrie, W., Richards, D., (2013), Settlement characteristics of mechanically biologically treated wastes. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 139 (10), pp. 1676-1689.

- Siegel, R.A., Robertson, R.J., Anderson, D.G. (1990), Slope stability investigation at a landfill in Southern California, *Geotechnics of Waste Fills – Theory and Practice*, ASTM STP 1070, Philadelphia, pp. 259-284.
- Singh, M.K. (2008). Characterization of stress-deformation behaviour of municipal solid waste, PhD thesis, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada.
- Singh, M.K., Sharma, J.S., Fleming, I.R. (2009), Shear strength testing of intact and recompacted samples of municipal solid waste. *Can Geotech J*, 46, pp. 1133-1145.
- Simões, G.F., Catapreta, C.A.A. (2013), Monitoring and modeling of long-term settlements of an experimental landfill in Brazil, *Waste Management*, 33 (2), pp. 420-430.
- Sowers, G.F. (1973), Settlement of waste disposal fills, *Proceedings of the eighth international conference on soil mechanics and foundation engineering*, Moscow, Russia, Vol. 2, pp. 207-210.
- Stark, T.D., Huvaj-Sarihan, N., Li, G. (2009), Shear strength of municipal solid waste for stability analyses, *Environ Geol*, 57 (8), pp. 1911-1923.
- Stoltz, G., Gourc, J.P. (2007), Influence of compressibility of domestic waste on fluid permeability, *Proceedings of Sardinia 11th Int. Waste Management and Landfill Symp.*, CISA, Environmental Sanitary Engineering Centre, Cagliari, Italy, pp. 1-8.
- Stoltz, G., Gourc, J.P., Oxarango, L. (2010), Characterization of the physic-mechanical parameters of MSW, *Waste Management*, 30 (8-9), pp. 1439-1449.
- Terzaghi, K. (1936), The shearing resistance of saturated soil and the angle between the planes of shear, *Proceedings of International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Cambridge, Vol. 1, pp. 54-56.
- Thomas, S., Aboura, A.A., Gourc, J.P., Gotteland, P., Billard, H., Delineau, T., Vuillemin, M. (1999), An in-situ waste mechanical experimentation on a French landfill, *Proceedings of 7th International Waste Management and Landfill Symposium*, Sardinia, pp. 445-452.
- Van Geel, P.J., Murray, K.E. (2015), Simulating settlement during waste placement at a landfill with waste lifts placed under frozen conditions, *Waste Management*, 46, pp. 352-361.
- Vilar, O.M., Carvalho, M.F. (2002), Shear strength properties of municipal solid waste, *Proceedings of the fourth international congress on environmental geotechnics*, Brazil, pp. 59-64.
- Vilar, O.M., Carvalho, M.F. (2004), Mechanical properties of municipal solid waste, *Journal of Testing and Evaluation*, 32 (6), pp. 438-449.
- Vukićević, M., Rakić, D. (2010), The mean stress as the governing parameter in the implicit GPM stress integration of modified Cam-Clay model, part II, *Proceedings of International Conference on Information Technology in Geo-Engineering*.
- Withiam, J., Tarvin, P., Bushell, T., Snow, R., Germann, H. (1995), Prediction and performance of municipal landfill slope, *Proceedings of Geoenvironment 2000: Characterization, Containment, Remediation, and Performance in Environmental Geotechnics*, ASCE, Louisiana, USA.

- Wood, D.M. (1990), Soil behaviour and critical state soil mechanics, Cambridge, UK, Cambridge University Press.
- Wood, D.M. (2004), Geotechnical modelling, Spon Press, Taylor & Francis Group
- Xu, X.B., Zhan, T.L.T., Chen, Y.M., (2015), Parameter determination of a compression model for landfilled municipal solid waste: an experimental study, *Waste Management & Research*, 33 (2), pp. 199-210.
- Yamaguchi, H., Ohira, Y., Kogure, K., Mori, S. (1985), Undrained shear characteristics of normally consolidated peat under triaxial compression and extension conditions, *Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 25 (3), pp. 1-18.
- Zekkos, D. (2005), Evaluation of static and dynamic properties of municipal solid waste, PhD thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley.
- Zekkos, D., Athanasopoulos, G.A., Bray, J.D., Grizi, A., Theodoratos, A. (2010), Large-scale direct shear testing of municipal solid waste, *Waste Management*, 30 (8-9), pp. 1544-1555.
- Zekkos, D., Bray, J.D., Riemer, M.F. (2012), Drained response of municipal solid waste in large-scale triaxial shear testing, *Waste Management*, 32 (10), pp.1873-1885.
- Zhan, T.L.T., Chen, Y.M., Ling, W.A. (2008), Shear strength characterization of municipal solid waste at the Suzhou landfill, China, *Eng. Geol.*, 97 (3-4), pp. 97-111.
- Zhang, B. (2007), Constitutive modeling of Municipal Solid Waste, PhD Thesis, Loughborough University, UK.

PRILOG

```
*****
**          UMAT FOR ABAQUS/CAE - MSW MODEL          **
**          IMPLICIT INTEGRATION - GOVERNING PARAMETER METHOD
**
*****
**                                USER SUBROUTINE                                **
*****
**
**
**
**
C
SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSUDE, SSE, SPD, SCD,
1 RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT,
2 STRAN, DSTRAN, TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, CMNAME,
3 NDI, NSHR, NTENS, NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT,
4 CELENT, DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, KSTEP, KINC)
C
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
C -----
C   UMAT variables and constants
C -----
C
CHARACTER*80 CMNAME
C
DIMENSION STRESS (NTENS), STATEV (NSTATV),
1 DDSUDE (NTENS, NTENS), DDSDDT (NTENS), DRPLDE (NTENS),
2 STRAN (NTENS), DSTRAN (NTENS), TIME (2), PREDEF (1), DPRED (1),
3 PROPS (NPROPS), COORDS (3), DROT (3, 3), DFGRD0 (3, 3), DFGRD1 (3, 3)
C
C -----
C   NEW variables and constants
C -----
C
PARAMETER (ZERO=0.D0, ONE=1.D0, TWO=2.D0, THREE=3.D0,
1 TOLER=1.D-5, TOLER2=1.D-5,
2 C1=0.9999D0, C2=1.0001D0)
C
DIMENSION T (NTENS), SPS (NTENS), DEVS (NTENS), DEVStt (NTENS),
1 EPS (NTENS), DEPS (NTENS), EPSVlm (NTENS), EPSdev (NTENS),
2 DEPSvlm (NTENS), DEPSdev (NTENS), EPStt (NTENS), EPSvlmtt (NTENS),
3 EPSdevtt (NTENS), EPSP (NTENS), EPSptt (NTENS), DEPS (NTENS),
4 DEPSdevP (NTENS), STRANvlm (NTENS), STRANdev (NTENS)
C
DOUBLE PRECISION pt, qt, ptt, qtt, Trialp, Trialq, p0, p0t, p0tt,
1 p0init, etat, ptt1, ptt2, p0tt1, p0tt2, qtt2, delq
2 EPSvol, EPSvlm, DEPSvol, DEPSqP,
3 ezero, evold, evoldt, evoldtt, devold,
4 alambda, akappa, aM, aC, aN, anu, alphaM, EDG, biok
5 aKB, EMOD, G, POM1, POM2, DLam, TERM1, TERM2
6 TrialFmc, Fmc1, Fmc2, Fmc
C
C -----
C   SPECIFY MATERIAL PROPERTIES
C -----
```

```

C
alambda=PROPS(1)      ! 1 - Slope of compression line
akappa=PROPS(2)      ! 2 - Slope of swelling line
aM=PROPS(3)          ! 3 - Slope of critical state line
ezero=PROPS(4)       ! 4 - Initial void ratio
p0init=PROPS(5)      ! 5 - Initial hardening parameter
aC=PROPS(6)          ! 6 - Specific volume on CSL at p'=1kPa
anu=PROPS(7)         ! 7 - Poisson's ratio
alphaM=PROPS(8)      ! 8 - Secondary compression mech creep
EDG=PROPS(9)         ! 9 - Biodegradable total strain
biok=PROPS(10)       !10 - Rate for biodegradability

C
aN=aC+(alambda-akappa)*log(TWO)! Specific volume on ICL at p'=1kPa

C
C-----
C STATE VARIABLES
C-----
C
evoid=STATEV(1)      !Void ratio
p0=STATEV(2)         !Hardening parameter
DO I=3, NTENS+2      !Plastic strains as state variable
EPSP(I)=STATEV(I)
END DO

C
C-----
C TRANSFER STRESS AND STRAIN TO CONVENTIONAL DEFINITION IN SOIL
C MECHANICS (COMPRESSION IS POSITIVE)
C-----
C
DO N=1, NTENS
STRESS(N) = -STRESS(N)
STRAN(N)  = -STRAN(N)
DSTRAN(N) = -DSTRAN(N)
ENDDO

C
C-----
C SPHERICAL AND DEVIATORIC STRESSES, STRAINS, VOID RATIO
C in configuration i
C-----
C
CALL KInitial(STRESS, T, DSTRAN, DEPS, STRAN, EPS, NTENS, NDI)
CALL KSphDevS(SPHS, DEVS, STRESS, NTENS, NDI)
CALL KVolDevSTRAN(EPSvol, EPSvolm, EPSdev, EPSq1, EPSq,
1 EPS, NTENS, NDI)

C
evoidt=(ONE+ezero)*exp(-EPSvol)-ONE

C
C-----
C SPHERICAL AND DEVIATORIC STRAINS and VOID RATIO
C in configuration i+1
C-----
C
CALL KVolDevSTRAN(DEPSvol, DEPSvolm, DEPSdev, DEPSq1, DEPSq,
1 DEPS, NTENS, NDI)
CALL KSUMVec(EPStt, EPS, DEPS, NTENS)
CALL KVolDevSTRAN(EPSvoltt, EPSvolmтт, EPSdevтт, EPSq1тт, EPSqтт,
1 EPStt, NTENS, NDI)

C
evoidтт=(ONE+ezero)*exp(-EPSvolтт)-ONE

C
devoid=evoidt-evoidтт

C

```

```

C -----
C STRESS INVARIANTS AND STRESS RATIO in configuration i
C -----
C
C CALL SINV(T, pt, qt, NDI, NSHR)
p0tnew=pt*exp((aN-(ONE+evoidt)-alambda*log(pt))/(alambda-akappa))
etat=qt/pt
C
C -----
C MATERIAL MODULES
C -----
C
C Bulk modulus - K
aKB=((ONE+evoidt)*pt)/(akappa)
IF (aKB<100.0d0) THEN
aKB=100.0d0
ENDIF
C
C Young modulus - E
EMOD=THREE*aKB*(ONE-TWO*anu)
C
C Shear modulus - G
G=THREE*(ONE-TWO*anu)/(TWO*(ONE+anu))*aKB
C
C -----
C ELASTICITY MATRIX using E and Poisson's ratio
C -----
C
DO I=1,NTENS
DO J=1, NTENS
DDSDDE(I,J)=0.0d0
END DO
END DO
C
DO K1=1,NDI
DO K2=1,NDI
DDSDDE(K2,K1)=(EMOD*(anu))/((ONE+anu)*(ONE-TWO*anu))
END DO
DDSDDE(K1,K1)=(EMOD*(ONE-anu))/((ONE+anu)*(ONE-TWO*anu))
END DO
DO K1=NDI+1,NTENS
DDSDDE(K1,K1)=(EMOD)/(TWO*(ONE+anu))
END DO
C
C
C -----
C TRIAL ELASTIC STEP
C -----
C
DO I=1, NTENS
DO J=1, NTENS
T(J)=T(J)+DDSDDE(J,I)*DSTRAN(I)
END DO
END DO
C
CALL SINV(T, Trialp, Trialq, NDI, NSHR)
C
IF ((time(1).eq.ZERO).and.(kstep.eq.ONE)) THEN
p0t=p0init
else
p0t=STATEV(2)
endif

```

```

p0tt=p0t
C
C -----
C
IF ((time(1).eq.ZERO).and.(kstep.eq.ONE)) THEN
    DO I=1,NTENS
        EPSptt(I)=ZERO
    END DO
END IF
C
C Trial yield function F
C TrialFmc=(Trialq**TWO)/(aM**TWO)+Trialp*(Trialp-p0tt)
C
C -----
C CHECK YIELD FUNCTION F=0
C -----
C
IF (TrialFmc .le. TOLER) GOTO 200
IF (TrialFmc .gt. TOLER) GOTO 100
C
C *****
C PLASTIC DEFORMATION HAS OCCURED
C *****
C
100 continue
    K=0
C
C -----
C BRACKETING THE ROOT
C -----
C
    ptt1=Trialp
    ptt2=C1*ptt1
C
    N=0
102 N=N+1
C
C Hardening parameter
    TERM1=alphaM*log((TIME(2)+DTIME)/TIME(2))
    TERM2=EDG*(exp(-biok*TIME(2))-exp(-biok*(TIME(2)+DTIME)))
    p0tt1=p0t*exp(ONE/(alambda-akappa)*(devoid-(ONE+ezero))*
1 (TERM1+TERM2))* (pt/ptt1)**(akappa/(alambda-akappa))
    IF (abs(TWO*ptt1-p0tt1).lt.TOLER2) THEN
        qtt1=etat*ptt1
        delq=abs(qtt-qt)
        DEPSqP=DEPSq
        DLam=aM*DEPSqP/(TWO*ptt1)
    ELSE
        DEPSvolP=(alambda-akappa)/(ONE+evoidt)*log(p0tt1/p0t)+
1 TERM1+TERM2
        DLam=DEPSvolP/(TWO*ptt1-p0tt1)
    ENDIF
C
C Deviatoric stress vector on the end of the increment
    POM1=THREE*DLam/(aM**TWO)+ONE/(TWO*G)
    POM2=ONE/(TWO*G)
    DO I=1,NTENS
        DEVStt(I)=(DEPSdev(I)+DEVS(I)*POM2)/POM1
    ENDDO
C
C Stress vector on the end of the increment
DO I=1,NDI
    T(I)=DEVStt(I)+ptt1

```



```

ENDDO
DO I=NDI+1, NTENS
T(I)=DEVStt(I)
ENDDO
C
C Yield function 1
CALL SINV(T, ptt1, qtt1, NDI, NSHR)
Fmc1=(qtt1**TWO)/(aM**TWO)+abs(ptt1)*(abs(ptt1)-abs(p0tt1))
C
C
C Hardening parameter
TERM1=alphaM*log((TIME(2)+DTIME)/TIME(2))
TERM2=EDG*(exp(-biok*TIME(2))-exp(-biok*(TIME(2)+DTIME)))
p0tt2=p0t*exp(ONE/(alambda-akappa)*(devoid-(ONE+ezero)*
1(TERM1+TERM2)))*(pt/ptt2)**(akappa/(alambda-akappa))
IF (abs(TWO*ptt2-p0tt2).lt.TOLER2) THEN
qtt2=etat*ptt2
delq=abs(qtt-qt)
DEPSqP=DEPSq
DLam=aM*DEPSqP/(TWO*ptt2)
ELSE
DEPSvolP=(alambda-akappa)/(ONE+evoidt)*log(p0tt2/p0t)+
1TERM1+TERM2
DLam=DEPSvolP/(TWO*ptt2-p0tt2)
ENDIF
C
C Deviatoric stress vector on the end of the increment
POM1=THREE*DLam/(aM**TWO)+ONE/(TWO*G)
POM2=ONE/(TWO*G)
DO I=1,NTENS
DEVStt(I)=(DEPSdev(I)+DEVS(I)*POM2)/POM1
ENDDO
C
C Stress vector on the end of the increment
DO I=1,NDI
T(I)=DEVStt(I)+ptt2
ENDDO
DO I=NDI+1, NTENS
T(I)=DEVStt(I)
ENDDO
C
C Yield function 2
CALL SINV(T, ptt2, qtt2, NDI, NSHR)
Fmc2=(qtt2**TWO)/(aM**TWO)+abs(ptt2)*(abs(ptt2)-abs(p0tt2))
C
C
C K=0
IF (Fmc1*Fmc2.GT.ZERO) THEN
ptt1=C2*ptt1
ptt2=C1*ptt2
ENDIF
IF (Fmc1*Fmc2.GT.ZERO) GOTO 102
C
C -----
C BISECTION METHOD
C -----
C
120 K=K+1
IF (K.gt.50) THEN
GOTO 101
ENDIF
ptt=(ptt1+ptt2)/TWO
C

```

```

C      Hardening parameter
      TERM1=alphaM*log((TIME(2)+DTIME)/TIME(2))
      TERM2=EDG*(exp(-biok*TIME(2))-exp(-biok*(TIME(2)+DTIME)))
      p0tt=p0t*exp(ONE/(alambda-akappa)*(devoid-(ONE+ezero)*
1      (TERM1+TERM2)))*(pt/ptt)**(akappa/(alambda-akappa))
      IF (abs(TWO*ptt-p0tt).lt.TOLER2) THEN
      qtt=etat*pt
      ptt=pt
      delq=abs(qtt-qt)
      DEPSqP=DEPSq
      DLam=aM*DEPSqP/(TWO*ptt)
      ELSE
      DEPSvolP=(alambda-akappa)/(ONE+evoidt)*log(p0tt/p0t)+
1      TERM1+TERM2
      DLam=DEPSvolP/(TWO*ptt-p0tt)
      ENDIF

C
C      Deviatoric stress vector on the end of the increment
      POM1=THREE*DLam/(aM**TWO)+ONE/(TWO*G)
      POM2=ONE/(TWO*G)
      DO I=1,NTENS
      DEVStt(I)=(DEPSdev(I)+DEVS(I)*POM2)/POM1
      ENDDO

C
C      Stress vector on the end of the increment
      DO I=1,NTENS
      T(I)=DEVStt(I)+ptt
      ENDDO
      DO I=NDI+1, NTENS
      T(I)=DEVStt(I)
      ENDDO

C
C      Yield function
      CALL SINVT(T, ptt, qtt, NDI, NSHR)
      Fmc=(qtt**TWO)/(aM**TWO)+abs(ptt)*(abs(ptt)-abs(p0tt))

C
C
      IF(Fmc1*Fmc.lt.ZERO) THEN
      ptt2=ptt
      Fmc2=Fmc
      ELSE
      ptt1=ptt
      Fmc1=Fmc
      ENDIF

C
      IF (abs(Fmc).gt.TOLER) GOTO 120

C
C      Plastic shear strain increment
101 DO I=1,NTENS
      DEPSdevP(I)=THREE*DLam/aM**TWO*DEVStt(I)
      ENDDO

C
C      Plastic strain increment
      DO I=1,NDI
      DEPS(I)=DEPSdevP(I)+DEPSvolP
      ENDDO
      DO I=NDI+1,NTENS
      DEPS(I)=DEPSdevP(I)
      ENDDO

C
C      Plastic strain vector in configuration t+dt
      DO I=1,NTENS
      EPSPtt(I)=EPSPtt(I)+DEPS(I)

```

```

        ENDDO
C
C*****
C  UPDATES FOR NEXT STEP
C*****
C
200 continue
C
    DO I=1,NTENS
    STRESS(I)=T(I)
    END DO
C
C  Update state variables
C
    evoid=evoidtt
    p0=p0tt
    STATEV(1)=evoid
    STATEV(2)=p0
    DO I=3, NTENS+2
    STATEV(I)=EPSPtt(I)
    END DO
C
C-----
C  TRANSFER STRESS AND STRAIN TO CONVENTIONAL DEFINITION IN SOIL
C  MECHANICS (COMPRESSION IS POSITIVE)
C-----
C
    DO N=1,NTENS
    STRESS(N) = -STRESS(N)
    STRAN(N)   = -STRAN(N)
    DSTRAN(N) = -DSTRAN(N)
    ENDDO
C
    RETURN
    END
C
C*****
C**                                UTILITY    SUBROUTINES                                **
C*****
C
C
C
C
SUBROUTINE Kinitial(STRESS, T, DSTRAN, DEPS, STRAN, EPS, NTENS,NDI)
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
DIMENSION T(NTENS), STRESS(NTENS), DSTRAN(NTENS), DEPS(NTENS),
STRAN(NTENS), EPS(NTENS)
DO I=1, NTENS
T(I)=0.d0
ENDDO
DO I=1, NTENS
T(I)=STRESS(I)
ENDDO
DO I=1, NTENS
DEPS(I)=0.d0
ENDDO
DO I=1, NDI
DEPS(I)=DSTRAN(I)
ENDDO
DO I=NDI+1, NTENS
DEPS(I)=DSTRAN(I)/TWO
ENDDO
DO I=1, NTENS
EPS(I)=0.d0

```

```

ENDDO
DO I=1, NDI
EPS (I)=STRAN (I)
ENDDO
DO I=NDI+1, NTENS
EPS (I)=STRAN (I)/TWO
ENDDO
Return
END SUBROUTINE KInitial
C
C*****
C

SUBROUTINE KSpHDevS (SPHS, DEVS, STRESS, NTENS, NDI)
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
integer NTENS, NDI
DIMENSION SPHS (NTENS), DEVS (NTENS), STRESS (NTENS)
p=(STRESS (1)+STRESS (2)+STRESS (3))/THREE
DO I=1, NDI
SPHS (I)=p
ENDDO
DO I=NDI+1, NTENS
SPHS (I)=0.d0
ENDDO
DO I=1, NDI
DEVS (I)=STRESS (I)-p
ENDDO
DO I=NDI+1, NTENS
DEVS (I)=STRESS (I)
ENDDO
Return
END SUBROUTINE KSpHDevS
C
C*****
C

SUBROUTINE KVolDevSTRAN (STRANvol, STRANvolm, STRANdev, STRANq1,
1 STRANq, STRAN, NTENS, NDI)
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
integer NTENS, NDI
DIMENSION STRANvolm (NTENS), STRANdev (NTENS),
1 STRAN (NTENS)
STRANvol=0.d0
DO I=1, NDI
STRANvol=STRANvol+STRAN (I)
END DO
DO I=1, NDI
STRANvolm (I)=STRANvol/THREE
ENDDO
DO I=NDI+1, NTENS
STRANvolm (I)=0.d0
ENDDO
DO I=1, NDI
STRANdev (I)=STRAN (I)-STRANvol/THREE
ENDDO
DO I=NDI+1, NTENS
STRANdev (I)=STRAN (I)
ENDDO
STRANq1=2*((STRAN (1)-STRAN (2))**2+(STRAN (2)-STRAN (3))**2+
1 (STRAN (3)-STRAN (1))**2)
DO I=NDI+1, NTENS
STRANq1=STRANq1+12*STRAN (I)**2
ENDDO
STRANq=1/3*SQR T (STRANq1)

```

```

Return
END SUBROUTINE KVolDevSTRAN
C
C*****
C
SUBROUTINE KSUMVec (VecS, Vec1, Vec2, NTENS)
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
integer NTENS
DIMENSION VecS (NTENS), Vec1 (NTENS), Vec2 (NTENS)
DO I=1, NTENS
VecS (I) =Vec1 (I) +Vec2 (I)
ENDDO
Return
END SUBROUTINE KSUMVec
C
C*****
C
SUBROUTINE KDIFVec (VecD, Vec1, Vec2, NTENS)
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
integer NTENS
DIMENSION VecD (NTENS), Vec1 (NTENS), Vec2 (NTENS)
DO I=1, NTENS
VecD (I) =Vec1 (I) -Vec2 (I)
END DO
Return
END SUBROUTINE KDIFVec
C
C*****

```

BIOGRAFIJA

Irena Basarić Ikodinović je rođena 1986. godine u Slavonskoj Požegi, u Hrvatskoj. Osnovnu školu završila je u Sopotu, a gimnaziju u Mladenovcu. Nosilac je Vukove diplome u osnovnoj školi i gimnaziji. Diplomirala je na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu 2011. godine na smeru za konstrukcije sa prosečnom ocenom 8.58. Nakon diplomiranja, upisuje doktorske studije na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu, 2011. godine. Položila je sve ispite sa prosečnom ocenom 10.00.

Od 2011. do 2014. godine je zaposlena na Departmanu za geotehniku, Rudarsko-geološkog fakulteta Univerziteta u Beogradu kao istraživač pripravnik u okviru projekta Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja – TR36014 pod nazivom "Geotehnički aspekti istraživanja i razvoja savremenih tehnologija građenja i sanacija deponija komunalnog otpada". Od 2014. godine je zaposlena na Katedri za geotehniku, Rudarsko-geološkog fakulteta Univerziteta u Beogradu, u zvanju asistenta na predmetima: Nauka o čvrstoći, Građevinske konstrukcije u geotehnici, Geostatički proračuni, Geostatički proračuni 2 i Fundiranje.

Do sada je kao autor ili koautor objavila više desetina naučnih i stručnih radova. Učesnik je brojnih naučnih i stručnih skupova iz oblasti građevine i geotehničkog inženjerstva. Kao član organizacionog odbora učestvovala je u organizaciji međunarodne konferencije ReSyLAB 2015. Pored naučnoistraživačkog rada, bavi se i stručnim radom u rešavanju različitih problema iz geotehnike učestvujući u izradi velikog broja geotehničkih elaborata i projekata.

Član je Srpskog društva za mehaniku tla i geotehničko inženjerstvo i Srpskog društva za mehaniku stena. Posедуje znanje engleskog, francuskog i španskog jezika. Udata je i živi u Beogradu.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Ирена Г. Басарић Икодиновић

Број индекса 905/2011

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Формулација конститутивног модела за комунални отпад и имплементација у методи коначних елемената

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, април 2021.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: Ирена Г. Басарић Икодиновић
Број индекса: 905/2011
Студијски програм: Грађевинарство
Наслов рада: **Формулација конститутивног модела за комунални
отпад и имплементација у методи коначних елемената**

Ментори: др Мирјана Вукићевић, редовни професор,
Универзитет у Београду, Грађевински факултет
др Драгослав Ракић, ванредни професор,
Универзитет у Београду, Рударско-геолошки факултет

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, април 2021.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Формулација конститутивног модела за комунални отпад и имплементација у методи коначних елемената

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)

2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)

3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)

5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)

6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.

Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, април 2021.

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.