

ANALIZA HIDROLOŠKIH I TERMOREGULACIONIH SVOJSTAVA ZELENIH KROVOVA KORIŠĆENJEM FIZIČKI ZASNOVANIH MODELA TRANSPORTA VODE I TOPLOTE KROZ NEZASIĆENU POROZNU SREDINU

Milica SEDAK, Filip STANIĆ, Željko VASILIC, Anja RANĐELOVIĆ
Građevinski fakultet u Beogradu

REZIME

Zeleni krovovi zbog svoje multifunkcionalnosti predstavljaju najčešće primenjivan vid prirodom inspirisanih rešenja koja za cilj imaju unapređivanje kvaliteta života u urbanim sredinama oponašanjem prirodnih uslova pre urbanizacije. U ovom radu su analizirane dve osnovne funkcije zelenih krovova, 1) ublaženje kišnog oticaja i 2) termoregulacija u unutrašnjosti objekta. Za potrebe analize ovih funkcija primenjen je uparen model transporta vode i toplote kroz nezasićenu poroznu sredinu. Model je za potrebe ovog rada razvijen u softverskom paketu Matlab, a baziran je na linearizaciji flukseva vode i toplote razvojem u Taylor-ov red, čime se dobija eksplicitna numerička šema za rešavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina drugog reda. Validacija ovog efikasnog fizički zasnovanog modela obavljena je poređenjem modeliranih rezultata sa osmotrenim vrednostima preuzetim iz literature koje se odnose na tlo bez vegetacije. Zatim je na hipotetičkom primeru ekstenzivnog i intenzivnog zelenog krova sprovedena analiza uticaja debljine supstrata i navodnjavanja na ublaženje maksimalnog dreniranog oticaja i smanjenje temperature na površini krovne konstrukcije. Može se zaključiti da sa porastom debljine supstrata raste retenzioni kapacitet zelenog krova, ublažava se drenirani oticaj kao i temperaturne oscilacije unutar supstrata. Takođe, navodnjavanje ima bitnu ulogu u pogledu termoregulacije jer povećana vlažnost supstrata direktno utiče na smanjenje temperature.

Podaci o prihvatanju članka

Primljen: 10.2.2023.

Ispravljen: 24.3.2023.

Prihvaćen: 2.4.2023.

Kontakt: fstanic@grf.bg.ac.rs

Cljučne reči: zeleni krovovi, porozna sredina, infiltracija, transport toplote

1. UVOD

Prirodom inspirisana rešenja, u koja spadaju i zeleni krovovi, za cilj imaju unapređivanje kvaliteta života u urbanim sredinama oponašanjem prirodnih uslova pre urbanizacije. Ovi multifunkcionalni sistemi omogućavaju već razvijenim gradskim sredinama da postanu prilagodljivije i otpornije na klimatske promene. Vrste i primena različitih prirodom inspirisanih rešenja prikazane su u [1], dok najnovije studije ukazuju na njihov pozitivan uticaj na zdravlje i blagostanje građana (<https://eupolis-project.eu/>).

Zeleni krovovi su najčešće primenjivan vid prirodom inspirisanih rešenja koji svojom multifunkcionalnošću utiču na: 1) smanjenje kišnog oticaja nastalog kao posledica intenzivne urbanizacije, 2) poboljšanje termalnog komfora u unutrašnjosti zgrade, 3) smanjenje efekta urbanog toplotnog ostrva, 3) poboljšanje biodiverziteta, 4) podsticaj urbane poljoprivrede, itd. Dve bitne funkcije zelenih krovova razmatrane u ovom radu su ublaženje kišnog oticaja [2, 3] i termoregulacija u unutrašnjosti objekta [4]. U poređenju sa konvencionalnim krovovima, ovi sistemi svojim retenzionim kapacitetom i vodoprovodljivošću ublažavaju i odlažu maksimalni kišni oticaj [5] čime se smanjuje opterećenje na kanalizacionu mrežu i štiti od urbanih poplava. Takođe, zadržavanjem vode unutar supstrata veći deo energije koja potiče od sunčeve radijacije troši se na evapotranspiraciju dok se manji deo energije koristi za zagrevanje čestica supstrata [6, 7] zbog čega zeleni krovovi utiču i na poboljšanje energetske efikasnosti zgrade [4].

Da bi se dve pomenute funkcije adekvatno analizirale neophodno je matematički opisati i povezati kretanje

vode i toplote kroz nezasićenu poroznu sredinu - supstrat zelenog krova. To su usko povezani procesi koji utiču na maseni i energetski bilans razmatranog sloja tla, ali i na mnoge druge biološke procese [6, 7]. Pored transporta vode i toplote kroz supstrat zelenog krova, ključnu ulogu u energetskom i masenom (vodnom) bilansu ima i proces evapotranspiracije [8, 9]. Dakle, da bi se zeleni krovovi adekvatno analizirali sa hidrološkog aspekta i aspekta termalnog komfora, neophodno je upariti modele za transport vode i toplote kroz poroznu sredinu uzimajući u obzir i kretanje vodene pare usled atmosferskog isparavanja (evaporacija) i fizioloških procesa kod biljaka (transpiracija).

Gore pomenuti transportni procesi su za potrebe ovog rada modelirani u softverskom paketu Matlab koristeći neiterativni numerički postupak zasnovan na linearizaciji flukseva vode i toplote uz pomoć Taylor-ovog reda [10, 11]. Validacija modela je sprovedena na osnovu poređenja modeliranih rezultata sa merenim vrednostima evaporacije, vlažnosti i temperature zemljišta bez vegetacije preuzetim iz [12], a zatim su na hipotetičkom primeru zelenog krova analizirane njegove termoregulacione i hidrološke performanse u zavisnosti od debljine supstrata i režima navodnjavanja.

2. METODOLOGIJA

U nastavku su predstavljeni matematički modeli transporta vode i toplote kroz supstrat zelenog krova, kao i neiterativne numeričke šeme za njihovo rešavanje.

2.1 Modeliranje transporta vode kroz poroznu sredinu

Matematički model

Proces kretanja vode kroz nezasićenu poroznu sredinu u vertikalnom pravcu može se opisati kao promena stepena zasićenosti $S = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$ [-] u vremenu t [s] usled promene fluksa q_w [m/s] u vertikalnom pravcu z [m]:

$$(\theta_s - \theta_r) \frac{\partial S(z,t)}{\partial t} = - \frac{\partial q_w(z,t)}{\partial z} \tag{1}$$

gde su θ , θ_r i θ_s trenutna, rezidualna i maksimalna zapreminska vlažnost [-], pri čemu S varira između 0 i 1 za potpuno suvo ($\theta = \theta_r$) odnosno zasićeno zemljište ($\theta = \theta_s$). Fluks q_w se može izraziti pomoću Darcy-jeve jednačine za nezasićenu sredinu:

$$q_w = -K(S) \frac{\partial h_k(S)}{\partial z} + K(S) \tag{2}$$

gde je $h_k(S)$ kapilarni potencijal izražen u metrima [m], dok je $K(S)$ vodoprovodljivost nezasićenog zemljišta (poroznog materijala) [m/s]. Zavisnosti $h_k(S)$ i $K(S)$ definišu se pomoću analitičkih izraza Brooks & Corey [13] i Mualem [14]:

$$S = \left(\frac{h_k}{h_{k,a}} \right)^{-\lambda} \rightarrow h_k(S) = h_{k,a} S^{-\frac{1}{\lambda}} \tag{3}$$

$$K(S) = K_s S^{n+2+\frac{2}{\lambda}} \tag{4}$$

gde je $h_{k,a}$ najveća apsolutna vrednost kapilarnog potencijala [m] pri kojoj porozna sredina postaje zasićena, λ je empirijski bezdimenzionalni koeficijent [-] koji se odnosi na raspored veličina pora, n je empirijski bezdimenzionalni parametar [-] koji uzima u obzir povezanost pora, dok je K_s vrednost vodoprovodljivosti u zasićenom stanju (koeficijent filtracije) [m/s].

Zamenom jednačine (2) u jednačinu (1) dobija se standardni oblik Richards-ove nelinearne parcijalne diferencijalne jednačine drugog reda [15] za čiju nelinearnost su odgovorne hidrauličke karakteristike porozne sredine, $h_k(S)$ i $K(S)$ (jednačine 3 i 4). Kako bi se pomenuta nelinearnost ublažila, q_w se umesto Darcy-jevom jednačinom (2) može opisati i pomoću integralne funkcije Kirchhoff-ovog potencijala $\phi(h_k) = \int_{-\infty}^{h_k} K(h_k) dh_k$:

$$q_w = - \frac{\partial \phi(S)}{\partial z} + K(S) \tag{5}$$

$$\phi(S) = \phi_s S^{n+2+\frac{1}{\lambda}} \tag{6}$$

gde se jednačina (6) dobija zamenom jednačine (3) u gore pomenuti integral, pri čemu je $\phi_s = - \frac{K_s h_{k,a}}{(2+n)\lambda+1}$ Kirchhoff-ov potencijal [m²/s] u zasićenom stanju. Korišćenjem jednačine (5) umesto jednačine (2) dobijaju se tačnije vrednosti izvoda fluksa q_w po stepenu zasićenosti S , što je od značaja za primenu Ross-ovog numeričkog rešenja [10] koje je objašnjeno u nastavku.

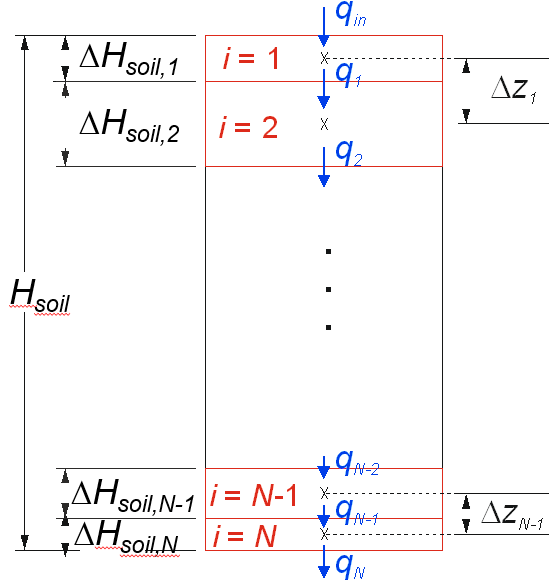
Numerički model

S obzirom da Richards-ova jednačina nema analitičko rešenje po nepoznatoj S , neophodno je rešavati je numerički. Diskretizacijom jednačine (2) po prostornoj i vremenskoj osi dobija se sledeći izraz:

$$(\theta_s - \theta_r) \frac{\Delta S_i^j}{\Delta t} = - \frac{\Delta q_{w,i}^{j-1/2}}{\Delta H_{soil,i}} = \frac{q_{w,i-1}^{j-1/2} - q_{w,i}^{j-1/2}}{\Delta H_{soil,i}} \tag{7}$$

gde je j brojač koji se odnosi na tekući vremenski korak, $i = 1$ do N je redni broj računске ćelije (Slika 1),

$\Delta H_{soil,i}$ je njena debljina, dok su $q_{w,i-1}^{j-1/2}$ i $q_{w,i}^{j-1/2}$ prosečne vrednosti ulaznog i izlaznog fluksa na intervalu Δt (između koraka $j-1$ i j).



Slika 1. Računska šema za proračun transporta vode i toplote kroz poroznu sredinu

Na osnovu računске šeme sa Slike 1, vrednosti ulaznog i izlaznog fluksa mogu se opisati jednačinom (5) u diskretnom obliku:

$$q_{w,i-1} = -\frac{\Delta\phi_{i-1}}{\Delta z_{i-1}} + \frac{K_{i-1}+K_i}{2} = \frac{\phi_{i-1}-\phi_i}{\Delta z_{i-1}} + \frac{K_{i-1}+K_i}{2} \quad (8)$$

$$q_{w,i} = -\frac{\Delta\phi_i}{\Delta z_i} + \frac{K_i+K_{i+1}}{2} = \frac{\phi_i-\phi_{i+1}}{\Delta z_i} + \frac{K_i+K_{i+1}}{2} \quad (9)$$

Ross-ova metoda [10] podrazumeva linearizaciju flukseva $q_{w,i-1}^{j-1/2}$ i $q_{w,i}^{j-1/2}$ u vremenu razvijanjem u Taylor-ov red na sledeći način:

$$q_{w,i}^{j-1/2} = q_{w,i}^{j-1} + 0.5 \left(\frac{\partial q_{w,i}}{\partial S_i} \right)^{j-1} \Delta S_i^j + \frac{\partial q_{w,i}}{\partial S_{i+1}} \left(\Delta S_{i+1}^j \right) \quad (10)$$

Slično, $q_{w,i-1}^{j-1/2}$ se može izraziti kao:

$$q_{w,i-1}^{j-1/2} = q_{w,i-1}^{j-1} + 0.5 \left(\frac{\partial q_{w,i-1}}{\partial S_{i-1}} \right)^{j-1} \Delta S_{i-1}^j + \frac{\partial q_{w,i-1}}{\partial S_i} \left(\Delta S_i^j \right) \quad (11)$$

Zamenom jednačina (10) i (11) u jednačinu (7) dobija se sledeći izraz:

$$-\frac{\partial q_{w,i-1}}{\partial S_{i-1}} \left(\Delta S_{i-1}^j \right)^{j-1} + \left(\frac{\partial q_{w,i}}{\partial S_i} \right)^{j-1} - \frac{\partial q_{w,i-1}}{\partial S_i} \left(\Delta S_i^j \right)^{j-1} + 2 \frac{\Delta H_{soil,i}}{\Delta t} (\theta_s - \theta_r) \Delta S_i^j + \frac{\partial q_{w,i}}{\partial S_{i+1}} \left(\Delta S_{i+1}^j \right)^{j-1} = 2(q_{w,i-1}^{j-1} - q_{w,i}^{j-1}) \quad (12)$$

koji se prigodnije može zapisati u sledećoj formi:

$$\alpha_i \Delta S_{i-1}^j + \beta_i \Delta S_i^j + \gamma_i \Delta S_{i+1}^j = B_i \quad (13)$$

U jednačinama (12) i (13) figurišu tri nepoznate vrednosti promene stepena zasićenosti u tekućem koraku j u tri uzastopna preseka ΔS_{i-1}^j , ΔS_i^j i ΔS_{i+1}^j , dok su ostali elementi jednačine (koeficijenti $\alpha_{w,i}$, $\beta_{w,i}$, $\gamma_{w,i}$ i $B_{w,i}$) poznati jer se određuju na osnovu vrednosti iz prethodnog vremenskog koraka ($j-1$). Ako se jednačina (13) napiše za svaki presek $i = 1$ do N (za $i = 1$ i $i = N$ se koriste granični uslovi na gornjoj i donjoj granici) formira se tridijagonalni sistem linearnih jednačina (jednačina 14) koji se rešava bez iteracija, pri čemu se kao rezultat dobijaju vrednosti promene stepena zasićenosti ΔS_i^j u svakom preseku i .

$$\begin{bmatrix} \beta_{w,1} & \gamma_{w,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{w,2} & \beta_{w,2} & \gamma_{w,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{w,N-1} & \beta_{w,N-1} & \gamma_{w,N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{w,N} & \beta_{w,N} \end{bmatrix}^{j-1} \times \begin{bmatrix} \Delta S_1^j \\ \Delta S_2^j \\ \dots \\ \Delta S_{N-1}^j \\ \Delta S_N^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{w,1} \\ B_{w,2} \\ \dots \\ B_{w,N-1} \\ B_{w,N} \end{bmatrix}^{j-1} \quad (14)$$

Konačno, vrednosti stepena zasićenosti u tekućem vremenskom koraku j se računaju kao:

$$S_i^j = S_i^{j-1} + \Delta S_i^j \quad (15)$$

Izvodi koji figurišu u jednačini (12) i koji definišu koeficijente $\alpha_{w,i}$, $\beta_{w,i}$ i $\gamma_{w,i}$, određuju se iz jednačina (8) i (9) na sledeći način:

$$\frac{\partial q_{w,i-1}}{\partial S_{i-1}} \left(\Delta S_{i-1}^j \right)^{j-1} = \frac{1}{\Delta z} \frac{d\phi_{i-1}}{dS_{i-1}} \left(\Delta S_{i-1}^j \right)^{j-1} + \frac{1}{2} \frac{dK_{i-1}}{dS_{i-1}} \left(\Delta S_{i-1}^j \right)^{j-1} \quad (16)$$

$$\frac{\partial q_{w,i-1}}{\partial S_i} \left(\Delta S_i^j \right)^{j-1} = -\frac{1}{\Delta z} \frac{d\phi_i}{dS_i} \left(\Delta S_i^j \right)^{j-1} + \frac{1}{2} \frac{dK_i}{dS_i} \left(\Delta S_i^j \right)^{j-1} \quad (17)$$

$$\frac{\partial q_{w,i}}{\partial S_i} \left(\Delta S_i^j \right)^{j-1} = \frac{1}{\Delta z} \frac{d\phi_i}{dS_i} \left(\Delta S_i^j \right)^{j-1} + \frac{1}{2} \frac{dK_i}{dS_i} \left(\Delta S_i^j \right)^{j-1} \quad (18)$$

$$\frac{\partial q_{w,i}}{\partial S_{i+1}} \left(\Delta S_{i+1}^j \right)^{j-1} = -\frac{1}{\Delta z} \frac{d\phi_{i+1}}{dS_{i+1}} \left(\Delta S_{i+1}^j \right)^{j-1} + \frac{1}{2} \frac{dK_{i+1}}{dS_{i+1}} \left(\Delta S_{i+1}^j \right)^{j-1} \quad (19)$$

pri čemu se vrednosti izvoda $\frac{d\phi}{dS}$ i $\frac{dK}{dS}$ analitički računaju iz jednačina (4) i (6):

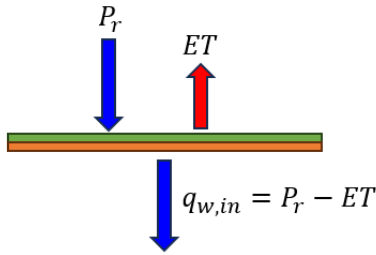
$$\frac{d\phi}{dS} = \left(n + 2 + \frac{1}{\lambda}\right) \phi_s S^{n+1+\frac{1}{\lambda}} \quad (20)$$

$$\frac{dK}{dS} = \left(n + 2 + \frac{2}{\lambda}\right) K_s S^{n+1+\frac{2}{\lambda}} \quad (21)$$

Konačno, korišćenjem jednačina (20) i (21) za opisivanje izvoda prikazanih jednačinama (16) do (19) dobijaju se izrazi za proračun koeficijenata $\alpha_{w,i}$, $\beta_{w,i}$, i $\gamma_{w,i}$. Da bi se rešio sistem linearnih jednačina (14) po nepoznatim ΔS_i^j neophodno je definisati granične uslove na gornjoj i donjoj granici što je opisano u nastavku.

Gornji granični uslov

U slučaju zelenog krova granični uslov na gornjoj granici je najčešće definisan ulazni fluks $q_{w,in} = P_r - ET$ [m/s] koji predstavlja zbirni uticaj intenziteta padavina (P_r) i evapotranspiracije (ET) – Slika 2.



Slika 2. Šematski prikaz vodnog bilansa na gornjoj granici

Ukoliko je vrednost intenziteta padavina veća od intenziteta evapotranspiracije $q_{w,in} > 0$, dok je u suprotnom $q_{w,in} < 0$. Za razliku od vrednosti P_r koja predstavlja unapred definisani intenzitet kiše ili navodnjavanja, vrednost ET [m/s] se računa na sledeći način:

$$ET = \frac{\rho_a c_p e_s - e_a}{\rho_w L \gamma r_a + r_s} \quad (22)$$

gde su r_a i r_s aerodinamički i površinski otpori pri isparavanju [s/m], $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ je gustina vode, $\rho_a = \frac{1}{0.287} \frac{p_{atm}}{T_a}$ je gustina vazduha [kg/m^3] koja zavisi od atmosferskog pritiska p_{atm} [kPa] i temperature vazduha T_a [K], $c_p = 1013 \text{ J/kg/K}$ je specifična toplota vazduha, $L = 2.45 \times 10^6 \text{ J/kg}$ je latentna toplota isparavanja (energija potrebna za isparavanje jednog litra vode), $\gamma = \frac{c_p p_{atm}}{0.622 L}$ je psihometrijska konstanta, dok su e_s i e_a stvarni naponi vodene pare u površinskom

slaju zemljišta i vazduhu [kPa] koji se računaju kao proizvod napona zasićene vodene pare $e_{sat}(T)$ i relativne zasićenosti vodenom parom [-] zemljišta (H_s), odnosno vazduha (H_a):

$$e_{sat}(T) = 0.6108 e^{\frac{17.27(T-273.15)}{T-273.15+237.3}} \quad (23)$$

$$e_s = e_{sat}(T_{s,top}) H_s = e_{sat}(T_{s,top}) e^{\frac{M_w g h_{top}}{R T_{s,top}}} \quad (24)$$

$$e_a = e_{sat}(T_a) H_a = e_{sat}(T_a) \frac{RH}{100} \quad (25)$$

pri čemu je RH relativna vlažnost vazduha [%], $M_w = 0.018 \text{ kg/mol}$ molarna masa vode, $R = 8.314 \text{ J/mol/K}$ je gasna konstanta, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ je gravitaciono ubrzanje, h_{top} je kapilarni potencijal na površini zemljišta [m], dok je $T_{s,top}$ temperatura na površini zemljišta [K]. Za proračun ET neophodno je odrediti i otpore pri isparavanju r_a i r_s prema preporukama FAO [16]:

$$r_a = \frac{\ln\left(\frac{z_m - d}{z_{om}}\right) \ln\left(\frac{z_h - d}{z_{oh}}\right)}{k^2 u(z_m)} = \frac{coef}{u(z_m)} \quad (26)$$

$$r_s = \frac{r_i}{0.5 LAI} \quad (27)$$

gde je u brzina vetra [m/s], z_m i z_h visine [m] na kojima se sprovode merenja brzine vetra i relativne vlažnosti vazduha (najčešće $z_m = z_h = 2 \text{ m}$), $k = 0.41$ je von Karman-ova bezdimenzionalna konstanta, dok su $d = 2/3 h_{veg}$, $z_{om} = 0.123 h_{veg}$ i $z_{oh} = 0.1 z_{om}$ pomoćne veličine u [m] koje se mogu izraziti u funkciji od visine vegetacije h_{veg} [m]. U jednačini (27) osim prosečnog otpora isparavanju pojedinačnog lista r_i [s/m] figuriše i veličina LAI (Leaf Area Index) [-] koja predstavlja prosečnu površinu lišća po jedinici površine zemljišta, a čija se vrednost takođe može proceniti na osnovu visine vegetacije kao $LAI = 24 h_{veg}$, gde se h_{veg} unosi u [m]. Uzimajući u obzir sve navedeno, za 12 cm visoku travu ($h_{veg} = 0.12 \text{ m}$), meteorološka merenja sprovedena na 2 m iznad površine terena ($z_m = z_h = 2 \text{ m}$) i procenjenu vrednost $r_i = 100 \text{ s/m}$, dobijaju se referentne vrednosti $r_a = 208/u$ i $r_s = 70 \text{ s/m}$ koje se koriste u metodi Penman-Monteith [16, 17].

Nakon proračuna vrednosti ET , a samim tim i vrednosti ulaznog fluksa $q_{w,in}$, jednačina (12) se može napisati za presek $i = 1$ imajući u vidu da ne postoje članovi sa indeksom $i - 1$:

$$\left(\frac{\partial q_{w,1}}{\partial S_1}\right)^{j-1} + 2 \frac{\Delta H_{soil,1}}{\Delta t} (\theta_s - \theta_r) \Delta S_1^j + \frac{\partial q_{w,1}}{\partial S_2} \Big|^{j-1} \Delta S_2^j = 2(q_{w,in}^j - q_{w,1}^{j-1}) \quad (28)$$

Donji granični uslov

Zeleni krovovi se najčešće dreniraju kroz sloj visokopropusnog geotekstila u "drenažne rezervoare" sa slobodnom površinom čije je dno blago nagnuto tako da prikupljenu vodu sprovodi do oluka. Zbog toga se donji granični uslov najčešće definiše kao „slobodno dreniranje“ koje podrazumeva atmosferski pritisak na donjoj ivici supstrata. To znači da u slučaju fluksa $q_{w,N}$ ne postoji komponenta uslovljena gradijentom kapilarnog potencijala ($\frac{\partial h_k(S)}{\partial z}\Big|_{z=H} = 0$ u jednačini 2 ili $\frac{\partial \phi(S)}{\partial z}\Big|_{z=H} = 0$ u jednačini 5), pa je $q_{w,N} = K_N$. Imajući u vidu da za poslednji presek ne postoje članovi sa indeksom $i + 1$, jednačina (12) za $i = N$ ima sledeći oblik:

$$-\frac{\partial q_{w,N-1}}{\partial S_{N-1}}\Big|^{j-1} \Delta S_{N-1}^j + \left(\frac{\partial K_N}{\partial S_N}\Big|^{j-1} - \frac{\partial q_{w,N-1}}{\partial S_N}\Big|^{j-1} + 2\frac{\Delta H_{soil,N}}{\Delta t}(\theta_s - \theta_r)\right) \Delta S_N^j = 2(q_{w,N-1}^{j-1} - K_N^{j-1}) \quad (29)$$

2.2 Modeliranje transporta toplote**Matematički model**

Vertikalni transport toplote kroz nezasićenu poroznu sredinu se takođe opisuje parcijalnom diferencijalnom jednačinom drugog reda (jednačina difuzije) gde promena temperature T [K] nezasićene sredine u vremenu t nastaje usled promene toplotnog fluksa q_h [W/m/K] duž vertikalne ose z [m]:

$$C_h(S) \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial q_h(z,t)}{\partial z} \quad (30)$$

pri čemu je $C_h(S)$ toplotna kapacitivnost zemljišta [$J/m^3/K$] koja zavisi od stepena zasićenosti S i predstavlja količinu energije koja je neophodna za nastanak jedinične temperaturne promene po jedinici zapremine. Toplotni fluks q_h izazvan je temperaturnim gradijentom usled čega se toplota kreće u pravcu smanjenja temperature i opisuje se sledećom jednačinom:

$$q_h = -\lambda_h(S) \frac{\partial T}{\partial z} \quad (31)$$

gde je $\frac{\partial T}{\partial z}$ temperaturni gradijent po dubini zemljišta [K/m], dok $\lambda_h(S)$ predstavlja toplotnu konduktivnost (provodljivost) zemljišta [W/K/m] koja takođe zavisi od S . Zamenom jednačine (31) u jednačinu (30) dobija se parcijalna diferencijalna jednačina drugog reda koja opisuje transport toplote kroz poroznu sredinu. Treba napomenuti da C_h i λ_h zavise i od stepena zasićenosti S i od temperature zemljišta T , s tim što je zavisnost od S mnogo izraženija [6] pa se u ovom radu zbog jednostavnosti proračuna zanemaruje uticaj temperature.

Da bi se napravila funkcionalna veza između karakteristika C_h i λ_h i stepena zasićenosti S , neophodno je posmatrati zemljište kao mešavinu čestica kvarca, gline, organske materije, vode i vazduha [7]. Dakle, vrednosti λ_h i C_h zavise od termoregulacionih karakteristika pojedinačnih komponenti koje sačinjavaju zemljište ($p = 1$ do 5 u Tabeli 1), kao i od njihovih zapreminskih zastupljenosti f_p [-]:

$$C_h = \sum_{p=1}^5 f_p C_{h,p} \quad (32)$$

$$\lambda_h = \frac{\sum_{p=1}^5 k_p f_p \lambda_{h,p}}{\sum_{p=1}^5 k_p f_p} \quad (33)$$

gde je k_p vrednost težinskog faktora [-] za svaku od pomenutih komponenti, a računa se na osnovu sledećeg izraza:

$$k_p = \frac{0.667}{1+g_p\left(\frac{\lambda_p}{\lambda_w}-1\right)} + \frac{0.333}{1+(1-2g_p)\left(\frac{\lambda_p}{\lambda_w}-1\right)} \quad (34)$$

dok je g_p faktor oblika [-] čestica čije su vrednosti za svaku od komponenti zemljišta date u Tabeli 1. Treba napomenuti da je zapreminska zastupljenost vode jednaka vlažnosti, odnosno $f_4 = (\theta_s - \theta_r)S$, dok je zapreminska zastupljenost vazduha $f_5 = (\theta_s - \theta_r)(1 - S)$.

Tabela 1. Osnovni podaci o komponentama tla neohodnim za proračun C_h i λ_h [7]

	Komponente tla			
	p	$C_{h,p}$ [$10^6 \frac{J}{K m^3}$]	$\lambda_{h,p}$ [$\frac{W}{mK}$]	g_p
Pesak	1	2.13	8.8	0.144
Glina	2	2.39	2.92	0.00
Org. mat.	3	2.45	0.25	0.50
Voda	4	4.18	0.57	0.144
Vazd.	5	1.21	$0.025 + \frac{f_4}{\theta_{wet}} - 0.074$, za $f_4 < \theta_{wet}^*$	$0.333 - \frac{f_5}{(\theta_s - \theta_r)} (0.333 - 0.035)$

*najčešće se usvaja $\theta_{wet} = 0.05$

Iz Tabele 1 uočavamo da je toplotna konduktivnost najveća za čestice peska i gline, nešto manja za organsku materiju i vodu, a najmanja za vazduh. Vrednost konduktivnosti za čestice čvrste faze je relativno visoka, dok je za vazduh skoro zanemarljiva, zbog čega vazduh predstavlja izolator. S obzirom da vazduh slabo provodi toplotu (malo λ_h), ona se kod suvog zemljišta provodi mahom kroz čestice čvrste faze preko relativno malih kontaktnih površina između zrna zbog čega dolazi do značajnog zagrevanja. Sa

povećanjem vlažnosti povećava se i kontaktna površinu između čestica tla jer se voda primarno koncentriše u najužim delovima pora uz čestice čvrste faze, što rezultira značajno manjim zagrevanjem tla zbog većih vrednosti λ_h i C_h .

Numerički model

Slično kao Richards-ova jednačina, i jednačina transporta toplote kroz zemljište (jednačina 30) se može diskretizovati na sledeći način:

$$C_h \frac{\Delta T_i^j}{\Delta t} = \frac{q_{h,i-1}^{j-1/2} - q_{h,i}^{j-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \quad (35)$$

gde su $q_{h,i-1}^{j-1/2}$ i $q_{h,i}^{j-1/2}$ prosečne vrednosti ulaznog i izlaznog toplotnog fluksa [W/m^2] na intervalu Δt (između koraka $j-1$ i j), dok je ΔT_i^j promena temperature u ćeliji i u vremenskom intervalu Δt . Na osnovu jednačine (31) koja opisuje nastajanje toplotnog fluksa usled temperaturnog gradijenta, q_h se u diskretnom obliku može napisati kao:

$$q_{h,i-1} = \lambda_{h,i-1} \frac{T_{i-1} - T_i}{\Delta z_{i-1}} \quad (36)$$

$$q_{h,i} = \lambda_{h,i} \frac{T_i - T_{i+1}}{\Delta z_i} \quad (37)$$

Prateći logiku primenjenu u slučaju transporta vode, toplotni fluksevi koji ulaze i izlaze iz računске ćelije i se prikazuju razvojem u Taylor-ov red:

$$q_{h,i}^{j-1/2} = q_{h,i}^{j-1} + 0.5 \left(\frac{\partial q_{h,i}}{\partial T_i} \right)^{j-1} \Delta T_i^j + \frac{\partial q_{h,i}}{\partial T_{i+1}} \Big|^{j-1} \Delta T_{i+1}^j \quad (38)$$

$$q_{h,i-1}^{j-1/2} = q_{h,i-1}^{j-1} + 0.5 \left(\frac{\partial q_{h,i-1}}{\partial T_{i-1}} \right)^{j-1} \Delta T_{i-1}^j + \frac{\partial q_{h,i-1}}{\partial T_i} \Big|^{j-1} \Delta T_i^j \quad (39)$$

Ubacivanjem jednačina (38) i (39) u jednačinu (35) nakon sređivanja izraza dobija se:

$$-\frac{\partial q_{h,i-1}}{\partial T_{i-1}} \Big|^{j-1} \Delta T_{i-1}^j + \left(\frac{\partial q_{h,i}}{\partial T_i} \right)^{j-1} - \frac{\partial q_{h,i-1}}{\partial T_i} \Big|^{j-1} + 2C_{h,i} \frac{\Delta H_{soil,i}}{\Delta t} \Delta T_i^j + \frac{\partial q_{h,i}}{\partial T_{i+1}} \Big|^{j-1} \Delta T_{i+1}^j = 2(q_{h,i-1}^{j-1} - q_{h,i}^{j-1}) \quad (40)$$

Jednačina (40) se može zapisati u sledećem obliku:

$$\alpha_{h,i} \Delta T_{i-1}^j + \beta_{h,i} \Delta T_i^j + \gamma_{h,i} \Delta T_{i+1}^j = B_{h,i} \quad (41)$$

gde ΔT_{i-1}^j , ΔT_i^j i ΔT_{i+1}^j predstavljaju nepoznate vrednosti promene temperature tla u tekućem

vremenskom koraku j u tri uzastopna preseka $i-1$, i i $i+1$, dok se koeficijenti $\alpha_{h,i}$, $\beta_{h,i}$, $\gamma_{h,i}$ i $B_{h,i}$ kao i u slučaju transporta vode eksplicitno određuju na osnovu veličina iz prethodnog vremenskog koraka ($j-1$). Kada se jednačina (40) napiše za $i = 1:N$, uz male modifikacije za $i = 1$ i $i = N$ zbog graničnih uslova, dobija se tridijagonalni sistem od N linearnih jednačina sa N nepozantih vrednosti ΔT_i^j koji u matricnoj formi ima sledeći oblik:

$$\begin{bmatrix} \beta_{h,1} & \gamma_{h,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{h,2} & \beta_{h,2} & \gamma_{h,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{h,N-1} & \beta_{h,N-1} & \gamma_{h,N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{h,N} & \beta_{h,N} \end{bmatrix}^{j-1} \times \begin{bmatrix} \Delta T_1^j \\ \Delta T_2^j \\ \dots \\ \Delta T_{N-1}^j \\ \Delta T_N^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{h,1} \\ B_{h,2} \\ \dots \\ B_{h,N-1} \\ B_{h,N} \end{bmatrix}^{j-1} \quad (42)$$

Konačno, nepoznate vrednosti temperature u tekućem vremenskom koraku se računaju kao:

$$T_i^j = T_i^{j-1} + \Delta T_i^j \quad (43)$$

S obzirom da vrednosti λ_i ne zavise od temperature već samo od vlažnosti zemljišta, izvodi kojima se definišu koeficijenti $\alpha_{h,i}$, $\beta_{h,i}$, $\gamma_{h,i}$ (videti jednačine 40 i 41) imaju krajnje jednostavnu formu:

$$\frac{\partial q_{h,i-1}}{\partial T_{i-1}} \Big|^{j-1} = \frac{\lambda_{h,i-1}}{\Delta z_{i-1}} \quad (44)$$

$$\frac{\partial q_{h,i-1}}{\partial T_i} \Big|^{j-1} = -\frac{\lambda_{h,i-1}}{\Delta z_{i-1}} \quad (45)$$

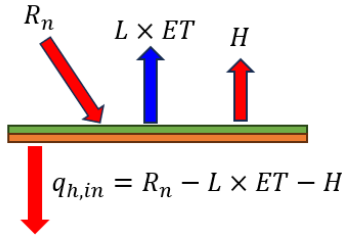
$$\frac{\partial q_{h,i}}{\partial T_i} \Big|^{j-1} = \frac{\lambda_{h,i}}{\Delta z_i} \quad (46)$$

$$\frac{\partial q_{h,i}}{\partial T_{i+1}} \Big|^{j-1} = -\frac{\lambda_{h,i}}{\Delta z_i} \quad (47)$$

Kao i kod transporta vode, da bi se rešio sistem linearnih jednačina (42) neophodno je definisati granične uslove što je objašnjeno u nastavku.

Gornji granični uslov

Slično kao kod modela transporta vode, i ovde se gornji granični uslov definiše na osnovu bilansne jednačine za kontaktni sloj tlo-atmosfera što je šematski prikazano na Slici 3.



Slika 3. Šematski prikaz energetskog bilansa na gornjoj granici

gde je R_n neto radijacija [W/m^2] koja je najčešće merena ulazna veličina, $L \times ET$ je latentni toplotni fluks [W/m^2] sa površine tla koji predstavlja razmenu energije kroz fluks vodene pare koji se određuje množenjem sračunate vrednosti ET (jednačina 22) sa $L\rho_w$ ($2.45 \times 10^9 \text{ J}/\text{m}^3$), dok je H energetski fluks [W/m^2] kojim se vrši razmena toplote između prizemnog sloja atmosfere i površinskog sloja zemljišta koji se računa na osnovu razlike u temperaturi na površini tla $T_{s,top}$ [K] i u vazduhu T_a [K] na sledeći način:

$$H = \rho_a c_p \frac{T_{s,top} - T_a}{r_a} \quad (48)$$

Konačno, ulazni fluks na gornjoj granici se određuje kao $q_{h,in} = R_n - L \times ET - H$, dok jednačina (40) za presek $i = 1$ ima sledeći oblik:

$$\left(\frac{\partial q_{h,1}}{\partial T_1} \right)^{j-1} + 2C_{h,1}^j \frac{\Delta H_{soil,1}}{\Delta t} \Delta T_1^j + \frac{\partial q_{h,1}}{\partial T_2} \Delta T_2^j = 2(q_{h,in}^{j-1} - q_{h,1}^{j-1}) \quad (49)$$

Donji granični uslov

Pod pretpostavkom da se temperatura na dnu supstrata (T_N) gotovo trenutno preslikava na krovnu konstrukciju (T_{bott}), razlika u dvema temperaturama je nula što znači da je toplotni fluks za poslednji presek $i = N$ takođe jednak nuli, $q_N = \frac{\lambda_N}{\Delta z_N} (T_N - T_{bott}) = 0$. Imajući u vidu da za presek $i = N$ ne postoje članovi $i + 1$, jednačina (40) se može napisati u sledećem obliku:

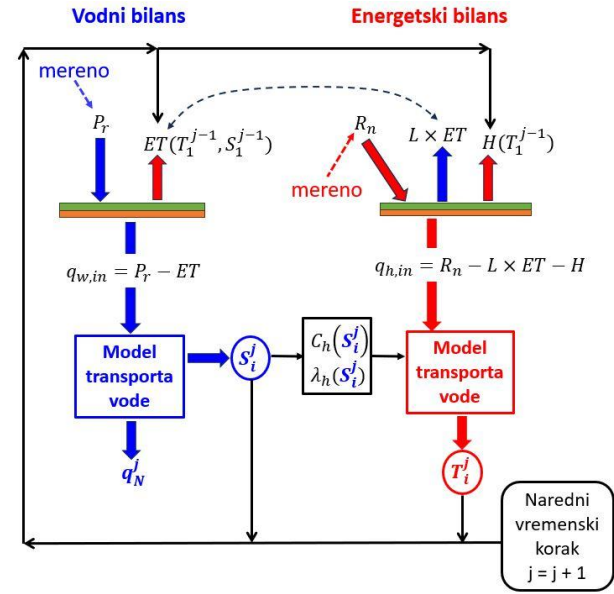
$$-\frac{\partial q_{h,N-1}}{\partial T_{N-1}} \Delta T_{N-1}^j + \left(\frac{\partial q_{h,N}}{\partial T_N} \right)^{j-1} - \frac{\partial q_{h,N-1}}{\partial T_N} \Delta T_{N-1}^j + 2C_{h,N}^j \frac{\Delta H_{soil,N}}{\Delta t} \Delta T_N^j = 2q_{h,N-1}^{j-1} \quad (50)$$

2.3 Kombinovanje modela transporta vode i toplote kroz poroznu sredinu

U prethodnim poglavljima su opisani matematički modeli transporta vode i toplote kroz poroznu sredinu,

kao i numeričke šeme za njihovo rešavanje, dok je u ovom poglavlju predstavljen računski algoritam pomoću kojeg se ostvaruje veza između ova dva modela. Na Slici 4 su šematski prikazani koraci proračuna, pri čemu se kao ulazni podaci koriste sledeće merene veličine:

- Intenzitet padavina (navodnjavanja) P_r [m/s]
- Temperatura vazduha T_a [K]
- Relativna vlažnost vazduha H_a [-]
- Neto radijacija R_n [W/m^2]
- Brzina vetra u [m/s]



Slika 4. Šematski prikaz algoritma proračuna

Na osnovu merenih ulaznih veličina u tekućem vremenskom koraku j (T_a^j , H_a^j , u^j) i poznatih vrednosti stepena zasićenosti S_1^{j-1} i temperature na površini tla $T_{s,top} = T_1^{j-1}$ iz prethodnog vremenskog koraka ($j-1$), može se uz pomoć jednačine (22) sračunati vrednost ET . Zatim se na osnovu jednačine vodnog bilansa može sračunati fluks na gornjoj granici $q_{w,in} = P_r - ET$ koji predstavlja ulaz za model transporta vode (gornji granični uslov). Kao rezultat modela dobijaju se vrednosti stepena zasićenosti po dubini supstrata S_i^j , kao i vrednost dreniranog oticaja $q_{w,N}^j = K_N^j$. Na osnovu dobijenih vrednosti S_i^j mogu se odrediti termoregulacione karakteristike tla ($C_{h,i}^j$ i $\lambda_{h,i}^j$ – jednačine 32 i 33) koje predstavljaju jedan od ulaza za model transporta toplote, dok drugi ulaz predstavlja toplotni fluks na gornjoj granici $q_{h,in} = R_n - L \times ET - H$

gde se H računa na osnovu jednačine (48) koristeći vrednosti T_a^j i $T_{s,top} = T_1^{j-1}$. Konačno, primenom modela transporta toplote kao rezultat se dobijaju vrednosti temperature tla T_i^j u tekućem vremenskom koraku j i svim računskim presecima i , a zatim se novodobijene vrednosti S_i^j i T_i^j koriste za proračun u narednom vremenskom koraku $j+1$. Treba napomenuti da se za prvi vremenski korak $j = 1$ koriste unapred definisane početne vrednosti stepena zasićenosti (S_i^0) i temperature tla (T_i^0).

3. VALIDACIJA MODELA

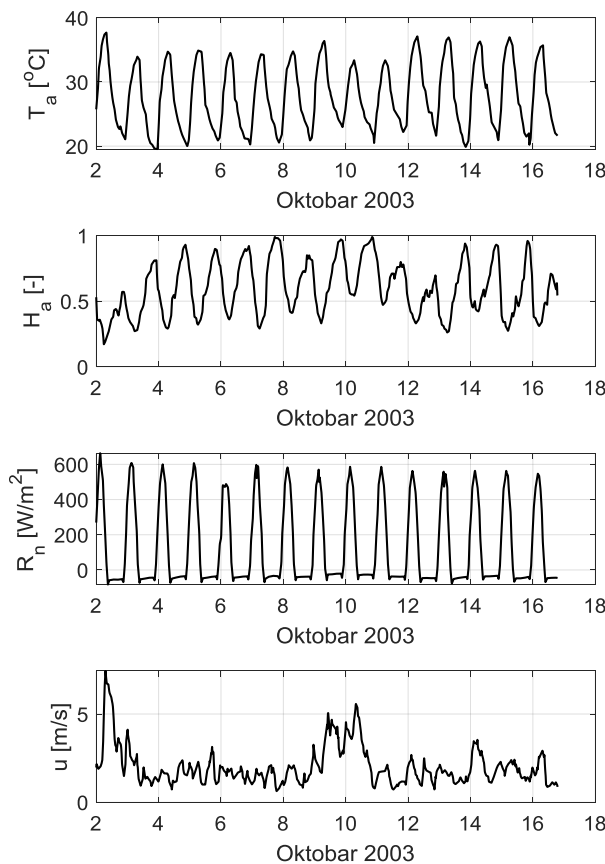
U svrhu validacije predstavljenog modela rezultati dobijeni proračunom poređeni su sa merenim vrednostima evaporacije, temperature i vlažnosti površinskog sloja tla preuzetim iz [12]. Tlo razmatrano u [12] nije supstrat zelenog krova već 1 m dubok sloj ilovače koja se nalazi na Univerzitetu u Kaliforniji (UCDREC- University of California Desert Research and Extension Center) gde je obavljen detaljan monitoring različitih veličina tokom sušenja inicijalno vlažnog tla u periodu od 2. do 17. oktobra 2003. godine. Tlo je relativno velike poroznosti 0.56 i male gustine u suvom stanju 1160 kg/m^3 , pri čemu u masenom procentu sadrži 40% peskovitih čestica, 20% gline i 40% organske materije.

Za potrebe istraživanja vršena su merenja različitih veličina, pri čemu su temperatura vazduha (T_a), relativna vlažnost vazduha (H_a), neto radijacija (R_n) i brzina vetra (u) korišćene kao ulazne veličine za predstavljeni model – Slika 5.

Jednačinama (26) i (27) su definisane otpotnosti pri isparavanju za zemljišta sa vegetacijom ($h_{veg} > 0.0$) prema preporukama iz [16]. U odsustvu vegetacije jednačina (22) opisuje samo proces evaporacije sa površine tla, pri čemu je neophodno modifikovati izraze za proračun r_a i r_s koji nisu primenljivi $h_{veg} = 0$. U tom slučaju se vrednost $r_a = \frac{coef}{u}$ (jednačina 26) određuje kalibrisanjem parametra $coef$, dok se r_s može odrediti na osnovu empirijskog izraza iz [12]:

$$r_s = 10e^{35.63(\theta_c - (\theta_s - \theta_r)S_{top})} \quad (51)$$

gde je S_{top} je stepen zasićenosti [-] na površini tla, dok je θ_c karakteristična vrednost vlažnosti [-] koja je takođe predmet kalibracije. Jednačina (51) jasno ukazuje da sa smanjenjem vlažnosti na površini tla raste površinska otpornost pri isparavanju.



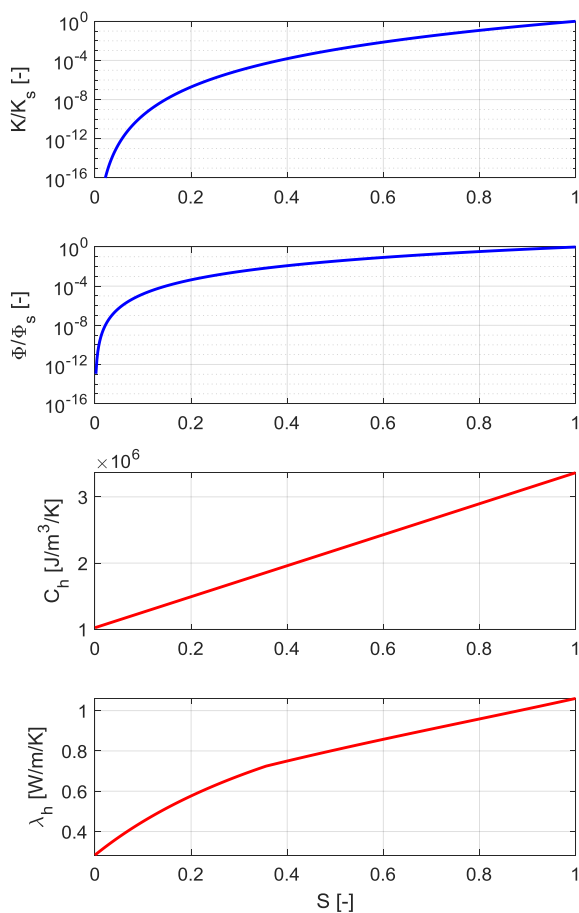
Slika 5. Pregled dijagrama merenih veličina redom od vrha ka dnu: temperatura vazduha, vlažnost vazduha, neto radijacija, brzina vetra

U svrhu postizanja što boljeg slaganja između modeliranih i merenih vrednosti neophodno je kalibrisati parametre koji opisuju hidrauličke i toplotne karakteristike tla. S obzirom da su u [12] korišćene stepene funkcije slične jednačinama (3) i (4), vrednosti parametara λ , h_{ka} i K_s su sračunate na osnovu krivih korišćenih u [12], dok su eksperimentalno dobijene vrednosti usvojene za θ_s i f_1, f_2 i f_3 . Vrednosti dodatnih parametara modela (n , $coef$ i θ_c) su ručno kalibrisane (označene sivom bojom u Tabeli 2), a usvojene karakteristike zemljišta su grafički prikazane na Slici 6.

Nakon definisanja početnih vrednosti vlažnosti ($\theta_0 = 0.33$) i temperature tla ($T_0 = 31.0 \text{ °C}$), proračun se obavlja prateći korake opisane u poglavlju 2.3 i na Slici 4. Vremenska diskretizacija korišćena u ovom radu je $\Delta t = 120 \text{ s}$, dok je za prostornu diskretizaciju korišćeno 10 preseka od kojih je polovina iskorišćena za prvih 20 cm ispod površine tla, dok je druga polovina iskorišćena za preostalih 80 cm računskog domena. Merene

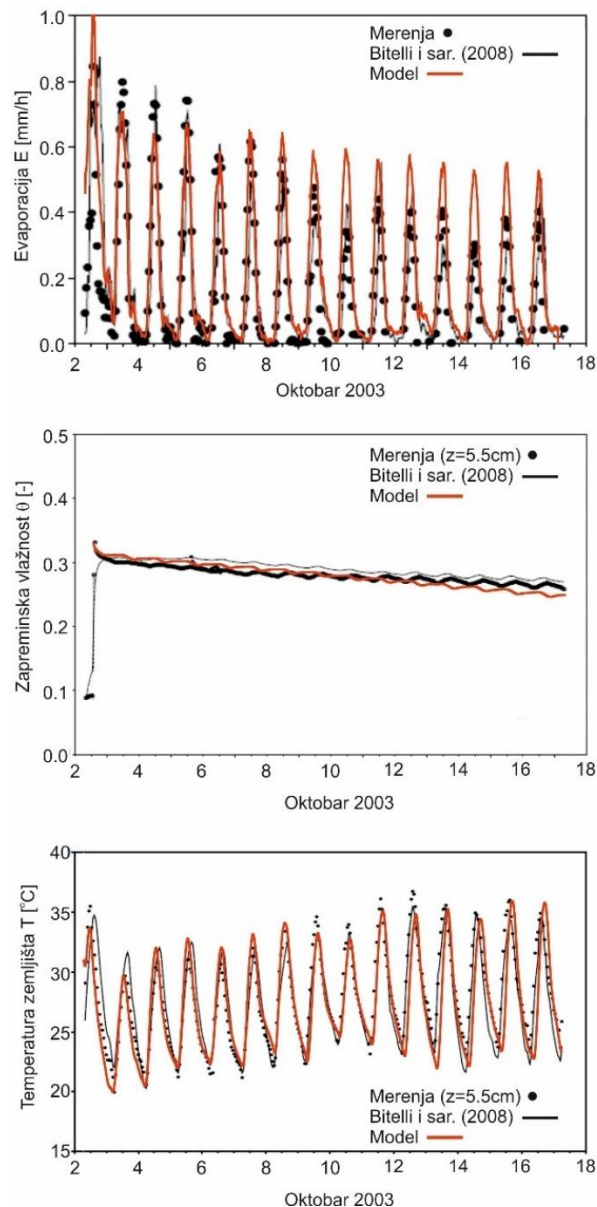
Tabela 2. Kalibrisane vrednosti parametara modela

Parametar	Vrednost	Jedinice
f_1	0.176	-
f_2	0.088	-
f_3	0.176	-
θ_s	0.56	-
θ_r	0.0	-
h_{ka}	-0.23	m
λ	0.208	-
K_s	7.41×10^{-5}	m/s
n	-2.0	-
$coef$	250	-
θ_c	0.33	-



Slika 6. Grafički prikaz kalibrisanih vrednosti parametara modela u funkciji od stepena zasićenosti S , redom od gore na dole: Relativna vodoprovodljivost K/K_s - jednačina (4); Relativna vrednost Kirchhoff-ovog potencijala ϕ/ϕ_s - jednačina (6); Zapremski toplotni kapacitet C_h - jednačina (32); Toplotna konduktivnost λ_h - jednačina (33)

vrednosti i vrednosti dobijene primenom predstavljenog modela su prikazane na Slici 7 gde su crvenom bojom prikazani rezultati proračuna, dok su tačkama prikazane merene vrednosti. Upoređujući merene i modelirane vrednosti vlažnosti i temperature tla na dubini 5.5 cm (Slika 7 – sredina, dole), kao i sračunate i osmotrene vrednosti evaporacije (Slika 7 – gore), uočava se dobro slaganje.



Slika 7. Poređenje rezultata merenja (tačke) i modela (crvena linija) za sledeće veličine: Gore – evaporacija; Sredina – zapremska vlažnost na dubini od 5.5 cm; Dole – temperatura tla na dubini od 5.5 cm

Evidentno je da sa opadanjem vlažnosti zemljišta temperatura tla ima tendenciju rasta, a evaporacija tendenciju opadanja. Pri smanjenoj vlažnosti tla pore postaju ispunjene vazduhom koji ima svojstva izolatora, a toplota se dominantno prenosi kroz skelet tla preko kontaktnih površina između zrna. Što je više vazduha u zemljištu to je manje toplote potrebno da se ono zagreje, a istovremeno i njegova toplotna provodljivost opada pa samim tim i temperatura zemljišta postepeno raste. Takođe, nedostatak vode u tlu praćen je opadanjem kapilarnog potencijala na površini tla, odnosno smanjenom vrednošću H_s koja direktno utiče na smanjenje evaporacije.

4. ANALIZA UTICAJA HIDROLOŠKIH I TERMOREGULACIONIH SVOJSTAVA ZELENOG KROVA

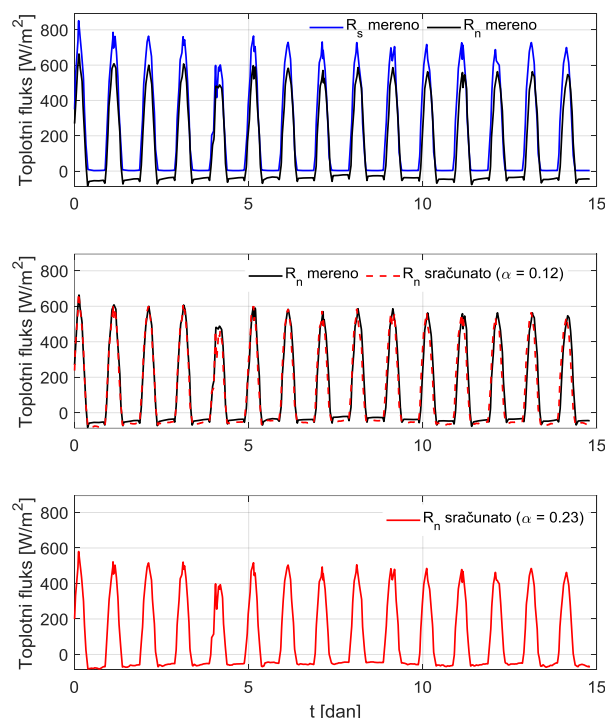
Nakon validacije kojom je utvrđena pouzdanost prikazanog modela, isti se dalje koristi za analizu uticaja zelenih krovova na ublaženje oticaja i redukciju temperature na kontaktu sa krovnom konstrukcijom. U ovom poglavlju su analizirani hipotetički primeri ekstenzivnog ($H = 20$ cm) i intenzivnog zelenog krova ($H = 60$ cm) u slučaju sa i bez navodnjavanja, pri čemu su kao ulazni parametri korišćene vrednosti iz Tabele 2 kao i merene ulazne veličine sa Slike 5 uz modifikovane vrednosti neto radijacije R_n .

S obzirom da vrednosti R_n u mnogome zavise od površine iznad koje se obavljaju merenja zbog koeficijenta refleksije (albedo) α [-], jasno je da će kod vlažne trave biti značajniji udeo reflektovane solarne radijacije R_s nego kod zemljišta bez vegetacije, pa će samim tim i neto radijacija R_n biti manja:

$$R_n = (1 - \alpha)R_s - R_{nl} \quad (52)$$

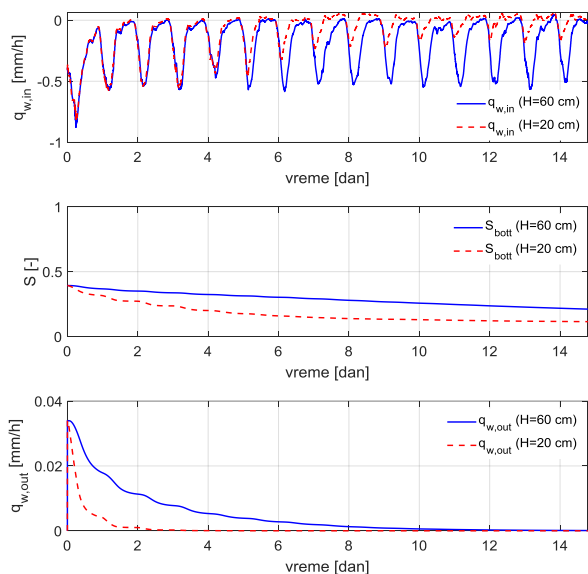
$$R_{nl} = \sigma T_a^4 (0.34 - 0.14\sqrt{e_a}) \left(0.1 + 0.9 \frac{n_s}{N_s} \right) \quad (53)$$

gde su $R_{ns} = (1 - \alpha)R_s$ i R_{nl} neto kratkotalasna i neto dugotalasna radijacija [W/m^2], $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/m^2/K^4$ je Stefan–Boltzmann-ova konstanta, dok je $\frac{n_s}{N_s}$ relativna osunčanost za koju se radi jednostavnosti usvaja jedinična vrednost (vedro nebo bez oblaka).



Slika 8. Gore – Merene vrednosti neto radijacije R_n (crna linija) i solarne radijacije R_s (plava linija); Sredina – poređenje merenih vrednosti R_n (crna linija) i vrednosti R_n sračunatih pomoću jednačine (56) za $\alpha = 0.12$ (crvena isprekidana linija); Dole – sračunate vrednosti R_n za $\alpha = 0.23$ (crvena linija)

Da bi se redukovale vrednosti R_n usled povećanja α neophodno je prvo odrediti vrednost α za zemljište bez vegetacije na osnovu merenih veličina R_n i R_s koje su prikazane na Slici 8 (gore). Imajući u vidu vezu između R_n i R_s (jednačina 52), kao i empirijski izraz (53) za procenu neto dugotalasne radijacije R_{nl} [16, 17, 18], vrednost α je kalibrisana kako bi se postiglo najbolje slaganje između računskih i izmerenih vrednosti neto radijacije – Slika 8 (sredina). Najbolje slaganje postignuto je za vrednost $\alpha = 0.12$ koja prema literaturi odgovara vrednostima za zemljište bez vegetacije. Da bi se model prilagodio zelenom krovu usvojena je vrednost $\alpha = 0.23$ koja prema [16] odgovara 12 cm visokoj vlažnoj travi ($h_{veg} = 0.12$ m), a u skladu sa tim su sračunate i vrednosti $r_a = 208/u$ (jednačina 26) i $r_s = 70$ s/m (jednačina 27). Na Slici 8 (dole) su prikazane vrednosti R_n dobijene za $\alpha = 0.23$ koje su korišćene u nastavku.



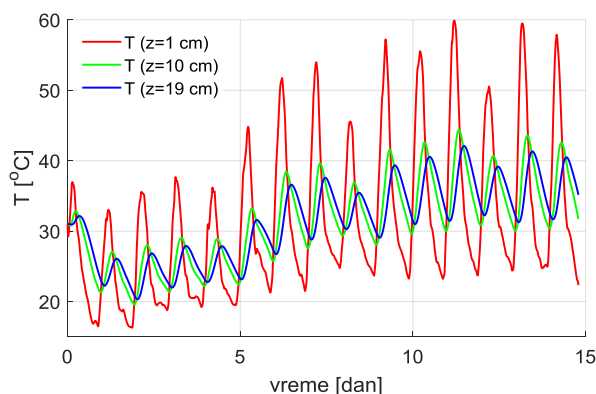
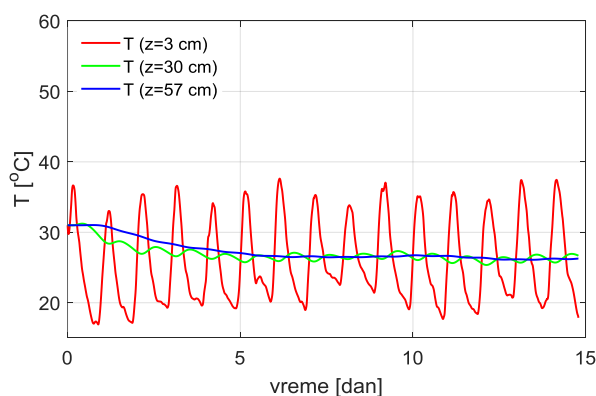
Slika 9. Prikaz komponenti vodnog bilansa dobijenih predstavljenim modelom za slučaj intenzivnog (plava puna linija) i ekstenzivnog krova (crvena isprekidana linija) kada nema navodnjavanja: Gore – ulazni fluks; Sredina – promena stepena zasićenosti na dnu supstrata; Dole – izlazni (drenirani) fluks

4.1 Primer zelenog krova koji se ne navodnjava

Na Slikama 9 i 10 je prikazano poređenje ekstenzivnog i intenzivnog zelenog krova u pogledu hidroloških i termoregulacionih performansi u suvim uslovima bez kiše i/ili navodnjavanja.

S obzirom da deblji supstrat ($H_{soil} = 60$ cm) retenzira više vode, ona se duže drenira nego kroz tanji supstrat ($H_{soil} = 20$ cm) pa je samim tim i promena vlažnosti manje izražena. Takođe, tanji supstrat je mnogo izloženiji spoljašnjim atmosferskim uticajima (gornjem graničnom uslovu), pa se i promene vlažnosti i temperature mnogo brže prenose nego u slučaju debljeg supstrata. To se jasno vidi na Slici 10 u slučaju temperaturnih oscilacija u tri različita preseka po dubini (površina, sredina i dno supstrata) intenzivnog i ekstenzivnog zelenog krova koje su znatno izraženije u drugom slučaju. Sa Slike 9 i 10 se jasno vidi da supstrat ekstenzivnog zelenog krova nakon petog dana počinje da se zagreva zbog sve većeg udela vazduha u porama (smanjene vrednosti C_h i λ_h), što koincidira sa smanjenjem vrednosti ET zbog sve viših temperatura $T_{s,top}$ i nižih vrednosti kapilarnog potencijala h_{top} na površini supstrata (jednačine 22 i 24).

Sa Slike 10 je jasno uočljivo da temperature na dnu ekstenzivnog krova dostižu vrednosti i do 40°C , dok temperature na vrhu mogu biti i značajno više. Dakle, sa porastom debljine supstrata zelenog krova raste njegov retnezioni kapacitet zbog čega se produžava vreme dreniranja, sporija je promena vlažnosti i blaže su varijacije temperature, pa je samim tim evidentno i da u odsustvu padavina ili navodnjavanja krovna konstrukcija prekrivena intenzivnim zelenim krovom duže odoleva značajnijem zagrevanju.

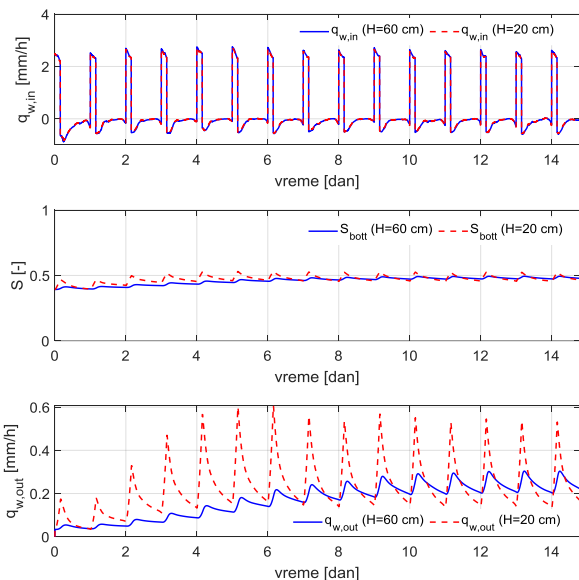


Slika 10. Promena temperature na površini, sredini i dnu supstrata u slučaju intenzivnog (gore) i ekstenzivnog (dole) zelenog krova u odsustvu navodnjavanja

4.2 Primer zelenog krova koji se navodnjava

U ovom poglavlju se razmatra slučaj ekstenzivnog i intenzivnog zelenog krova koji se navodnjavaju svakog dana sa 10 mm u toku 3.5 h ($P_r = 10/3.5/1000/3600 \approx 8 \times 10^{-7}$ m/s). Na Slici 11 prikazano je kako se vrednosti stepena zasićenosti u donjem sloju supstrata (usled navodnjavanja) kreću u dosta uskom opsegu (Slika 11 sredina), kako za intenzivni tako i za ekstenzivni krov, dok je u slučaju intenzivnog krova hidrogram

dreniranog oticaja značajno ublažen u poređenju sa ekstenzivnim (Slika 11 dole).

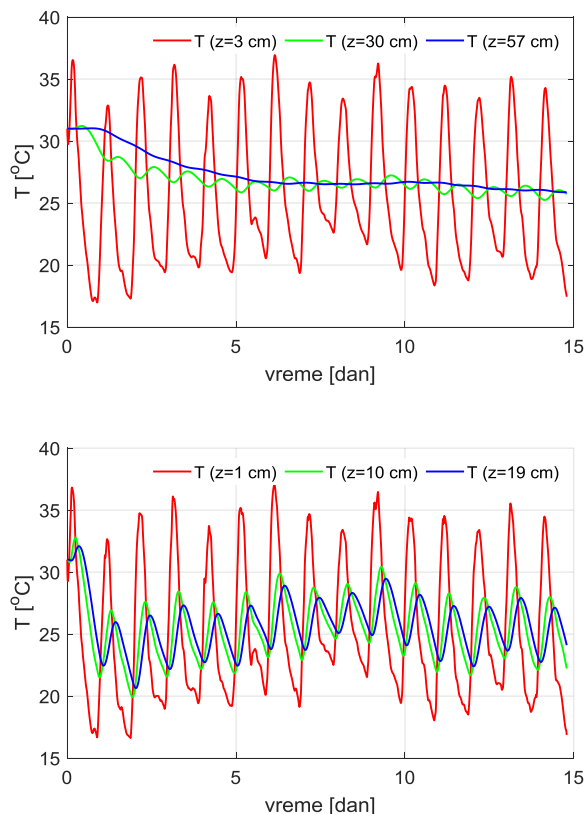


Slika 11. Prikaz komponenti vodnog bilansa dobijenih predstavljenim modelom za slučaj intenzivnog (plava puna linija) i ekstenzivnog krova (crvena isprekidana linija) koji se navodnjavaju: Gore – ulazni fluks; Sredina – promena stepena zasićenosti na dnu supstrata; Dole – izlazni (drenirani) fluks

Za razliku od prethodnog slučaja gde se supstrat ekstenzivnog krova značajno zagreva tokom dugog sušnog perioda, ovde usled redovnog zalivanja ne dolazi do prekomernog zagrevanja niti jednog od dva analizirana tipa zelenih krovova. Ipak, evidentno je da su kod tanjeg supstrata (20 cm) izraženije temperaturne oscilacije iz prethodno pomenutih razloga, pa se može zaključiti da se redovnim navodnjavanjem zelenog krova može regulisati njegova temperatura, pri čemu je učestalost navodnjavanja mnogo značajnija u slučaju ekstenzivnih krovova.

5. ZAKLJUČAK

U ovom radu su analizirani procesi transporta vode i toplote kroz nezasićenu poroznu sredinu koristeći numerički model koji je u tu svrhu razvijen u programskom paketu Matlab. Uparenim modelima transporta vode i toplote kroz nezasićeno zemljište pomoću linearizacije flukseva vode i toplote, tj. njihovim razvijanjem u Taylor-ov red, dobija se eksplicitna numerička šema koja je fizički zasnovana i efikasna.



Slika 12. Promena temperature na površini, sredini i dnu supstrata u slučaju intenzivnog (gore) i ekstenzivnog (dole) zelenog krova kada ima navodnjavanja

Validacija modela obavljena je vizuelnim upoređivanjem merenih vrednosti preuzetih iz literature koje se odnose na tlo bez vegetacije, i rezultata dobijenih simulacijom uz kalibrisanje parametara hidrauličkih i termoregulacionih karakteristika zemljišta. Postignuto je dobro slaganje osmotrenih i modeliranih vrednosti vlažnosti tla, temperature tla i evaporacije, čime je pokazano da se primenom ovog modela mogu dobiti rezultati bliski realnim, osmotrenim vrednostima.

Nakon validacije model je iskorišćen za analizu uticaja ekstenzivnih i intenzivnih zelenih krovova na ublaženje maksimalnog dreniranog oticaja i smanjenje temperature na kontaktu između supstrata i krovne konstrukcije. Ispitivanje je obavljeno za hipotetičke primere zelenih krovova sa i bez navodnjavanja, pri čemu su korišćeni isti ulazni parametri i ulazne merene veličine kao u primeru tla bez vegetacije, uz redukciju izmerene neto radijacije zbog povećanja koeficijenta refleksije sa 0.12 (zemljište bez vegetacije) na 0.23

(zemljište prekriveno travom). Rezultati pokazuju da sa porastom debljine supstrata zelenog krova rastu njegove retenzione karakteristike i smanjuju se temperaturne oscilacije koje nastaju usled atmosferskih uticaja na površini krova. Duži topli periodi bez navodnjavanja i padavina kod ekstenzivnih krovova uslovljavaju značajniji porast temperature na kontaktu sa krovnom konstrukcijom, što nije slučaj kod intenzivnih krovova koji duže odolevaju značajnijem porastu temperature zbog većih retenzionih kapaciteta i dužeg perioda dreniranja. S druge strane, pri redovnom navodnjavanju i intenzivni i ekstenzivni krovovi održavaju znatno niže temperature na kontaktu sa krovnom konstrukcijom, pri čemu su temperaturne oscilacije uočljivije u drugom slučaju, dok je hidrogram dreniranog oticaja kod intenzivnog krova očekivano znatno ublažen i razvučen u odnosu na ekstenzivni krov.

ZAHVALNICA / ACKNOWLEDGMENT

Ovo istraživanje je finansirano od strane H2020 projekta: Metodologija Integrisanog Urbanog Planiranja zasnovana na Prirodom Inspirisanim Rešenjima u svrhu poboljšanja Zdravlja i Blagostanja Građana: euPOLIS Pristup (Grant no. 869448).

This research is funded by the H2020 project: Integrated NBS-based Urban Planning Methodology for Enhancing the Health and Well-being of Citizens: the euPOLIS Approach (Grant no. 869448).

LITERATURA

- [1] CIRIA, *The SUDS manual*. London: CIRIA, 2015.
- [2] V. Stovin, G. Vesuviano, and H. Kasmin, "The hydrological performance of a green roof test bed under UK climatic conditions", *Journal of Hydrology*, vol. 414–415, pp. 148–161, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2011.10.022>
- [3] P.-A. Versini, F. Stanic, A. Gires, D. Schertzer, I. Tchiguirinskaia, "Measurements of the water balance components of a large green roof in the greater Paris area", *Earth System Science Data*, vol. 12, pp. 1025–1035, 2020. <https://doi.org/10.5194/essd-12-1025-2020>
- [4] R. Djedjig, S.-E. Ouldboukhitine, R. Belarbi, E. Bozonnet, "Development and validation of a coupled heat and mass transfer model for green roofs", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 39, pp. 752–761, 2012. doi:10.1016/j.icheatmasstransfer.2012.03.024
- [5] Institut za hidrotehniku, „Preporuke za izbor merodavnih kiša za projektovanje u beogradskoj kanalizaciji“, Građevinski fakultet, Beograd, 2005.
- [6] G. S. Campbell, "Soil Physics with Basic – Transport Models for Soil-Plant Systems", *Development in Soil Science*, vol. 14, ELSEVIER, Amsterdam, Netherlands, 1985. ISBN 0-444-42557-8 (Vol. 14)
- [7] A.F. Moene, J.C. van Dam, "Transport in the Atmosphere – Vegetation - Soil Continuum", Cambridge University Press, 2014.
- [8] A. T. Cahill, and M. B. Parlange, "On water vapor transport in field soils", *Water Resources Research*, vol. 34, no. 4, pp. 731–739, 1998.
- [9] P.-A. Versini, L. A. Castellanos-Diaz, D. Ramier, I. Tchiguirinskaia, "Evapotranspiration evaluation by 3 different protocols on a large green roof in the greater Paris area", *Earth System Science Data*, 2023. <https://doi.org/10.5194/essd-2023-324>
- [10] P. J. Ross, "Modeling Soil Water and Solute Transport – Fast, Simplified Numerical Solutions", *Agronomy Journal*, vol. 95, no. 6, pp. 1352–1361, 2003.
- [11] O. Govedarica, F. Stanić, i A. Randelović, "Fizički zasnovano modeliranje infiltracije kod prirodom inspirisanih rešenja", *Zbornik radova 19. naučnog savetovanja Srpskog društva za hidraulička istraživanja i Srpskog društva za hidrologiju*, 395–410, 2021.
- [12] M. Bittelli, F. Ventura, G. S. Campbell, R. L. Snyder, F. Gallegati, P. R. Pisa, "Coupling of heat, water vapor, and liquid water fluxes to compute evaporation in bare soils", *Journal of Hydrology*, vol. 362, no. 3–4, pp. 191–205, 2008. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2008.08.014
- [13] R. H. Brooks, and A. T. Corey, "Hydraulic properties of porous media", *Hydrology papers* (Colorado State University, Fort Collins), no. 3. 1964.
- [14] Y. Mualem, "A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media", *Water Resources Research*, vol. 12, no. 3, pp. 513–522, 1976. <https://doi.org/10.1029/WR012i003p00513>
- [15] L. A. Richards, "Capillary conduction of liquids through porous media", *Physics*, vol. 1, no. 5, pp. 318–333. 1931. <https://doi.org/10.1063/1.1745010>
- [16] R. G. Allen, L. S. Pereira, D. Raes, M. Smith, "Crop evapotranspiration - Guidelines for

- computing crop water requirements - FAO Irrigation and drainage paper 56“, ISBN 92-5-104219-5, 1998.
- [17] M. Stanić, Ž. Vasilčić, D. Prodanović, “Uticaj nagiba i orijentacije površine na proračun referentne evapotranspiracije primenom Penman-Monteith metode“, *Vodoprivreda*, vol, 43, no. 252-254, pp. 175-187, 2011.
- [18] N. An, S. Hemmati, Y.-J. Cui, “Assessment of the methods for determining net radiation at different time-scales of meteorological variables“, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, vol. 9, pp. 239-246, 2017.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jrmge.2016.10.004>

THE ANALYSIS OF HYDROLOGICAL AND THERMAL PROPERTIES OF GREEN ROOFS BY USING PHYSICALLY-BASED MODELS FOR WATER AND HEAT TRANSPORT THROUGH THE UNSATURATED POROUS MEDIA

by

Milica SEDAK, Filip STANIĆ, Željko VASILIĆ, Anja RANĐELOVIĆ
Faculty of Civil Engineering, Belgrade

Summary

Green roofs, due to their multifunctionality, represent the most commonly applied form of Nature-Based Solutions that aim to improve the quality of life in urban environments by emulating natural conditions before urbanization. In this paper, two main functions of green roofs are analysed: 1) mitigation of stormwater runoff and 2) thermoregulation of the building interior. To analyse these functions, a coupled model of water and heat transport through the unsaturated porous media is applied. The model is developed in Matlab software package and is based on the linearization of water and heat fluxes by using Taylor series, resulting with an explicit numerical scheme for solving second-order partial differential equations. Validation of this efficient physically based model is obtained through comparison between the simulated results and the observation data

from the literature related to bare soil. After that the influence of substrate thickness and irrigation on the mitigation of peak drained runoff and roof construction temperature has been analysed on the hypothetical example of an intensive and extensive green roof. It has been concluded the increase in substrate thickness increases the retention capacity of green roof, and hence mitigates the drained runoff as well as the temperature oscillations within the substrate. Also, irrigation appears to be rather important in terms of thermoregulations since the increased soil water content affects the reduction of substrate temperature.

Key words: green roofs, porous media, infiltration, heat transport