

**V. prof. dr Zagorka GOSPAVIĆ, dipl. inž. geod.<sup>1</sup>**  
**V. prof. dr Slobodan AŠANIN, dipl. inž. geod.<sup>1</sup>**  
**Mr Branko MILOVANOVIĆ, dipl. inž. geod.<sup>1</sup>**  
**Milutin PEJOVIĆ, dipl. inž. geod.<sup>1</sup>**

## **KONTROLA GEOMETRIJE INŽENJERSKIH OBJEKATA GEODETSKIM METODAMA**

0352-2733, 45 (2012),, p. 246-272

UDK: 528.02:624

PREGLEDNI NAUČNI ČLANAK

### **Rezime**

U ovom radu je prikazan postupak kontrole geometrije inženjerskih objekata geodetskim metodama. Kontrola geometrije se obavlja po položaju, obliku i veličini ili samo obliku ispitivanog objekta. U radu su prikazani svi neophodni geodetski radovi za uspešnu kontrolu geometrije, ali je detaljno obrađeno samo testiranje geometrije, koje podrazumeva ocenjivanje parametara figura primenom linearnih hipoteza za analizu odstupanja od pretpostavljene geometrijske forme objekta. Postupak testiranja je detaljno prikazan kroz primere za pravu liniju, a

---

<sup>1</sup> Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu  
Rad primljen oktobra 2012.

mogućnosti geodetskih metoda su dati kroz primer kontrole geometrije rezervoara za motorni benzin.

**Ključne reči:** kontrola geometrije, kontrolna mreža, linearne hipoteze, proračun tačnosti

## **CONTROL OF GEOMETRY OF ENGINEERING FACILITIES BY GEODETIC METHODS**

### **Summary**

In this paper we present a method for control of geometry of engineering facility by geodetic methods. Control of geometry can be performed by location, shape and size and shape only. Paper also presents all necessary surveying work for the successful control of geometry, but testing geometry of figures assumed estimation parameters of figures and application of linear hypothesis for the analysis of deviation from the assumed geometry. The testing procedure is elaborated through detailed examples of a straight line, and possibility of geodetic methods are given through an example of control the geometry of the reservoir for gasoline.

**Key words:** control of geometry, control network, linear hypothesis, calculation accuracy

## 1. UVOD

Svi proračuni u toku projektovanja objekta: statički, hidraulički i dinamički vezani su za usvojeni oblik i veličinu konstruktivnih elemenata objekta, odnosno za projektovanu geometrijsku formu objekta. Ako se u toku izgradnje objekta ne ostvari geometrija objekta u granicama zadatih tolerancija, ili do promene dođe tokom eksploatacije, istovremeno dolazi i do promene proračunatih naprezanja i naponskih stanja u samoj konstrukciji. Promena naprezanja i naponskih stanja dovodi do pojave deformacija konstrukcije. Deformacije koje nastaju su plastične, a sile koje ih izazivaju svrstavaju se u poremećaje; sva unutrašnja naprezanja koja su izvan dozvoljenih po projektu su poremećaji. Da bi se izbeglo delovanje poremećaja neophodno je pozicionirati konstrukciju u apsolutnom i relativnom sistemu u zadatim tolerancijama. Geodetskim metodama je moguće obezbediti pozicioniranje objekta u apsolutnom i relativnom sistemu, dok se ostalim metodama najčešće obezbeđuje pozicioniranje samo u relativnom smislu.

Cilj inženjersko-geodetskih radova kod izgradnje objekata je njihovo prostorno lociranje (pozicioniranje) i ostvarivanje geometrije objekta tokom izgradnje saglasno projektu, u zadatim granicama tolerancija građenja. Tako izgrađeni objekti imaju geometriju zadovoljavajućeg kvaliteta, što će obezbediti njihovu uspešnu i efikasnu eks-

ploataciju. Kvalitetno prostorno lociranje objekata (ostvarivanje geometrije izgrađenog objekta saglasno projektovanoj) obezbeđuje se kroz: planiranje, odgovarajuću organizuju i izvršenje geodetskih radova geodetskim mer-nim uređajima.

## **2. KONTROLA GEOMETRIJE PO POLOŽAJU, OBLIKU I VELIČINI I OBLIKU**

Kontrola geometrije podrazumeva da se izvedena geometrija konstrukcije upoređuje sa projektovanom. Ona može da se izvodi u jedno-, dvo- ili trodimenzional-nom koordinatnom sistemu. Svaki konstruktivni element objekta najčeće se kontroliše tako što se kontrolišu preseki tela horizontalnom ravni na određenoj visini. Tako se u 2D kordinatnom sistemu kontroliše da li je presek tela i horizontalne ravni oblika pravougaonika ili neke druge geometrijske figure odgovarajućih dimenzija; proverava se vertikalnost određenog objekta (npr. vertikalnost dimljaka, vertikalnost liftovskog okna i dr.) ili da li tačke pripadaju horizontalnoj ravni ili ravni odgovara-jućeg nagiba.

Geodetskim metodama ocenjuju se koordinate karakterističnih tačaka tela, figure ili prave, tako što se konstruktivni element aproksimira skupom diskretnih tačaka. Minimalan broj karateristčnih tačaka figure zavisi od broja parametara figure koji datu figuru matematički

definišu u određenom koordinatnom sistemu. Kod figura koja imaju temena, kao što su trougao, kvadrat i dr. karakteristične tačke su temena; kod oblikih figura (krug ili elipsa) broj neophodnih tačaka za ocenu figure je jednak broju parametara koji definišu tu figuru. Recimo: krug definišu tri parametra (koordinate centra i poluprečnik), a elipsu definišu četiri parametra (koordinate centra, velika i mala poluosa). Parametri figura se ocenjuju računskim putem iz rezultata ocena koordinata diskretnih tačaka određene figure primenom metode najmanjih kvadrata. Da bi ocena parametara figure bila što adekvatnija, neophodno je opažanje i ocena koordinata što većeg broja tačaka na figuri. Ista je situacija i pri proveru vertikalnosti, neophodne su samo dve tačke na pravoj koju ispituujemo da li je u prostoru vertikalna, ali konstrukcija koju ispituujemo može biti izlomljena pa je neophodno odrediti koordinate većeg broja tačaka, koje treba da pripadaju pravoj čiju vertikalnost ispituujemo.

Kontrola geometrije geodetskim metodama predstavlja statističko testiranje pripadnosti diskretnih tačaka određenoj matematičkoj formi. Matematička figura koja reprezentuje geometriju objekta, u  $k$ -dimenzionalnom sistemu određena je sa  $r$  potrebnih i nezavisnih elemenata. Da bi se proverila pripadnost tačaka nekoj projektovanoj figuri potrebno je formirati  $r$ -nezavisnih linearnih ili linearizovanih jednačina. Testiranje se izvodi postavljanjem linearnih hipoteza ili primenom modela izrav-

nanja sa uslovima (posredno izravnanje sa uslovima ili uslovno izravnanje sa nepoznatim parametrima). Broj nezavisnih elemenata ( $r$ ) potrebnih i dovoljnih za određenost figure od  $m$ - tačaka u  $k$ - dimenzionalnom koordinatnom sistemu je dat u tabeli 1.

Tabela 1. *Broj nezavisnih elemenata za testiranje geometrije*

Koordinatni sistem	Određenost matematičkih figura		
	Položaj	Oblik i veličina	Oblik
1D ( $k=1$ )	$m$	$m-1$	$m-2$
2D ( $k=2$ )	$2m$	$2m-3$	$2m-4$
3D ( $k=3$ )	$3m$	$3m-6$	$3m-7$

Pripadnost diskretnih tačaka figuri ili telu može se proveravati po: položaju, obliku i veličini ili samo po obliku.

Testiranje po položaju podrazumeva da se položaj diskretnih tačaka, koje reprezentuju figuru, statistički podudara sa zadatim (projektovanim) položajem. Na ovaj način se istovremeno proverava figura i po obliku i po veličini. Testiranje geometrije po obliku i veličini podrazumeva proveru saglasnosti minimalnog broja uglovnih i linearnih veličina figure koje je određuju sa projektova-

nim vrednostima tih veličina; tastiranje samo po obliku se proverava saglasnost međusobnih odnosa minimalnog broja uglovnih i/ili linearnih elemenata koji definišu oblik date figure (recimo da li je figura kvadrat). Detaljni prikaz testiranja geometrije figure je prikazan kroz neke primere u tački 4.

### **3. PROGRAM RADOVA PRI KONTROLI GEOMETRIJE KONSTRUKTIVNIH ELEMENATA**

Na obezbeđivanju realizacije projektovane geometrije objekta učestvuju svi učesnici izgradnje objekta: građevinski stručnjaci, mašinski ili elektroinženjeri zavisno do vrste i namene objekta i geodetski stručnjaci koji daju podršku za sve geodetske radove, gde je između ostalih i realizacija projektovane geometrije objekata. Svi učesnici moraju da imaju saznanja o neophodnoj tačnosti sa kojom je potrebno izgraditi svaki konstruktivni element, kao i konstrukciju u celini. Poznavanje mogućnosti i tačnost geodetskih metoda i instrumenata obezbeđuje da se projekat izvede kvalitetno (u geometrijskom smislu). U praksi se dešava da nekada stručnjaci koji izvode objekte nisu upoznati sa mogućnošću geodetskih metoda i instrumenata, pa se koriste neuobičajene metode odmeranja, prenošenje visina vaser vagonom i druge priučne metode, koje mogu da posluže u nekim fazama radova kada se ne zahteva visoka tačnost.

Za uspešnu kontrolu kvaliteta geometrije konstruktivnih elemenata neophodno je izvršiti adekvatne geodetske radove. Treba izbegavati situaciju u kojoj se pristupa izvršavanju kontrolnih merenja, a da se nije prethodno izvršio proračun (optimizacija) tačnosti kontrole kvaliteta geodetskih merenja, plana opažanja i geometrije kontrolne geodetske mreže. Pre nego se počnu izvoditi geodetska kontrolna merenja, potrebno je proračunati da li je moguće "sigurno" otkriti sve kontrolisane tačke koje značajno odstupaju (više nego je dozvoljeno) od projektovanog (apriornog) geometrijskog oblika konstruktivnog elementa. Unapred se odredi (proračunom tačnosti) koliku veličinu odstupanja pojedinih tačaka je moguće "sigurno" otkriti ili sa kojom moći testa je moguće otkriti odstupanje kontrolisane tačke veće od unapred zadate vrednosti. Na ovaj način izbegava se situacija da geodetski stručnjak pristupi kontroli geometrije, a da prethodno nije ustanovljeno da li je moguće uspešno izvršiti kontrolu geometrije i "sigurno" otkriti odstupanje svih tačaka koje odstupaju više od dozvoljene veličine.

Stoga je neophodno da se geodetska kontrola kvaliteta geometrije objekta izvršava po fazama i da se primeni inženjerski princip:

Projektni zadatak $\Rightarrow$ Projekat $\Rightarrow$ Realizacija projekta $\Rightarrow$ Elaborat o realizaciji projekta.
---



*Faza A: Projektni zadatak za kontrolu kvalitata geometrije konstruktivnih elemenata i objekta*

Za uspešnu kontrolu kvaliteta geometrije konstruktivnih elemenata i objekta neophodno je da investitor (projektant) izradi projektni zadatak u kome se definišu: obaveze, zadaci, kriterijumi i standardi koje treba ostvariti za potrebe izrade kontrole konstruktivnih elemenata, U projektnom zadatku investitor mora da upozna geodetskog inženjera sa veličinom odstupanja ( $\delta$ ) koja mora „sigurno“ da se otkrije i sa koliko tačaka i horizontalnih ili vertikalnih preseka treba aproksimirati konstruktivni element ili ceo objekat.

*Faza B: Projekat kontrole kvalitata geometrije konstruktivnih elemenata i objekta*

Projekat kontrole kvaliteta geometrije objekta podrazumeva izradu projekta geodetske kontrolne mreže. Geodetska kontrolna mreža se sastoji od tačaka osnovne mreže (tačke izvan objekta i sa njih se izvode opažanja na tačke-marke na objektu, kao i na druge tačke osnovne mreže) i tačaka-maraka na objektu (tačke koje služe da se preko njihovih ocena ispituje geometrija objekta). Najčešće primenjivan princip u praksi je da je potrebna tačnost položaja tačaka osnovne geodetske mreže  $\sigma_{pol} = \frac{\delta}{5}$ . Ova

vrednost je hipotetička i najčešće je suviše stroga. Projekat mora da dokaže da se na osnovu geometrije geodetske kontrolne mreže, plana opažanja, metode merenja i upotrebljenih instrumenata i pribora mogu otkriti sva odstupanja geometrije veće od unapred definisane vrednosti  $\delta$ . Takođe, same geodete propisuju zahteve o pouzdanosti geodetske mreže, da bi se sprečila pojava grešaka u rezultatima merenja, kao i njihov uticaja na ocenu parametara u mreži. Teži se da geodetska mreža ima što veći nivo integriteta, da se jedno merenje u mreži kontroliše drugim merenjima iste ili različite vrste, i da je mreža homogeno-izotropna, to jest da elipse grešaka budu što bliže krugu i istih vrednosti.

U projektu kontrole geometrije konstruktivnih elemenata i objekta, pridržavajući se u svemu zahteva o veličini odstupanja  $\delta$ , kriterijuma o pouzdanosti i homogeno-izotropnoj mreži, projekat mora da definiše:

- izbor datuma mreže,
- geometriju tačaka izvan i na objektu,
- broj i vrstu merenih veličina,
- plan opažanja,
- preciznost merenih veličina,
- proračun tačnosti (mere pouzdanosti i preciznosti mreže sa veličinom odstupanja koja se „sigurno“ može otkriti);

- način stabilizacija tačkaka osnovne mreže i tačkaka na objektu;
- izbor metode i instrumenata za kontrolna merenja;
- kriterijume za praćenje i kontrolu merenja;
- postupak analize kontrolnih merenja (provera prisustva sistematskih i grubih grešaka u merenjima i ocena tačnosti merenja),
- model izravnjanja i ocene tačnosti kontrolnih merenja;
- model testiranja podudarnosti kontrolisanog sa projektovanim geometrijskim elementom.

*Faza C: Realizacija projekta kontrole kvalitata geometrije konstruktivnih elemenata i objekta*

U toku realizacije projekta kontrole geometrije konstruktivnih elemenata i objekta, pridržavajući se u svemu zahteva i uslova definisanih projektom, izvršavaju se sledeći geodetski radovi:

- rekognosciranje terena i stabilizacija tačkaka kontrolne mreže;
- izvođenje kontrolnih merenja, testiranje, izravnjanje i ocena tačnosti;

- testiranje podudarnosti kontrolisanog sa projektovanim geometrijskim elementom i
- donošenje zaključaka o kvalitetu geometrije kontrolisanog geometrijskim elementom, i izrada odgovarajućih priloga.

*Faza D: Elaborat o realizaciji projekta kontrole kvaliteta geometrije konstruktivnih elemenata objekta*

Posle izvršene kontrole geometrije konstruktivnih elemenata i objekta izrađuje se elaborat o realizaciji projekta kontrole geometrije konstruktivnih elemenata i objekta koji se izrađuje u formi tehničkog izveštaja sa numeričkim i grafičkim priložima.

#### **4. KONTROLA KVALITETA GEOMETRIJE KONSTRUKTIVNIH ELEMENATA I OBJEKTA**

Prilikom kontrole kvaliteta geometrije konstruktivnog elementa, on se aproksimira određenim brojem diskretnih tačaka koje formiraju: pravu liniju, određenu krivu (glatku) liniju, figuru koja ima temena (trougao, četvorougao, n-tougao...), ravan, površ ili telo određenog oblika. Sam postupak provere pripadnosti tačaka određenoj geometrijskoj figuri izvodi se testiranjem odgovarajućih matematičkih hipoteza (nulte „Ho“, da testirana figura jeste određena matematička figura, i njoj protivna alternativna

„Ha“, da testirana figura nije određena matematička figura):

a) Testiranje podudarnosti kontrolisanog sa apriornim (projektovanim) geometrijskim elementom:

- **H<sub>0</sub>**: Kontrolisani geometrijski element jeste podudaran sa projektovanim.
- **H<sub>a</sub>**: Kontrolisani geometrijski element nije podudaran sa projektovanim,

Projektovani konstruktivni element ima određeni oblik idealnih geometrijskih figura i po pravilu se opisuju matematičkim funkcijama (prava, ravan, krive i površi drugog reda i dr.). Pri ispitivanju već izrađenih konstruktivnih elemenata zadatak je da se na osnovu konačnog skupa opažanih tačaka na elementu izvrši ocena geometrijskih parametara figure kojom se najbolje aproksimira konstruktivni element.

#### ***4.1 Testiranje podudarnosti kontrolisanog geometrijskog elementa sa projektovanim***

Prvi korak u testiranju je da se uradi globalni test adekvatnosti modela, odnosno provera da li je upotrebljeni linearni i stohastički model (primenjeni model izravnjenja) adekvatan.

Testira se hipoteza:

- **H<sub>0</sub>**: primenjeni model izravnjanja jeste adekvatan, protiv
- **H<sub>a</sub>**: primenjeni model izravnjanja nije adekvatan

Odnosno nulta i alternativna hipoteza su:

$$H_0 : M(\hat{\sigma}_0^2) = \sigma_0^2 \quad \text{Protiv} \quad H_a : M(\hat{\sigma}_0^2) \neq \sigma_0^2 \quad (1)$$

Disperzija  $\sigma^2$ , može biti unapred poznata ili ocenjena iz podataka merenja. Ocenjena disperzija iz modela izravnjanja  $\hat{\sigma}^2$ , dobijena iz popravaka  $\hat{v}$ , ima očekivanu vrednost  $\sigma^2$ , ako je pretpostavljeni model adekvatan.

Test statistika za testiranje nulte hipoteze je:

$$T = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \sim F_{1-\alpha/2}(f, \infty) \Big|_{H_0} \quad (2)$$

gde je:

$$F_{1-\alpha/2}(f, \infty) \Big|_{H_0} \quad - \quad \text{Kvantil Fišerovog rasporeda}$$

ako važi nulta hipoteza

$$f \quad - \quad \text{broj stepeni slobode}$$

Ako je

$$T = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \leq F_{1-\alpha/2}(f, \infty) \quad (3)$$

Prihvata se nulta hipoteza da primenjeni model izravnjanja jeste adekvatan.

Ako je

$$T = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} > F_{1-\alpha/2}(f, \infty) \quad (4)$$

odbacuje se nulta hipoteza, primenjeni model izravnjanja nije adekvatan (korektan). Za neprihvatanje globalnog testa o adekvatnosti modela može da ima više razloga:

- postojanje grubih grešaka u merenjima,
- neadekvatan model merenja,
- neodgovarajući stohastički model merenja.

Ukoliko su zadovoljeni uslovi za prihvatanje hipoteze  $H_0$  o adekvatnosti globalnog modela, moguće je testirati podudarnost položaja kontrolisanih tačaka sa projektovanim. Takođe, definišemo nultu i alternativnu hipotezu:

- **$H_0$** : kontrolisani geometrijski element jeste podudaran sa projektovanim.
- **$H_a$** : kontrolisani geometrijski element nije podudaran sa projektovanim.

Kao primer, daje se test za testiranje tri tačke, čije ocene treba da su podudarne sa projektovanim vrednostima. Matematički napisano, nulta i alternativna hipoteza su:

$$H_0 : M \begin{bmatrix} \hat{Y}_1 - Y_{1,PROJ} \\ \hat{X}_1 - X_{1,PROJ} \\ \hat{Y}_2 - Y_{2,PROJ} \\ \hat{X}_2 - X_{2,PROJ} \\ \hat{Y}_3 - Y_{3,PROJ} \\ \hat{X}_3 - X_{3,PROJ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad H_a : M \begin{bmatrix} \hat{Y}_1 - Y_{1,PROJ} \\ \hat{X}_1 - X_{1,PROJ} \\ \hat{Y}_2 - Y_{2,PROJ} \\ \hat{X}_2 - X_{2,PROJ} \\ \hat{Y}_3 - Y_{3,PROJ} \\ \hat{X}_3 - X_{3,PROJ} \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Test statistika glasi:

$$T = \frac{(\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{d}) / k}{\sigma_0^2} \sim F_{1-\alpha/2}(f, \infty) \quad (6)$$

$\mathbf{d}$  - je vektor razlika kontrolisanih i projektovanih koordinata tačaka

$\mathbf{H} = \mathbf{E}$  (jedinična matrica), rang matrice  $k=6$  (za slučaj testiranja 3 tačke)

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{H}^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{H} \quad (7)$$

Ako je  $T < F_{1-\alpha/2}(f, \infty)$  prihvata se nulta hipoteza da kontrolisani geometrijski element koga aproksimiramo sa tri diskretne tačke jeste podudaran sa projektovanim, U suprotnom odbacuje se nulta hipoteza i usvaja alternativna da kontrolisani geometrijski element nije podudaran sa projektovanim.

**Napomena:** U slučaju da je odbačena nulta hipoteza moguće je nastaviti sa testiranjem kontrolisanih tačaka,



time što se ispituje tačka po tačka i otkriti koja je značajno odstupila od projektovanih vrednosti.

#### 4.2 Testiranje pripadnosti karakterističnih tačaka kontrolisanog geometrijskog elementu određenoj matematičkoj figuri

Definiše se nulta i alternativna hipoteza:

- **Ho:** karakteristične tačke kontrolisanog geometrijskog elementa pripadaju određenoj matematičkoj figuri (kao primer – uzeta je prava sa tri tačke),
- **Ha:** karakteristične tačke kontrolisanog elementa ne pripadaju određenoj matematičkoj figuri

ili, napisano matematičkim formulama, testiramo hipoteze, o jednakosti direkcionih uglova koje formiraju tačke koje ispituujemo:

$$H_0 : M \begin{bmatrix} \hat{v}_1^2 - \hat{v}_2^3 \\ \hat{v}_2^3 - \hat{v}_3^4 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{protiv} \quad H_a : M \begin{bmatrix} \hat{v}_1^2 - \hat{v}_2^3 \\ \hat{v}_2^3 - \hat{v}_3^4 \end{bmatrix} \neq 0 \quad (8)$$

Funkcije veze nulte hipoteze glase:

$$L_1 : \hat{v}_1^2 - \hat{v}_2^3 = \arctg \frac{\hat{Y}_2 - \hat{Y}_1}{\hat{X}_2 - \hat{X}_1} - \arctg \frac{\hat{Y}_3 - \hat{Y}_2}{\hat{X}_3 - \hat{X}_2} \quad (9)$$

$$L_2 : \hat{v}_2^3 - \hat{v}_3^4 = \arctg \frac{\hat{Y}_3 - \hat{Y}_2}{\hat{X}_3 - \hat{X}_2} - \arctg \frac{\hat{Y}_4 - \hat{Y}_3}{\hat{X}_4 - \hat{X}_3} \quad (10)$$

Test nulte hipoteze je:

$$T = \frac{(\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{d})/k}{\sigma_0^2} \approx F_{1-\alpha/2}(k, \infty) \Big|_{H_0} \quad (11)$$

Gde je:

$$\mathbf{d} - \text{vektor odsupanja od hipoteze:} \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \hat{v}_1^2 - \hat{v}_2^3 \\ \hat{v}_2^3 - \hat{v}_3^4 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{H} \mathbf{Q}_x \mathbf{H}^T \quad (13)$$

$\mathbf{H}$  - matrica koeficijenata, odnosno

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} Y_1 & X_1 & Y_2 & X_1 & Y_3 & X_3 & Y_4 & X_4 \\ \frac{\partial L_1}{\partial Y_1} & \frac{\partial L_1}{\partial X_1} & \frac{\partial L_1}{\partial Y_2} & \frac{\partial L_1}{\partial X_2} & \frac{\partial L_1}{\partial Y_3} & \frac{\partial L_1}{\partial X_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial L_2}{\partial Y_2} & \frac{\partial L_2}{\partial X_2} & \frac{\partial L_2}{\partial Y_3} & \frac{\partial L_2}{\partial X_3} & \frac{\partial L_2}{\partial Y_4} & \frac{\partial L_2}{\partial X_4} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{H} \mathbf{Q}_x \mathbf{H}^T \quad T = \frac{(\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{d})/k}{\sigma_0^2} \approx F_{0.95}(k, \infty);$$

$$k = \text{rang}(H) = 2 \quad (15)$$

Ako je  $T < F_{1-\alpha/2}(k, \infty)$  prihvata se nulta hipoteza da karakteristične tačke kontrolisanog geometrijskog elementa pripadaju u datom slučaju pravoj, u suprotnom odbacuje se nulta hipoteza i usvaja alternativna da kontrolisani geometrijski element nije podudaran sa projektovanim. U slučaju većeg broja tačaka koje se testiraju, postupak je moguće nastaviti, izbacivanjem jedne po jedne tačke dok se ne prihvati nulta hipoteza.

## 5. PRIMER KONTROLE GEOMETRIJE REZERVOARA ZA MOTORNI BENZIN

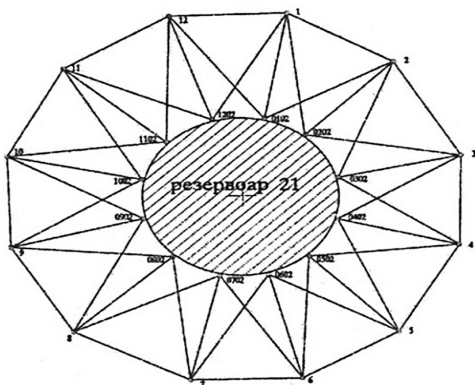
Na kraju ovoga rada prikazan je postupak kontrole geometrije rezervoara 21 za motorni benzin na Instalaciji naftnih derivata u Smederevu koji je realizovan na Institutu za geodeziju Građevinskog fakulteta u Beogradu 1996. godine. Kroz ovaj primer prikazane su sve faze kontrole geometrije objekta. Na slici 1. dat je panoramski snimak rezervoara.



Slika 1. *Instalacija naftnih derivata u Smederevu, rezervoar R-21*

## 5.1 Projekat geodetske kontrolne mreže

Geodetsku kontrolnu 2D mrežu čine 48 tačke, od kojih je 12 tačaka osnovne mreže (u prostoru takvane), a 36 je na objektu - rezervoaru, raspoređenih u tri nivoa (po 12 tačaka – 12 izvodnica cilindra- svaka izvodnica je određena sa tri tačke). Između tačaka osnovne mreže mere se uglovi i dužine, a sa tačkama na objektu su povezane spoljnim pravcima (minimalno svaka tačka na objektu je opažana sa tri tačke osnovne mreže). Mreža je dizajnirana kao slobodna geodetska mreže (lokalni koordinatni sistem), a koordinatni početak je u centru rezervoara (slika 2.).



Slika 2. Dizajn 2D kontrolne mreže

Mrežu geometrijskog nivelmana čini 35 tačaka povezanih sa 41 visinskom razlikom. U mrežu je uključen reper generalnog nivelmana državne nivelmanske mreže, koji je u blizini Instalacije. Osam nivelmana je usađeno u temelj rezervoara, a dva repera su projektovana na zidu takvane. U mrežu geometrijskog repera su uključene i sve tačke geodetske kontrolne 2D mreže.

Investitor je definisao da je potrebno odrediti sva odstupanja geometrije veća od  $\delta = 5\text{mm}$ . Za definisani dizajn 2D geodetske mreže primenjena je optimizacija drugog reda. Definisana je neophodna homogena tačnost koordinata tačaka  $\sigma_Y = \sigma_X = 1\text{ mm}$ . Primenom prorčuna tačnosti proizilazi da su standardna odstupanja planiranih merenja dužina  $\sigma_d = 5\text{ mm}$ , a merenih pravaca  $\sigma_\alpha = 8''$ . U 1D mreži, da bi greška visina tačaka osnovne mreže bila zanemarljiva u odnosu na položajnu tačnost, potrebno je oceniti visine sa standardnim odstupanjem od  $\sigma_H = 0,3\text{ mm}$ . Na osnovu usvojenog dizajna mreže merene visinske razlike imaju standardno odstupanje u intervalu  $0,21\text{ mm} \leq \sigma_H \leq 0,36\text{ mm}$ .

Na osnovu proračuna su dobijena standardna odstupanja aritmetičke sredine. Razradom metode merenja i računanjem kriterijuma za praćenje i kontrolu merenja zaključeno je da se preciznost merenja horizontalnih i vertikalnih uglova može ostvariti standardnim mernim postupcima, ali se dužine u osnovnoj mreži moraju meriti

invar-bazisnim letvama kojima se obezbeđuje milimetarska tačnost na kratkim dužinama. Upotrebljeni instrumenti i pribor moraju biti atestirani u ovlašćenoj metrološkoj laboratoriji.

Realizacija mreže obuhvata proces: rekognosciranja terena, stabilizacije tačaka na terenu, terenskih merenja, analize tačnosti realizovanih merenja, izravnaje mreže i izradu elaborata. Prilikom merenja treba obratiti pažnju da kod objekata ovakvog tipa dolazi do značajnih promena dimenzija pod dejstvom sunčeve toplote. Delovi objekta koji su osunčani šire se više od delova koji su u senci. Zbog toga merenja treba tako organizovati da se sa jedne stanice mere vertikale koje su u senci ili osunčane, a ne nikako kombinacija senke i osunčanosti.

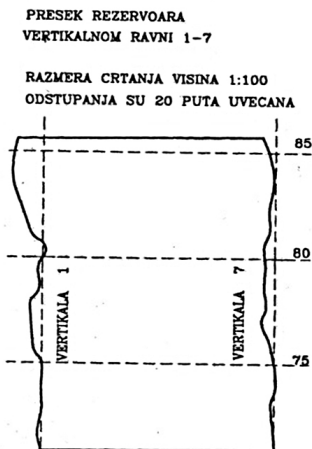
Sve koordinate tačaka su određene u trodimenzionalnom koordinatnom sistemu. Na osnovu izravnaja mreže dobijena je ocena tačnosti ocenjenih merenih veličina. Ona za pravce prema tačkama na objektu nije veća od 6", a za zenitna odstojanja od 5", čime je ostarena veća tačnost od projektom predviđene. Takođe, iz 3D izravnaja mreže je dobijeno maksimalno standardno odstupanje po Y i X - osi od 0,8 mm, a po Z-osi od 0,5 mm.

Nakon izvršenih merenja i izravnaja u 3D koordinatnom sistemu su dobijeni:

- parametri izravnavajućeg kruga po nivoima,
- parametri prostorne prave iz centra izravnavajućih krugova po nivoima,

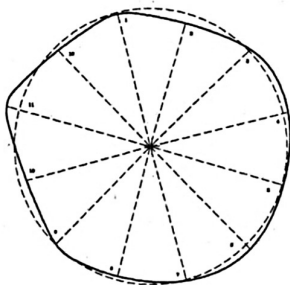
- preseci vertikalnih ravni kroz podužne tačke dijametralno suprotnih izvodnica i rezervoara i odstupanja tačaka rezervoara od vertikala,
- odstupanja tačaka rezervoara po izvodnicama u odnosu na osrednjen cilindar.

Radi ilustracije dat je prikaz odstupanja diskretnih tačaka rezervoara od izravnavajućeg kruga, od vertikale i trodimenzionalni model rezervoara na Instalaciji Smederevo.

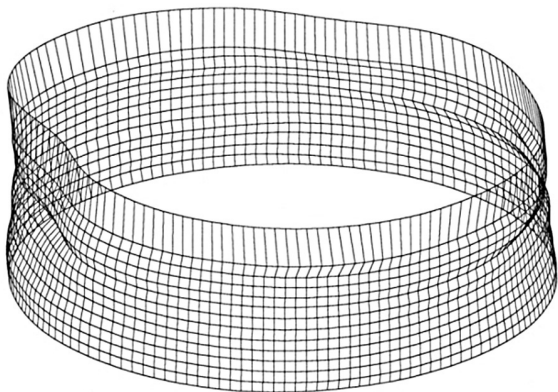


Slika 3. Presek rezervoara vertikalnom ravni

NIVO 12  
KOORDINATE CENTRA I POLUPREČNIK  
Y=99.982 X=99.792 Z=81.359 R=18.126



Slika 4. *Horizontalni presek rezervoara i izravnavajućeg kruga*



Slika 5. *Trodimenzijski prikaz rezervoara*



## 6. ZAKLJUČAK

Kontrola geometrije objekta zahteva od geodetskog stručnjaka pravilan izbor matematičkog modela kojim se objekat aproksimira (definisanje broja uslova koji definišu figuru), primenu matematičke statistike (testiranje linearnih hipoteza) i visoko precizna merenja. Da bi se sve ove navedene stavke ostvarile neophodno je uraditi projekat geodetske kontrolne mreže. Takođe je neophodna i nužna saradnja sa stručnjacima građevinske, mašinske i drugih struka kako bi se precizno definisale geometrijske karakteristike objekta i zahtevi tačnosti.

Geodetski stručnjaci raspolažu sa efikasnim matematičkim modelima kojima je moguće izvršiti kontrolu kvaliteta konstruktivnog elementa i objekta:

a) testiranjem podudarnosti kontrolisanog geometrijskog elementa sa projektovanim;

b) testiranjem pripadnosti karakterističnih tačaka kontrolisanog geometrijskog elementa;

c) testiranjem kvaliteta geometrijskog elementa primenom analize geometrijskih parametara i ocene parametara koji definišu taj geometrijski element i upođivanje sa projektovanim (apriornim) parametrima;

d) kontrolisanjem pokazatelja kvaliteta geometrijskih parametara i njihov položaj u prostoru kao što su: horizontalnost, nagnutost i vertikalnost linije, paralelnost i upravnost dve linije, ravnost, paralelnost i upravnost dve

ravni, horizontalnost, nagnutost i vertikalnost ravni, krivolinijnost, vitopernost ravni, površnost, pravolinijnost, osnost.

Za kontrolna merenja treba koristiti sve standardne i nestandardne metode i merne uređaje kojima je moguće ostvariti kontrolu kvaliteta konstruktivnog elementa, odnosno geometrijskog elementa (kojim je aproksimiran konstruktivni element) sa zadovoljavajućom tačnošću, odnosno u granicama zadatih tolerancija.

## LITERATURA

- [1] AŠANIN S.: Metoda analize deformacija u svim kombuinacijama, Savetovanje: Inženjerska geodezija, Zbornik radova, IT SGIGJ, Priština, 1988.
- [2] PEROVIĆ G., AŠANIN S.: Optimizacija kontrolnih mreža za slučaj radijalnih pomeranja. Savetovanje: Inženjerska geodezija, Zbornik radova, IT SGIGJ, Priština, 1988.
- [3] AŠANIN S., PEROVIĆ G.: Moć metode analize deformacija u svim kombuinacijama, Geodetski list br. 1-3, Zagreb, 1989.
- [4] AŠANIN S.: Inženjerska geodezija 1, Ageo, Beograd, 2003.
- [5] GOSPAVIĆ Z.: Metodologija kontrole geometrije inženjerskih objekata, Magistarski rad, Građevinski fakultet, Beograd 1995.
- [6] Određivanje oblika i deformacija rezervoara R-21 za motorni benzin na Instalaciji Smederevo, Građevinski fakultet, Institut za geodeziju, Beograd 1996.